Zeno Martini (admin)

COEFFICIENTI DI POTENZIALE E DI INDUZIONE SECONDO J.C. MAXWELL

4 October 2009

Abstract

Una discussione di Elettrostatica mi ha portato a leggere quanto scriveva **James Clerk Maxwell** sui coefficienti di potenziale nel suo **Trattato su elettricità e magnetismo** un secolo e mezzo fa. Ho pensato di proporre la traduzione dei paragrafi relativi alla teoria dei **sistemi di conduttori**.

Spesso ci viene chiesto che libro leggere per...imparare tutto, facilmente ed in poco tempo. Si risponde che non ci si deve illudere che basti un libro, non tanto per sapere tutto, ma per sapere anche solo qualcosa. I libri fondamentali però ci sono. Sono i libri di chi è stato artefice del progresso scientifico. Sono i **classici**, le vere **fonti** del nostro sapere, qual è appunto il Trattato di Maxwell.

Lo **scopo** dell'articolo è dunque **duplice**: da un lato acquisire nozioni utili per la discussione, dall'altro, ed è probabilmente la motivazione principale, mostrare come **un grandissimo** analizza matematicamente un problema fisico e scoprire come si fa a non dimostrare 150 anni.

[87] Teoria di un sistema di conduttori

Coefficienti di potenziale e di induzione

Siano $A_1,\ A_2,\ ...,\ A_n, n$ conduttori di forma qualsiasi; siano $e_1,\ e_2,\ ...,\ e_n$ le cariche su di essi;siano $V_1,\ V_2,\ ...,\ V_n$ i loro potenziali.

Supponiamo che il mezzo dielettrico che li separa rimanga lo stesso e non si carichi elettricamente durante le operazioni che considereremo.

Si è visto che all'art. 84, il potenziale di ciascun conduttore è una funzione lineare omogenea delle n cariche.

Quindi poiché l'energia elettrica di un sistema è la semisomma dei prodotti dei potenziali di ciascun conduttore per la carica in esso contenuta, l'energia elettrica deve essere una funzione quadratica omegenea delle n cariche, della forma

$$W_e = \frac{1}{2}p_{11} \cdot e_1^2 + p_{12} \cdot e_1 \cdot e_2 + \frac{1}{2}p_{22} \cdot e_2^2 + p_{13} \cdot e_1 \cdot e_3 + + p_{23} \cdot e_2 \cdot e_3 + \frac{1}{2}p_{33} \cdot e_3^2 + \ ...[15]$$

Il suffisso e indica che W è espresso come una funzione delle cariche. Quando W è scritto senza suffisso indica l'espressione (3)$\left[W = \frac{1}{2}\sum(eV) : \mathrm{ndr}\right]$ in cui intervengono sia le cariche che i potenziali.

Da questa espressione noi possiamo ricavare il potenziale di ogni conduttore. Poiché il potenziale è definito come il lavoro che deve essere fatto per portare l'unità di carica elettrica dal potenziale zero al dato potenziale, e poiché tale lavoro è speso per aumentare W, noi dobbiamo derivare W_e rispetto alla carica del conduttore dato per ottenerne il potenziale. Otterremo:

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = p_{11} \cdot e_1 ... + p_{r1} \cdot e_r ... + p_{n1} \cdot e_n \\ ------------------- \\ V_s = p_{1s} \cdot e_1 ... + p_{rs} \cdot e_r ... + p_{ns} \cdot e_n \\ ------------------- \\ V_n = p_{1n} \cdot e_1 ... + p_{rn} \cdot e_r ... + p_{nn} \cdot e_n \end{array}\right\rangle (16)$$

un sistema di n equazioni lineari che esprime gli n potenziali in funzione delle n cariche.

I coefficienti p_{rs} sono chiamati **coefficienti di potenziale**. Essi hanno due suffissi: il primo corrisponde alla carica, il secondo al potenziale. Il coefficiente p_{rr}, in cui i due suffissi sono gli stessi, indica il potenziale di A_r quando la sua carica è unitaria, mentre quella di tutti gli altri conduttori diventa nulla. Ci sono n coefficienti di questa specie, uno per ogni conduttore.

Il coefficiente p_{rs}, in cui i suffissi sono diversi, indica il potenziale di A_s quando A_r riceve una carica unitaria mentre la carica di tutti gli altri conduttori, eccetto A_r, diventa nulla. Abbiamo mostrato in art. [86] che $p_{sr} = p_{rs}$, ma possiamo dimostrarlo più rapidamente, considerando

$$p_{rs} = \frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}e_r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}e_r}\frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}e_s} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}e_s}\frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}e_r} = \frac{\mathrm{d}V_r}{\mathrm{d}e_s} = p_{sr}\,[17]$$

Il numero dii *coefficienti diversi* che hanno differenti suffissi è dunque $\frac{1}{2}n(n-1)$, essendo uno per ciascuna coppia di conduttori.

Risolvendo le equazioni (16) rispetto alle cariche, otteniamo n equazioni che forniscono le cariche in funzione dei potenziali.

$$\left.\begin{array}{l} e_1 = q_{11} \cdot V_1 ... + q_{r1} \cdot V_r ... + q_{n1} \cdot V_n \\ ----------------- \\ e_s = q_{1s} \cdot V_1 ... + q_{rs} \cdot V_r ... + q_{ns} \cdot V_n \\ ----------------- \\ e_n = q_{1n} \cdot V_1 ... + q_{rn} \cdot V_r ... + q_{nn} \cdot V_n \end{array}\right\rangle (18)$$

In questo caso abbiamo che $q_{rs} = q_{sr}$

$$q_{rs} = \frac{\mathrm{d}e_s}{\mathrm{d}V_r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V_r}\frac{\mathrm{d}W_V}{\mathrm{d}V_s} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V_s}\frac{\mathrm{d}W_V}{\mathrm{d}V_r} = \frac{\mathrm{d}e_r}{\mathrm{d}V_s} = q_{sr}(19)$$

Sostituendo i valori delle cariche nell'equazione dell'energia elettrica

$$W = \frac{1}{2}\left[e_1 V_1 ... + e_r V_r ... + e_n V_n\right](20)$$

otteniamo l'espressione dell'energia in funzione dei potenziali

$$\begin{array}{l} W_V = \frac{1}{2}q_{11} \cdot V_1^2 + q_{12} \cdot V_1 \cdot V_2 + \frac{1}{2}q_{22} \cdot V_2^2 + q_{13} \cdot V_1 \cdot V_3 + \\ + q_{23} \cdot V_2 \cdot V_3 + \frac{1}{2}q_{33} \cdot e_3^2 + ...(21) \end{array}$$

Il coefficiente in cui i due suffissi sono gli stessi è detto **Capacità elettrica del conduttore** cui esso si riferisce.

Definizione. La capacità di un conduttore è la sua carica quando il suo potenziale è unitario e quello di tutti gli altri conduttori è nullo.

Questa è l'appropriata definizione di capacità, quando non vengono fatte ulteriori specificazioni. Ma in certi casi è conveniente specificare le condizioni di alcuni o di tutti gli altri conduttori in un diverso modo, come ad esempio supporre che la carica di alcuni di essi sia nulla, e possiamo allora definire la capacità del conduttore in queste condizioni come la sua carica quando il suo potenziale è unitario. Gli altri coefficienti sono chiamati **coefficienti di induzione**. Ognuno di essi, come q_{rs}, indica la carica di A_r quando A_s ha il potenziale unitario, mentre il potenziale di tutti gli altri, eccetto A_s, è nullo.

Il calcolo matematico dei coefficienti di potenziale e delle capacità è in genere difficile. Mostreremo, più avanti, che essi hanno sempre un preciso valore, ed in certi speciali casi noi potremo calcolare questo valore. Mostreremo anche come essi possano essere ricavati sperimentalmente.

Se si parla della capacità di un conduttore senza specificare la forma e la posizione di un qualsiasi altro conduttore facente parte dello stesso sistema, deve essere intesa come la capacità del conduttore quando non ci sono altri conduttori o corpi elettricamente carichi a distanza finita dal conduttore cui ci si riferisce.

E' talora conveniente, quando si ha a che fare solo con capacità e coefficienti di induzione, scriverli nella forma $[A.P]$, simbologia utile per indicare la carica su A quando P è portato al potenziale unitario (con gli altri conduttori tutti a potenziale zero). In questo modo$[(A + B).(P + Q)]$ indicherà la carica su $A + B$ quando P e Q sono entrambi portati a potenziale unitario; ed è evidente che poiché $[(A + B).(P + Q)] = [A.P] + [A.Q] + [B.P] + [B.Q] = [(P + Q).(A + B)]$, i simboli composti possono essere combinati con addizioni e moltiplicazioni come se fossero simboli di quantità. Il simbolo A.A] indica la carica su A quando il potenziale di A è unitario, il che significa capacità di A.

Allo stesso modo $[(A + B).(A + Q)]$ indica la somma delle cariche su A e su B quando A e Q sono portati a potenziale 1, mentre il potenziale di tutti gli altri conduttori è zero. Essa può essere scomposta in $[A.A] + [A.B] + [A.Q] + [B.Q]$.

I coefficienti di potenziale non possono essere trattati nello stesso modo. I coefficienti di induzione rappresentano cariche, e tali cariche possono essere sommate, ma i coefficienti di potenziale rappresentano potenziali, e se il potenziale di A è V_1 e quello di B è V_2, la somma $V_1 + V_2$ non ha un significato fisico, sebbene la differenza $V_1 - V_2$ rappresenti la forza elettromotrice tra A e B.

I coefficienti di induzione tra due conduttori possono essere espressi in termini di capacità dei conduttori e di quella dei due conduttori considerati insieme, in questo modo:

$$[A.B] = \frac{1}{2}[(A+B).(A+B)] - \frac{1}{2}[A.A] - \frac{1}{2}[B.B].$$

[88] Dimensioni dei coefficienti

Poiché il potenziale di una carica e alla distanza r è $\frac{e}{r}$, le dimensioni di una carica elettrica corrispondono al prodotto di un potenziale per una lunghezza. I coefficienti di capacità ed induzione hanno perciò la dimensione di una lunghezza, e ciascuno di essi può essere rappresentato da un segmento di retta la cui lunghezza non dipende dal sistema di unità di misura adottato.

Per la stessa ragione, ogni coefficiente di potenziale può essere rappresentato dall'inverso di una lunghezza.

[89] Condizioni cui i coefficienti devono soddisfare

89.a]

In primo luogo, poiché l'energia elettrica di un sistema è essenzialmente una quantità positiva, la sua espressione come funzione quadratica delle cariche o dei potenziali deve essere positiva, qualunque siano i valori, positivi o negativi, che possono avere cariche o potenziali. Ora le condizioni affinché una funzione quadratica omogenea di n variabili sia sempre positiva sono n e possono essere scritte in questo modo:

$$\left.\begin{array}{l} p_{11} > 0 \\ \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} > 0 \\ -------- \\ \begin{vmatrix} p_{11} & .. & p_{1n} \\ .. & .. & .. \\ p_{n1} & .. & p_{nn} \end{vmatrix} > 0 \end{array}\right\rangle (22)$$

Queste n condizioni sono necessarie e sufficienti per assicurare che W_e sia essenzialmente positiva.

Ma poiché nell'equazione (16) noi possiamo sistemare i conduttori in un qualsiasi ordine, ogni determinante deve essere positivo eesendo costituito simmetricamente dai coefficienti di ogni combinazione, il cui numero è $2^n - 1$

89 b.]

I coefficienti di potenziale sono tutti positivi, ma nessuno dei coefficienti p_{rs} è maggiore di quelli p_{rr} o p_{ss}

Sia attribuita ad A_r la carica unitaria, con gli altri conduttori scarichi. Si formerà un insieme di superfici equipotenziali. Di tali superfici una è la superficie di A_r ed il suo potenziale sarà p_{rr}. Se A_s è sistemata in una cavità di A_r, in modo tale da esserne completamente racchiusa, il potenziale di A_s sarà p_{rr}.

Se, in qualunque modo, A_s è esterna ad A_r, il suo potenziale è p_{rs} che è compreso tra p_{rr} è zero.

Si considerino le linee di forza uscenti dal conduttore carico A_r. La carica è misurata dall'eccesso del numero di linee che da esso partono rispetto a quelle che in esso arrivano. Quindi, se il conduttore è scarico, il numero di linee che entrano nel conduttore deve essere uguale a quello delle linee che da esso partono. Le linee che vi arrivano provengono da posizioni che hanno un potenziale maggiore, e quelle che da esse partono da posizioni con potenziale inferiore. Quindi il potenziale di un conduttore scarico deve essere intermedio tra il più alto ed il più basso dei potenziali del campo, e perciò il più alto ed il più basso dei potenziali non possono essere quelli di un qualsiasi corpo scarico. Il maggiore potenziale deve perciò essere p_{rr}, che è quello del corpo carico, il più basso deve essere quello dello spazio a distanza infinita, che è zero, e tutti gli altri potenziali quali p_{rs} devono essere compresi tra p_{rr} e zero.

Se A_s circonda completamente A_t, allora $p_{rs} = p_{rt}$

89 c.]

Nessun coefficiente di induzione è positivo, e la somma di tutti quelli relativi ad un determinato conduttore è numericamente non maggiore del coefficiente di capacità di quel conduttore, il quale è sempre positivo.

Se A_r è mantenuto al potenziale unitario mentre tutti gli altri conduttori conservano il potenziale zero, allora la carica su A_r è q_{rr} e quella di ogni altro conduttore A_s è q_{rs}.

Il numero di linee di forza che convergono in A_r è q_{rr}. Di queste alcune arrivano in altri conduttori, altre proseguono fino all'infinito, ma nessuna linea di forza può passare attraverso uno qualsiasi degli altri conduttori o partire da essi verso l'infinito perché essi sono tutti a potenziale zero.

Nessuna linea di forza può partire da uno qualsiasi dei conduttori A_s, poiché nessuna parte del campo ha potenziale inferiore a zero. Se uno dei conduttori A_t circonda completamente A_r, allora le linee di forza da A_r convergono in A_t ed ai conduttori ad esso interni, e la somma dei coefficienti di induzione di questi conduttori rispetto ad A_r, sarà uguale a q_{rr} cambiato di segno.

Ma se A_r non è completamente circondato da alcun conduttore, la somma aritmetica dei coefficienti q_{rs} sarà inferiore numericamente a q_{rr}.

Abbiamo dedotto questi due teoremi indipendentemente, per mezzo di considerazioni elettriche. Possiamo allora lasciarlo allo studio matematico per determinare quale di essi è conseguenza matematica dell'altro.

89 d.]

Quando nel campo c'è un solo conduttore il coefficiente di potenziale ad esso relativo è l'inverso della sua capacità. Il baricentro della carica elettrica quando non ci sono forze elettriche esterne è chiamato centro elettrico del conduttore. Se il conduttore ha una forma che presenta un punto di simmetria, quel punto è il centro elettrico. Se le dimensioni del conduttore sono piccole rispetto alla distanze considerate, la posizione del centro elettrico "può essere stimata per congettura con sufficiente precisione (...my be extimate sufficiently nearly by conjecture...)"

Il potenziale alla distanza c dal centro elettrico deve essere compreso tra

$$\frac{e}{c}\left(1+\frac{a^2}{c^2}\right) \text{e} \frac{e}{c}\left(1-\frac{1}{2}\frac{a^2}{c^2}\right)$$

dove e è la carica, a la distanza più grande di una qualsiasi parte del corpo dal centro elettrico.

Nel caso in cui la carica sia concentrata in due punti opposti rispetto al centro elettrico ed a distanza a da esso, la prima delle precedenti espressioni è il potenziale di un punto della linea che congiunge le cariche, il secondo di un punto della perpendicolare alla congiungente. Per qualsiasi altra distribuzione all'interno della sfera di raggio a il potenziale è intermedio tra i due valori precedenti.

Se ci sono due conduttori nel campo, il loro mutuo coefficiente di potenziale è $\frac{1}{c'}$, dove c' può essere diverso da c, la distanza tra i centri elettrici, di più di $\frac{a^2+b^2}{c}$; a e b essendo le più grandi distanze di una qualsiasi parte delle superfici dei corpi dai loro rispettivi centri elettrici.

89 e.]

Se un nuovo conduttore viene inserito all'interno del campo, il coefficiente di potenziale di qualsiasi altro conduttore rispetto a se stesso, diminuisce.

Se supponiamo dapprima che il corpo B sia non conduttore, (con le stesse caratteristiche elettriche dell'aria), privo di carica in ogni sua parte, allora quando uno dei conduttori, A_1, riceve la carica e_1, la distribuzione di carica sui conduttori del sistema non sarà disturbata dalla presenza di B, finché B è privo di carica in ogni sua parte, per cui l'energia elettrica del sistema sarà semplicemente:

$$\frac{1}{2}e_1V_1 = \frac{1}{2}e_1^2p_{11}$$

Ora B diventi un conduttore. Le cariche elettriche fluiranno dai punti a potenziale maggiore verso quelli a potenziale minore, ed in tal modo diminuirà l'energia del sistema, per cui la quantità $\frac{1}{2}e_1^2 p_{11}$ deve diminuire. Ma e_1 è costante, perciò deve diminuire p_{11}.

Se B aumenta perché un altro corpo b è posto in contatto con esso, p_{11} diminuirà ulteriormente.

Supponiamo che dapprima non ci sia comunicazione elettrica tra B e b; l'introduzione del nuovo corpo b diminuisce p_{11}. Ora stabiliamo una comunicazione tra B e b. Se qualsiasi flusso elettrico avviene, esso si stabilisce tra le zone a potenziale più alto verso quelle a potenziale più basso, e perciò, come abbiamo visto, di nuovo diminuisce p_{11}

Quindi la diminuzione di p_{11} dovuto al corpo B è maggiore di quella che sarebbe prodotta da un corpo che può essere inscritto in B e minore di quella di un corpo che può circoscrivere B.

Vedremo nel cap. XI che una sfera di diametro b a distanza r, grande se confrontata con b, diminuisce il valore di p_{11} di una quantità che è approssimativamente $\frac{1}{8}\frac{b^3}{r^4}$.

Quindi se B ha una qualsiasi altra forma e se b è il suo diametro maggiore, la diminuzione di p_{11} è inferiore a $\frac{1}{8}\frac{b^3}{r^4}$.

Quindi se il più grande diametro di B è così piccolo se confrontato con la sua distanza da A_1, che può essere trascurata la quantità $\frac{1}{8}\frac{b^3}{r^4}$, noi possiamo ritenere che il reciproco della capacità di A_1, quando è da solo nel campo sia con sufficiente approssimazione uguale a p_{11}.

90.a]

Supponiamo perciò che la capacità di A_1 quando è da solo nel campo sia K_1, quella di A_2, K_2, che la distanza media tra A_1 ed A_2 sia r, con r molto grande se confrontato con la più grande dimensione di A_1 ed A_2; in tal caso possiamo scrivere:

$$p_{11} = \frac{1}{K_1}\, , \, p_{12} = \frac{1}{r}\, , \, p_{22} = \frac{1}{K_2}$$
$$V_1 = K_1^{-1}e_1 + r^{-1}e_2$$
$$V_2 = r^{-1}e_1 + K_2^{-1}e_2$$

Quindi

$$\begin{aligned}
q_{11} &= K_1 \left(1 - K_1 K_2 r^{-2}\right)^{-1} \\
q_{12} &= -K_1 K_2 r^{-1} \left(1 - K_1 K_2 r^{-2}\right)^{-1} \\
q_{22} &= K_2 \left(1 - K_1 K_2 r^{-2}\right)^{-1}
\end{aligned}$$

Di tali coefficienti q_{11} e q_{22} sono le capacità di A_1 ed A_2 quando, invece di essere da soli ad infinita distanza da ogni altro corpo, essi sono portati a distanza r l'uno dall'altro.

90.b]

Quando due conduttori sono situati così vicini tra loro che il coefficiente di mutua induzione è elevato, la combinazione è chiamata Condensatore.

Siano A e B i due conduttori o elettrodi di un condensatore

Sia L la capacità di A, N quella di B, M il coefficiente di mutua induzione.(Dobbiamo ricordare che M è essenzialmente negativo, di modo che il valore numerico di $L+M$ ed $N+M$ sono minori di L e di N).

Supponiamo che a e b siano gli elettrodi di un altro condensatore a distanza R dal primo, essendo R molto grande se confrontato con le dimensioni dei due condensatori, e supponiamo che i coefficienti di capacità ed induzione, quando a e b sono da soli , siano l, n, m.

Calcoliamo l'effetto di un condensatore sui coefficienti dell'altro.

Siano

$$D = LN - M^2;\ d = ln - m^2$$

allora i coefficienti di potenziale di ciascun condensatore sono

$$\begin{aligned}
p_{AA} &= D^{-1} N \quad , \quad p_{aa} = d^{-1} n \\
p_{AB} &= -D^{-1} M \quad , \quad p_{ab} = -d^{-1} m \\
p_{BB} &= D^{-1}\ L \quad , \quad p_{bb} = d^{-1} l
\end{aligned}$$

I valori di questi coefficienti non sono sensibilmente alterati se i due condensatori sono a distanza R.

Il coefficiente di potenziale di ogni coppia di conduttori a distanza R è R^{-1}.

$$p_{Aa} = p_{Ab} = p_{Ba} = p_{Bb} = R^{-1}$$

Le equazioni di potenziale sono perciò

$$V_A = D^{-1}Ne_A - D^{-1}Me_B + R^{-1}e_a + R^{-1}e_b$$
$$V_B = D^{-1}Me_A - D^{-1}Le_B + R^{-1}e_a + R^{-1}e_b$$
$$V_a = R^{-1}e_A + R^{-1}e_B + d^{-1}ne_a - d^{-1}me_b$$
$$V_b = R^{-1}e_A + R^{-1}e_B - d^{-1}me_a + d^{-1}le_b$$

Risolvendo le precedenti equazioni rispetto alle cariche otteniamo:

$$q_{AA} = L' = L + \frac{(L+M)^2(l+2m+n)}{R^2-(L+2M+N)(l+2m+n)}$$
$$q_{AB} = M' = M + \frac{(L+M)(M+N)(l+2m+n)}{R^2-(L+2M+N)(l+2m+n)}$$
$$q_{Aa} = -\frac{R(L+M)(l+m)}{R^2-(L+2M+N)(l+2m+n)}$$
$$q_{Ab} = -\frac{R(L+M)(m+n)}{R^2-(L+2M+N)(l+2m+n)}$$

dove L', M', N' sono ciò che diventano L, M, N quando il secondo condensatore è introdotto nel campo.

Se un solo conduttore, a, è introdotto nel campo, $m = n = 0$

$$q_{AA} = L' = L + \frac{(L+M)^2 l}{R^2-(L+2M+N)l}$$
$$q_{AB} = M' = M + \frac{(L+M)(M+N)l}{R^2-(L+2M+N)l}$$
$$q_{Aa} = -\frac{R(L+M)l}{R^2-(L+2M+N)l}$$

Se ci sono solo due semplici conduttori, A e a,

$M = N = m = n = 0$ e

$$q_{AA} = L' = L + \frac{L^2 l}{R^2-Ll}$$
$$q_{Aa} = -\frac{RLl}{R^2-Ll}$$

espressioni in accordo con quanto trovato in 90.a]

La quantità $L + 2M + N$ è la totale carica del condensatore quando i suoi elettrodi sono a potenziale 1. Essa non può superare la metà del diametro più grande del condensatore.

L+M è la carica del primo elettrodo ed M+N quella del secondo, quando entrambi sono a potenziale 1. Tali quantità devono essere positive e minori della capacità propria dell'elettrodo.

Quindi le correzioni da applicare ai coefficienti di capacità di un condensatore sono molto minori di quelle relative ad un conduttore di identica capacità.

Approssimazioni di questo tipo sono spesso adatte per stimare la capacità di conduttori di forma irregolare posti a considerevole distanza da altri conduttori.

91.]

Quando un conduttore sferico, A_3, di piccole dimensioni se confrontato con la distanza tra i conduttori, è portato nel campo, i coefficienti di potenziale di A_1 ed A_2 cresceranno quando A_3 è all'interno e diminuiranno quando A_3 è all'esterno di una sfera il cui diametro è il segmento di retta che unisce A_1 ed A_2.

Se A_1 riceve un'unità di carica positiva ci sarà una distribuzione di elettricità su A_3, pari a $+e$ nella parte più distante da A_1 e $-e$ nella parte più vicina. Il potenziale di A_2 dovuto a questa distribuzione su A_3, sarà positivo o negativo a seconda che sia più vicino $+e$ o $-e$, e se la forma di A_3 non è molto allungata dipenderà dall'angolo $A_1A_3A_3$ ottuso od acuto, e perciò a secondo che A_3 sia interno od esterno alla sfera descritta dal diametro A_1A_2.

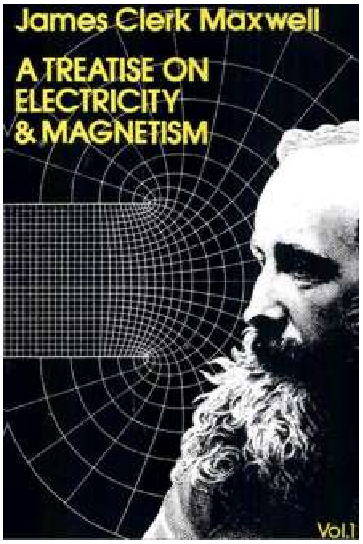
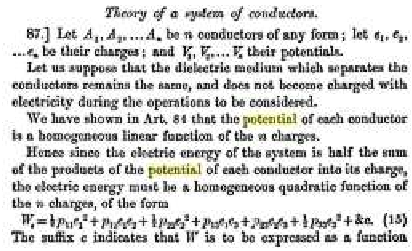
Se A_3 è di forma allungata, è facile vedere che se il suo asse maggiore è posizionato secondo la tangente alla circonferenza individuata da A_1,A_2,A_3 esso può aumentare il potenziale di A_2, ogni volta che esso è interamente esterno alla sfera, mentre può diminuirlo quando è interamente all'interno. Ma tali affermazioni devono essere intese solo per una stima approssimata dei fenomeni che ci si deve aspettare in una data configurazione di dispositivi.

92.]

Se un nuovo conduttore A_3 è introdotto nel campo, la capacità di tutti gli altri conduttori già presenti, sarà accresciuta ed il valore numerico dei coefficienti di induzione tra ogni coppia di essi, sarà diminuito.

Supponiamo che A_1 sia a potenziale unitario e che tutto il resto sia a potenziale zero. Finché la carica del nuovo conduttore è negativa essa indurrà una carica positiva in tutti gli altri conduttori e perciò accrescerà la carica positiva di A_1 e diminuirà la carica negativa di ogni altro conduttore.

Riferimento

[1] TREATISE ON ELECTRICITY AND MAGNETISM, Volume 1 Di James Clerk Maxwell	
 *TREATISE ON ELECTRICITY AND MAGNETISM*	 *Theory of a system of conductors.* 87.] Let $A_1, A_2, \ldots A_n$ be n conductors of any form; let $e_1, e_2, \ldots e_n$ be their charges; and $V_1, V_2, \ldots V_n$ their potentials. Let us suppose that the dielectric medium which separates the conductors remains the same, and does not become charged with electricity during the operations to be considered. We have shown in Art. 84 that the potential of each conductor is a homogeneous linear function of the n charges. Hence since the electric energy of the system is half the sum of the products of the potential of each conductor into its charge, the electric energy must be a homogeneous quadratic function of the n charges, of the form $W_e = \frac{1}{2}p_{11}e_1^2 + p_{12}e_1e_2 + \frac{1}{2}p_{22}e_2^2 + p_{13}e_1e_3 + p_{23}e_2e_3 + \frac{1}{2}p_{33}e_3^2 + \&c.$ (13) The suffix e indicates that W is to be expressed as a function *Theory of systems of conductors*

Estratto da "http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:coefficientidipotenziale"