



Zeno Martini (admin)

DISSIMMETRIA E COMPONENTI SIMMETRICHE

30 September 2020

Premessa

PS: Beh, che dire? Mi ero **completamente dimenticato** di un [articolo](#) scritto appena sei anni fa sullo stesso tema. È proprio vero: i vecchi finiscono per dire sempre le stesse cose! Ad ogni modo, ormai la frittata è fatta :-)

Abstract

Lo studio di un sistema trifase simmetrico ed equilibrato si riconduce allo studio di un circuito monofase, come noto.

Quando le tensioni sono dissimmetriche ed i carichi squilibrati è ancora possibile riportarsi allo studio di reti monofasi, mediante la scomposizione del sistema dissimmetrico in tre reti simmetriche, denominate rete di **sequenza diretta**, rete di **sequenza inversa** e rete di **sequenza omopolare** (o zero).

Il metodo risulta molto utile nell'analisi delle più importanti dissimmetrie che si verificano negli impianti in conseguenza guasti come interruzioni di fasi e cortocircuiti tra fasi o tra fasi e terra o neutro.

L'articolo è la riedizione di un [vecchio articolo](#) in cui sono riportati anche i contenuti teorici, revisionati e con qualche aggiunta, di un altro paio di articoli ([1](#), [2](#)).

Terna diretta, inversa, omopolare

Definiamo l'operatore complesso α che, moltiplicato per un vettore lo fa ruotare di 120° , cioè $\frac{2\pi}{3}$ radianti in senso antiorario, lasciandone immutato il modulo.

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \angle 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}j$$

Consideriamo il vettore rappresentativo di una tensione sinusoidale che, arbitrariamente, indicheremo con l'indice 1, dunque $\dot{E}_1$, che chiameremo vettore origine.

Si definisce terna diretta la terna formata dai tre vettori che si ottengono moltiplicando successivamente per $1, \alpha^2, \alpha$, il vettore origine; terna inversa quella che si ottiene moltiplicandolo successivamente per $1, \alpha, \alpha^2$.

NB: alcune espressioni da ricordare ed una loro rappresentazione grafica

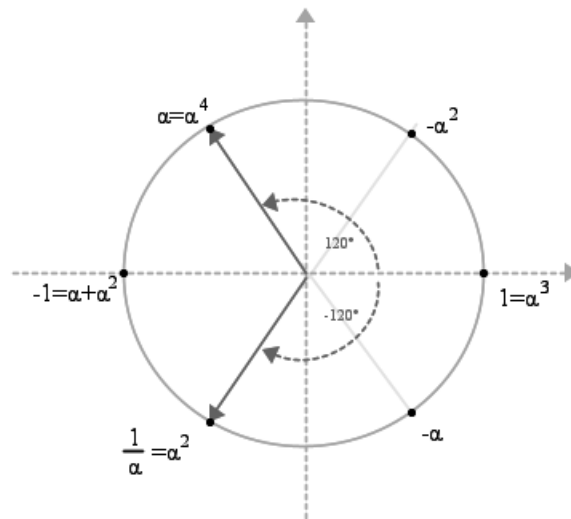
$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$

$1 = \alpha^3$: α è una delle radici cubiche dell'unità; le altre sono 1 ed α^2

$$\alpha^4 = \alpha$$

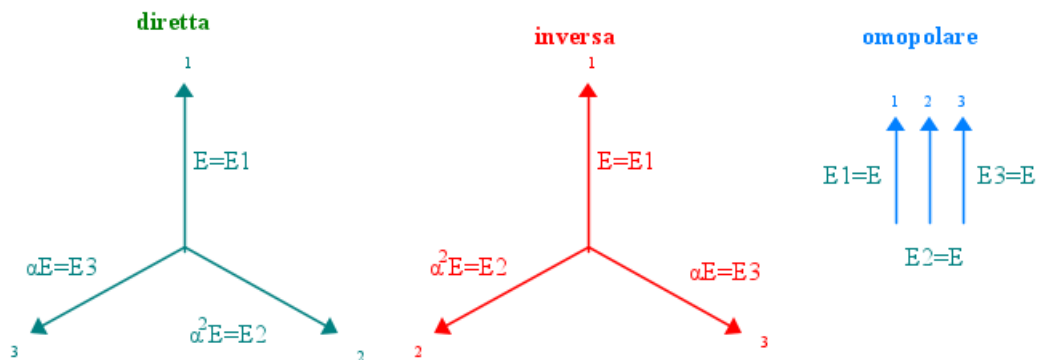
$\overline{\alpha} = \alpha^2$ (la barretta indica il numero complesso coniugato)

$$\overline{\alpha^2} = \alpha$$



Se le tre tensioni oltre che lo stesso valore efficace hanno anche la stessa fase, la terna delle tensioni si dice omopolare. I tre vettori rappresentativi sono in tal caso uguali e paralleli. La terna omopolare si ottiene moltiplicando sempre per 1 il vettore origine.

Il disegno che segue illustra quanto scritto con $\vec{E}$ vettore origine.



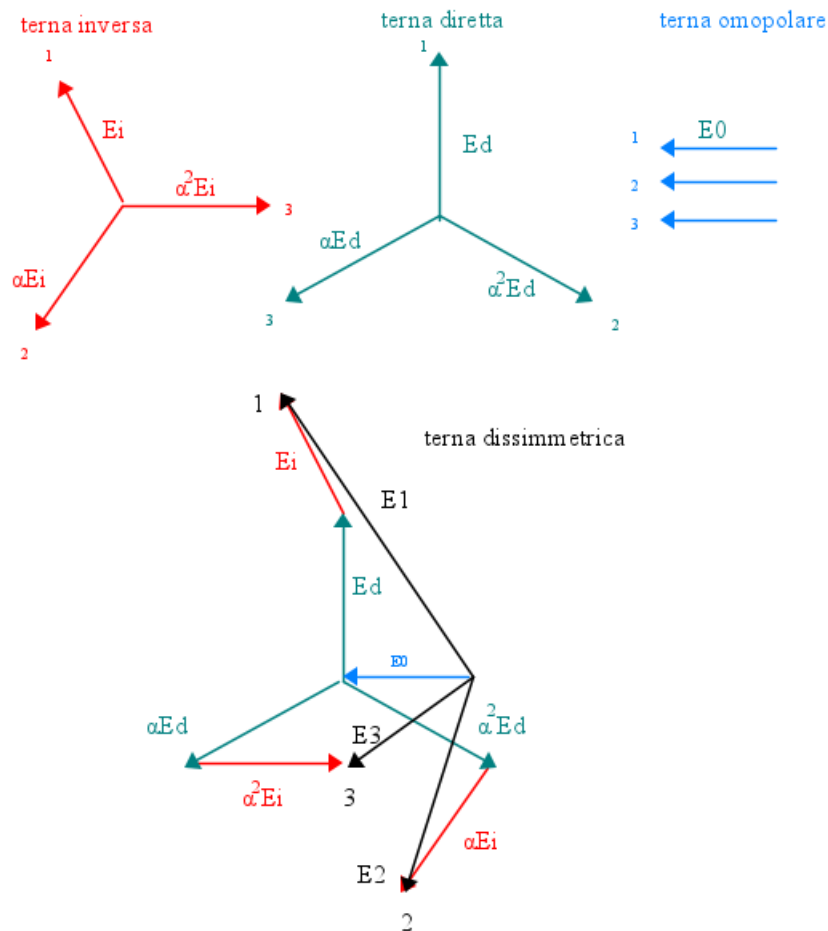
Terne dissimmetriche

Quando le tre tensioni non soddisfano le condizioni che definiscono il sistema simmetrico, la terna si dice dissimmetrica.

Si può dimostrare che ogni terna dissimmetrica è scomponibile in una terna diretta, una terna inversa ed una terna omopolare.

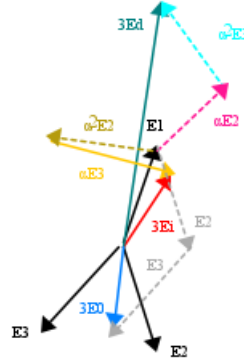
Indicando rispettivamente con $\dot{E}_0, \dot{E}_d, \dot{E}_i$, i vettori origine delle tre terne, se $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$ sono i vettori della terna dissimmetrica, si può scrivere:

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{E}_0 + \dot{E}_d + \dot{E}_i \\ \dot{E}_2 = \dot{E}_0 + \alpha^2 \dot{E}_d + \alpha \dot{E}_i \\ \dot{E}_3 = \dot{E}_0 + \alpha \dot{E}_d + \alpha^2 \dot{E}_i \end{cases} \quad [1]$$



Le [1] costituiscono un sistema di tre equazioni da cui si possono ricavare le tre incognite $\dot{E}_0, \dot{E}_d, \dot{E}_i$.

$$\begin{aligned}\dot{E}_0 &= \frac{\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3}{3} \\ \dot{E}_d &= \frac{\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3}{3} \\ \dot{E}_i &= \frac{\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3}{3}\end{aligned} \quad [2]$$



Note

Il vettore che si ottiene dalle [2] è il primo della terna, cioè il vettore origine.

Se come primo vettore della terna dissimmetrica invece di $\dot{E}_1$ si considera $\dot{E}_2$, mantenendo il senso ciclico, il vettore origine ha sempre lo stesso modulo, ma è ruotato di 120° in senso orario, il diretto, di 120° in senso antiorario, l'inverso. Vediamolo per il

diretto

$$\dot{E}_{d123} = \frac{\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3}{3}$$

$$\dot{E}_{d231} = \frac{\dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3 + \alpha^2 \dot{E}_1}{3}$$

$$\frac{\dot{E}_{d123}}{\dot{E}_{d231}} = \frac{\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3}{\dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3 + \alpha^2 \dot{E}_1}$$

} e si ricordi che $\alpha^3 = 1$

$$\frac{\dot{E}_{d123}}{\dot{E}_{d231}} = \frac{\alpha (\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3)}{\alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3 + \alpha^3 \dot{E}_1} = \alpha \frac{\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3}{\alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3 + \dot{E}_1} = \alpha$$

$$\dot{E}_{d231} = \frac{\dot{E}_{d123}}{\alpha} = \alpha^2 \dot{E}_{d123}$$

e per l'

inverso

$$\begin{aligned}\dot{E}_{i123} &= \frac{\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3}{3} \\ \dot{E}_{i231} &= \frac{\dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3 + \alpha \dot{E}_1}{3} \\ \frac{\dot{E}_{i123}}{\dot{E}_{i231}} &= \frac{\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3}{\dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3 + \alpha \dot{E}_1}\end{aligned}$$

moltiplichiamo numeratore e denominatore per α^2

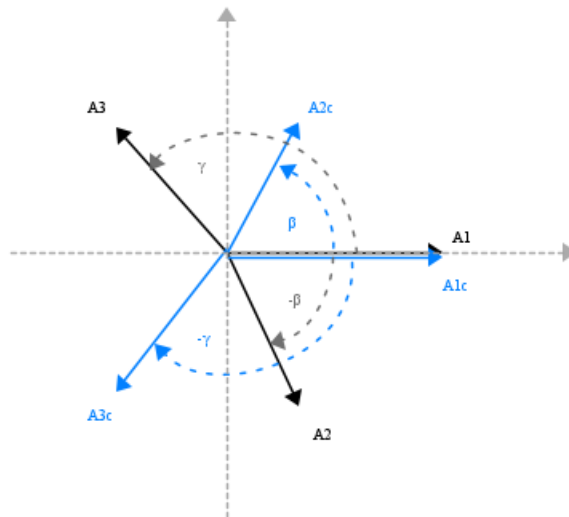
$$\begin{aligned}\frac{\dot{E}_{i123}}{\dot{E}_{i231}} &= \frac{\alpha^2 (\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3)}{\alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha^4 \dot{E}_3 + \alpha^3 \dot{E}_1} = \alpha^2 \frac{\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3}{\alpha \dot{E}_3 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \dot{E}_1} = \alpha^2 \\ \dot{E}_{i231} &= \frac{\dot{E}_{i123}}{\alpha^2} = \alpha \dot{E}_{i123}\end{aligned}$$

terne coniugate

Se indichiamo con $\dot{A}_0, \dot{A}_d, \dot{A}_i$ i componenti simmetrici di una terna di vettori e con $\dot{A}_{\bar{0}}, \dot{A}_{\bar{d}}, \dot{A}_{\bar{i}}$ quelli della terna coniugata, esistono le relazioni

$$\overline{\dot{A}_0} = \dot{A}_{\bar{0}} \quad \overline{\dot{A}_d} = \dot{A}_{\bar{i}} \quad \overline{\dot{A}_i} = \dot{A}_{\bar{d}} \quad [1a]$$

Lo scambio tra la componente diretta ed inversa è riconducibile al fatto che la terna dei coniugati ha il senso ciclico invertito, come mostrato nel seguente disegno dove la terna originaria è costituita dai vettori in nero, quella dei coniugati, in blu (per ottenere il coniugato di un vettore si cambia di segno l'angolo)



Ma naturalmente lo si può anche vedere analiticamente tenendo presente le note su α e che il coniugato di un prodotto è il prodotto dei coniugati.

$$\dot{A}_d = \frac{\dot{A}_1 + \alpha \dot{A}_2 + \alpha^2 \dot{A}_3}{3}$$

$$\overline{A}_d = \frac{\overline{A}_1 + \alpha \overline{A}_2 + \alpha^2 \overline{A}_3}{3} = \frac{\overline{A}_1 + \alpha^2 \overline{A}_2 + \alpha \overline{A}_3}{3} = \dot{A}_i$$

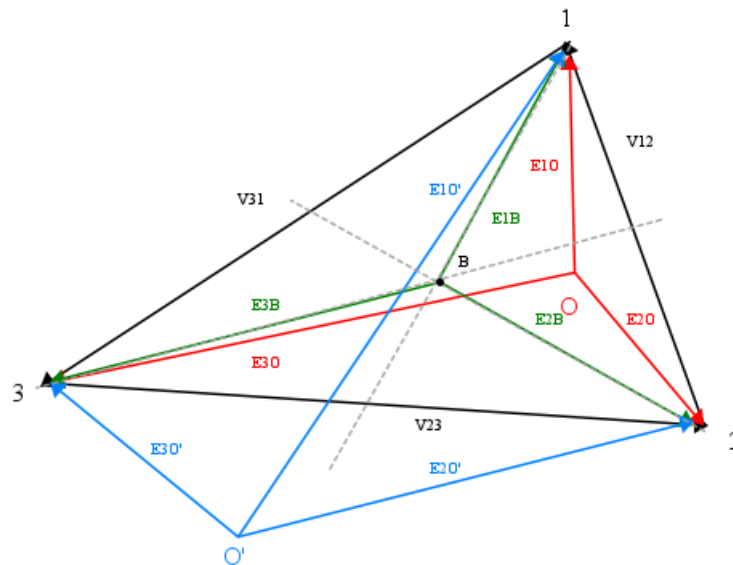
Concatenate e stellate

In un sistema trifase le tensioni concatenate sono quelle esistenti tra due fili; le tensioni stellate quelle esistenti tra uno dei fili ed il polo comune dei tre bipoli che hanno l'altro polo collegato ai tre fili. Il polo comune è detto centro stella.

Numerati i fili con 1,2,3 ed indicata con la lettera O il centro stella, indichiamo con $\dot{E}_{1O}$, $\dot{E}_{2O}$, $\dot{E}_{3O}$ le tensioni stellate e con $\dot{V}_{12}$, $\dot{V}_{23}$, $\dot{V}_{31}$ le tensioni concatenate.

Mentre la terna di tensioni concatenate è unica, sono infinite le possibili terne di tensioni stellate.

Nella figura che segue ne sono rappresentate tre: rossa di centro O , blu di centro O' , verde di centro B : quest'ultimo è il baricentro del triangolo (incontro delle mediane, linee tratteggiate)



La componente omopolare è nulla quando la somma dei vettori è nulla.

Quindi le tensioni concatenate di un sistema trifase dissimmetrico hanno comunque sempre componente omopolare nulla.

Per le concatenate vale sempre infatti

$$\dot{V}_{12} + \dot{V}_{23} + \dot{V}_{31} = 0$$

Non è così per le tensioni stellate.

Solo la terna di stellate il cui centro stella coincide con il baricentro del triangolo delle concatenate, ha componente omopolare nulla. Infatti si può scrivere

$$\dot{V}_{12} = a_1 + jb_1$$

$$\dot{V}_{23} = a_2 + jb_2$$

$$\dot{V}_{31} = a_3 + jb_3$$

Il baricentro degli estremi dei tre vettori vertici del triangolo, è definito dalle coordinate

$$a_B = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

$$b_B = \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3}$$

I vettori della stella che ha come centro stella il baricentro sono allora dati da

$$\dot{E}_{1B} = a_1 - a_B + j(b_1 - b_B)$$

$$\dot{E}_{2B} = a_2 - a_B + j(b_2 - b_B)$$

$$\dot{E}_{3B} = a_3 - a_B + j(b_3 - b_B)$$

per cui

$$\dot{E}_{1B} + \dot{E}_{2B} + \dot{E}_{3B} = a_1 + a_2 + a_3 - 3a_B + j(b_1 + b_2 + b_3 - 3b_B) = 0$$

Le infinite stelle di vettori aventi vertici comuni, hanno come componenti la stessa terna diretta e la stessa terna inversa.

Infatti

$$\begin{aligned}\dot{V}_d &= \frac{\dot{V}_{12} + \alpha \dot{V}_{23} + \alpha^2 \dot{V}_{31}}{3} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_2 - \alpha \dot{E}_3 + \alpha^2 \dot{E}_3 - \alpha^2 \dot{E}_1}{3} = \\ &= \dot{E}_d - \frac{\alpha \dot{E}_3 + \alpha^2 \dot{E}_1 + \dot{E}_2}{3} = \dot{E}_d - \frac{\dot{E}_1 + \alpha \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_3}{3\alpha} = \dot{E}_d \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) = \\ &= \dot{E}_d (1 - \alpha^2) = \dot{E}_d \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dot{E}_d \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) = \dot{E}_d \sqrt{3} \angle 30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_i &= \frac{\dot{V}_{12} + \alpha^2 \dot{V}_{23} + \alpha \dot{V}_{31}}{3} = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2 + \alpha^2 \dot{E}_2 - \alpha^2 \dot{E}_3 + \alpha \dot{E}_3 - \alpha \dot{E}_1}{3} = \\ &= \dot{E}_i - \frac{\alpha^2 \dot{E}_3 + \alpha \dot{E}_1 + \dot{E}_2}{3} = \dot{E}_i - \frac{\dot{E}_1 + \alpha^2 \dot{E}_2 + \alpha \dot{E}_3}{3\alpha^2} = \dot{E}_i \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) = \\ &= \dot{E}_i (1 - \alpha) = \dot{E}_i \left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dot{E}_i \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2}\right) = \dot{E}_i \sqrt{3} \angle -30\end{aligned}$$

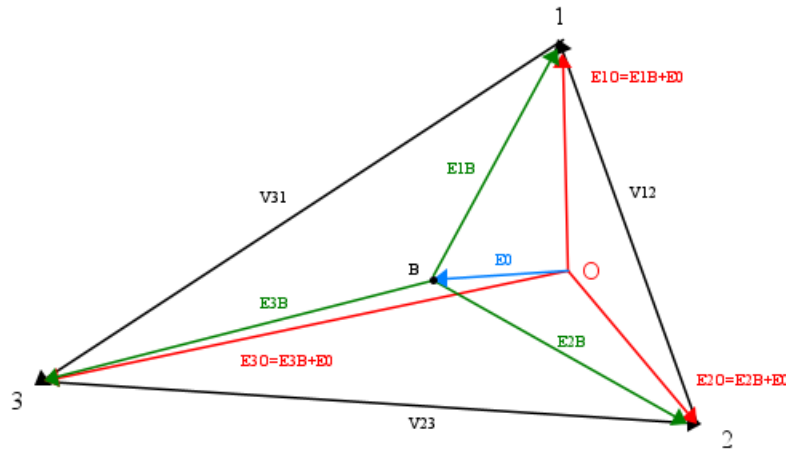
$\dot{V}_d, \dot{V}_i$ sono uniche perché esiste una sola terna di tensioni concatenate; quindi sono uniche pure $\dot{E}_d$ e $\dot{E}_i$, che si ricavano dalle precedenti moltiplicando per un fattore costante, mentre la terna delle stellate è qualsiasi.

Le terne stellate che si appoggiano ai vertici del triangolo delle stellate, differiscono perciò per la sola terna omopolare.

Come mostrato più sopra, la terna che ha come centro il baricentro del triangolo, ha componente omopolare nulla.

La componente omopolare di ogni altra stella, coincide con il vettore che unisce il centro della stella con il baricentro del triangolo. Ogni stella si ottiene perciò aggiungendo ad ogni vettore della

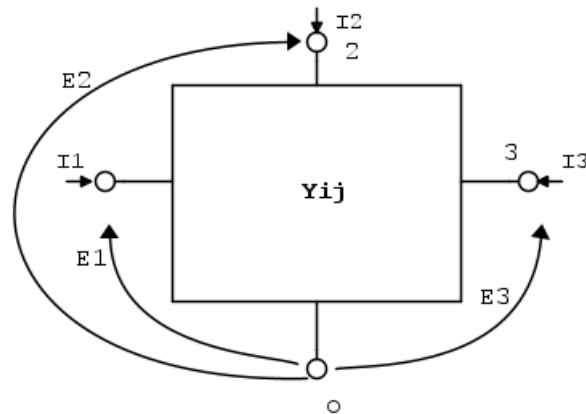
stella pura la componente omopolare, come mostrato nel seguente disegno: E_0 è la componente omopolare della stella rossa, la stella verde è la stella purapura



Reti trifase

Una rete trifase con neutro accessibile, può essere schematizzata come il triplo bipolo di figura.

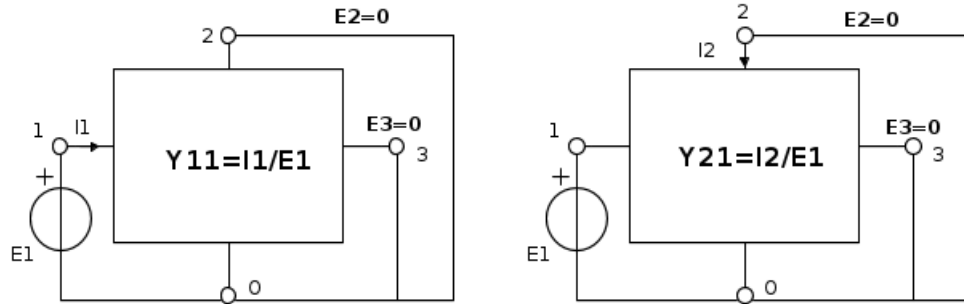
La tensione $\dot{E}_i$ applicata tra il terminale i ed il comune O , inietta nella rete la corrente $\dot{I}_i$



Le relazioni che legano correnti e tensioni sono

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{Y}_{11} \cdot \dot{E}_1 + \dot{Y}_{12} \cdot \dot{E}_2 + \dot{Y}_{13} \cdot \dot{E}_3 \\ \dot{I}_2 &= \dot{Y}_{21} \cdot \dot{E}_1 + \dot{Y}_{22} \cdot \dot{E}_2 + \dot{Y}_{23} \cdot \dot{E}_3 \\ \dot{I}_3 &= \dot{Y}_{31} \cdot \dot{E}_1 + \dot{Y}_{32} \cdot \dot{E}_2 + \dot{Y}_{33} \cdot \dot{E}_3\end{aligned} \quad [2]$$

Le $\dot{Y}_{ij}$ sono le auto ($i = j$) e mutue ($i \neq j$) ammettenze del triplo bipolo e si determinano alimentando un terminale con un generatore di tensione e cortocircuitando gli altri due



Il sistema [2] può essere trasformato nel suo duale

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{Z}_{11} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{12} \dot{I}_2 + \dot{Z}_{13} \dot{I}_3 \\ \dot{E}_2 &= \dot{Z}_{21} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{22} \dot{I}_2 + \dot{Z}_{23} \dot{I}_3 \\ \dot{E}_3 &= \dot{Z}_{31} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{32} \dot{I}_2 + \dot{Z}_{33} \dot{I}_3 \end{aligned} \quad [2a]$$

Per una scrittura più compatta si può usare la notazione matriciale

$$\begin{aligned} [\dot{E}] &= [\dot{Z}] \cdot [\dot{I}] \\ [\dot{E}] &= \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \dot{E}_3 \end{bmatrix}; [\dot{I}] = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix}; [\dot{Z}] = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} & \dot{Z}_{13} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} & \dot{Z}_{23} \\ \dot{Z}_{31} & \dot{Z}_{32} & \dot{Z}_{33} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Lo stesso si poteva fare con il sistema [r.1]

$$\begin{aligned} [\dot{I}] &= [\dot{Y}] \cdot [\dot{E}] \\ [\dot{Y}] &= \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \dot{Y}_{13} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \dot{Y}_{23} \\ \dot{Y}_{31} & \dot{Y}_{32} & \dot{Y}_{33} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Tra la matrice delle impedenze e quella delle ammettenze esiste la relazione:

$$[\dot{Y}] = \frac{1}{[\dot{Z}]}$$

Reti simmetriche

La rete è simmetrica se sono uguali tra loro autoammettenze e mutue ammettenze, o le auto e mutue impedenze, quindi se

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= \dot{Y}_{22} = \dot{Y}_{33} \\ \dot{Y}_{12} &= \dot{Y}_{23} = \dot{Y}_{31} \\ \dot{Y}_{21} &= \dot{Y}_{32} = \dot{Y}_{13} \end{aligned} \quad [3]$$

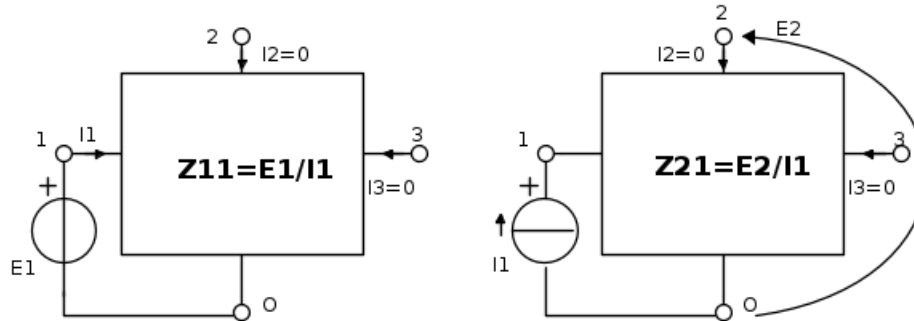
oppure

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{11} &= \dot{Z}_{22} = \dot{Z}_{33} \\ \dot{Z}_{12} &= \dot{Z}_{23} = \dot{Z}_{31} \\ \dot{Z}_{21} &= \dot{Z}_{32} = \dot{Z}_{13}\end{aligned} \quad [3a]$$

che, per la notazione matriciale, definiscono una matrice simmetrica rispetto alla diagonale principale.

Inoltre se $\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21}$; $\dot{Z}_{23} = \dot{Z}_{32}$; $\dot{Z}_{13} = \dot{Z}_{31}$ la rete si dice reciproca.

Le auto e mutue impedenze si calcolano secondo gli schemi seguenti



NB: non sarà superfluo ricordare che gli elementi della matrice inversa non sono, in generale, l'inverso degli elementi della matrice originaria. Vedere [questo articolo](#)

Tenendo presenti le relazioni di simmetria, e scomponendo le correnti e le tensioni nelle loro componenti simmetriche nel sistema [2] si ottiene

$$\begin{aligned}\dot{I}_0 &= \dot{Y}_0 \cdot \dot{E}_0 \\ \dot{I}_d &= \dot{Y}_d \cdot \dot{E}_d \\ \dot{I}_i &= \dot{Y}_i \cdot \dot{E}_i\end{aligned} \quad [3b]$$

dove si è posto

$$\begin{aligned}\dot{Y}_0 &= \dot{Y}_{11} + \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{21} \\ \dot{Y}_d &= \dot{Y}_{11} + \alpha^2 \dot{Y}_{12} + \alpha \dot{Y}_{21} \\ \dot{Y}_i &= \dot{Y}_{11} + \alpha \dot{Y}_{12} + \alpha^2 \dot{Y}_{21}\end{aligned}$$

Questo permette di definire anche, per ogni rete simmetrica, oltre alle ammettenze, le impedenze alle sequenze zero, diretta ed inversa

$$\begin{aligned}\dot{Z}_0 &= \frac{1}{\dot{Y}_0} && \text{impedenza alla sequenza zero} \\ \dot{Z}_d &= \frac{1}{\dot{Y}_d} && \text{impedenza alla sequenza diretta} \\ \dot{Z}_i &= \frac{1}{\dot{Y}_i} && \text{impedenza alla sequenza inversa}\end{aligned}$$

per cui le [3b] diventano

$$\begin{aligned}\dot{E}_0 &= \dot{Z}_0 \cdot \dot{I}_0 \\ \dot{E}_d &= \dot{Z}_d \cdot \dot{I}_d \\ \dot{E}_i &= \dot{Z}_i \cdot \dot{I}_i\end{aligned} \quad [3c]$$

Le impedenze di sequenza sono misurabili applicando separatamente alla rete una terna di sequenza zero, una terna di sequenza diretta, un terna di sequenza inversa. Analiticamente si ricavano con

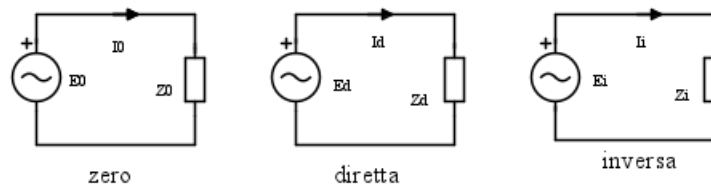
$$\begin{aligned}\dot{Z}_0 &= \dot{Z}_{11} + \dot{Z}_{12} + \dot{Z}_{21} \\ \dot{Z}_d &= \dot{Z}_{11} + \alpha^2 \dot{Z}_{12} + \alpha \dot{Z}_{21} \\ \dot{Z}_i &= \dot{Z}_{11} + \alpha \dot{Z}_{12} + \alpha^2 \dot{Z}_{21}\end{aligned}$$

- **Le [3b],[3c] mostrano che in una rete simmetrica le componenti simmetriche delle tensioni danno luogo solo a correnti della stessa sequenza.**

Quindi una rete simmetrica alimentata da una terna dissimmetrica si può scomporre nelle tre

Reti di sequenza

Sono i tre bipoli definiti dalle [3b] o [3c]



Le equazioni relative ai tre bipoli forniscono tre relazioni per le sei componenti di sequenza.

Per ricavar le sei componenti di sequenza occorrono altre tre equazioni, che in genere sono definite dalle condizioni in cui si trova il sistema trifase. Lo si vedrà nello studio dei guasti.

Naturalmente ciò presuppone la conoscenza delle impedenze di sequenza della rete per le quali valgono le seguenti osservazioni.

- Le impedenze alla sequenza inversa e diretta sono uguali se $\dot{Y}_{12} = \dot{Y}_{21}$. In particolare questo si verifica per tutte le reti che non contengono parti in movimento.
- Se per ogni $i \neq j$ si ha $\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_{ji}$ la rete è detta reciproca e, per quanto detto, lo può essere solo se non esistono parti in movimento.
- È immediato constatare che una stella con tre impedenze identiche costituisce una rete simmetrica. L'autoammettenza (autoimpedenza) comune è l'ammettenza (impedenza) di un ramo.
- Le mutue ammettenze sono nulle se non vi è accoppiamento induttivo e/o capacitivo.
- Quando il terminale comune O non esiste od è inaccessibile, l'impedenza alla sequenza zero è infinita ($\dot{Z}_0 = \infty$)

- Se non esistono accoppiamenti cioè se $\dot{Y}_{ij} = 0$ per $i \neq j$, le impedenze alle sequenze sono tutte uguali all'inverso dell'unica autoammettenza: $\dot{Z}_0 = \dot{Z}_d = \dot{Z}_i = \frac{1}{\dot{Y}_{11}} = \dot{Z}_{11}$.

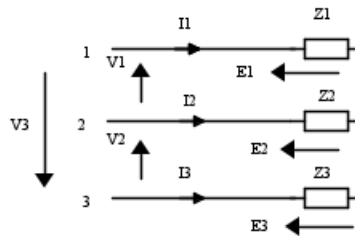
La rete in tal caso è riconducibile ad una stella di tre impedenze uguali. Vale ovviamente il viceversa: tre impedenze uguali a stella costituiscono una rete simmetrica e le tre impedenze di sequenza sono uguali all'impedenza di un ramo.

- Le normali linee trifase, nonché trasformatori ed alternatori, sono considerati elementi simmetrici, come pure i carichi come i motori asincroni.
- Si assume anche in genere che le tre fasi siano in condizioni di simmetria rispetto al terreno e rispetto al neutro, sia che ci siano effettivi collegamenti a centri stella di componenti della rete, sia che il collegamento sia dovuto alle capacità parassite d'esercizio.

Reti non simmetriche

Stella non simmetrica

Se non sono soddisfatte le condizioni [3] o [3a] la rete non è simmetrica e può essere rappresentata da tre impedenze diverse collegate a stella.



Le equazioni per la stella sono

$$\dot{E}_1 = \dot{Z}_1 \cdot \dot{I}_1$$

$$\dot{E}_2 = \dot{Z}_2 \cdot \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_3 = \dot{Z}_3 \cdot \dot{I}_3$$

Scomponiamo secondo le [1] sia le tre tensioni che le tre correnti e sostituiamo nelle equazioni della stella. Dopo alcune elaborazioni si ottiene

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{Z}_0^* \cdot \dot{I}_0 + \dot{Z}_i^* \cdot \dot{I}_d + \dot{Z}_d^* \cdot \dot{I}_i \\ \dot{E}_d &= \dot{Z}_d^* \cdot \dot{I}_0 + \dot{Z}_0^* \cdot \dot{I}_d + \dot{Z}_i^* \cdot \dot{I}_i \\ \dot{E}_i &= \dot{Z}_i^* \cdot \dot{I}_0 + \dot{Z}_d^* \cdot \dot{I}_d + \dot{Z}_0^* \cdot \dot{I}_i \end{aligned} \quad [4]$$

dove si è posto

$$\begin{aligned}\dot{Z}_d^* &= \frac{\dot{Z}_1 + \alpha \dot{Z}_2 + \alpha^2 \dot{Z}_3}{3} \\ \dot{Z}_i^* &= \frac{\dot{Z}_1 + \alpha^2 \dot{Z}_2 + \alpha \dot{Z}_3}{3} \\ \dot{Z}_0^* &= \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3}{3}\end{aligned} \quad [5]$$

Innanzitutto notiamo che, contrariamente alle reti simmetriche, ogni sequenza presente nelle tensioni può far circolare correnti di ogni sequenza.

Osserviamo poi che le componenti $\dot{E}_d$ ed $\dot{E}_i$ sono determinate una volta che siano note le tensioni concatenate, come mostrato in precedenza.

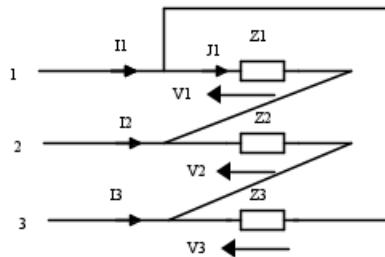
Anche la componente omopolare delle correnti è nota: infatti $\dot{I}_0 = 0$ essendo nulla la somma delle tre correnti.

Le precedenti equazioni costituiscono perciò un sistema di tre equazioni nelle incognite $\dot{I}_d, \dot{I}_i, \dot{E}_0$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_i^* \dot{I}_d + \dot{Z}_d^* \dot{I}_i - \dot{E}_0 &= 0 \\ \dot{Z}_0^* \dot{I}_d + \dot{Z}_i^* \dot{I}_i &= \dot{E}_d \\ \dot{Z}_d^* \dot{I}_d + \dot{Z}_0^* \dot{I}_i &= \dot{E}_i\end{aligned} \quad [6]$$

Triangolo non simmetrico

Una rete non simmetrica può essere anche rappresentata da tre impedenze diverse collegate a triangolo



È il duale del precedente. Le ammettenze sostituiscono le impedenze. Le correnti di fase $\dot{J}_i$ svolgono il ruolo delle tensioni di fase della stella.

La componente omopolare delle tensioni concatenate è nulla.

Indicate dunque con $\dot{V}_d$ e $\dot{V}_i$ le componenti simmetriche delle concatenate, potremo scrivere le equazioni per ricavare $\dot{J}_0, \dot{J}_d, \dot{J}_i$

$$\begin{aligned}\dot{Y}_i^* \dot{V}_d + \dot{Y}_d^* \dot{V}_i - \dot{J}_0 &= 0 \\ \dot{Y}_0^* \dot{V}_d + \dot{Y}_i^* \dot{V}_i &= \dot{J}_d \\ \dot{Y}_d^* \dot{V}_d + \dot{Y}_0^* \dot{V}_i &= \dot{J}_i\end{aligned} \quad [7]$$

La potenza

La

potenza complessa

di un bipolo è il prodotto del numero complesso che rappresenta la tensione e del coniugato del numero complesso che rappresenta la corrente. La potenza complessa assorbita da un sistema trifase è la somma delle potenze complessa delle singole fasi. Quindi

$$\dot{S} = \dot{E}_1 \overline{I_1} + \dot{E}_2 \overline{I_2} + \dot{E}_3 \overline{I_3}$$

Sostituendo le espressioni relative alla scomposizione delle due terne si arriva alla

$$\dot{S} = 3\dot{E}_0 \overline{I_0} + 3\dot{E}_d \overline{I_d} + 3\dot{E}_i \overline{I_i}$$

che equivale a dire che sia la potenza attiva che la reattiva sono la somma delle potenze proprie di ogni componente simmetrica

$$P = 3E_0 I_0 \cos \varphi_0 + 3E_d I_d \cos \varphi_d + 3E_i I_i \cos \varphi_i$$

$$Q = 3E_0 I_0 \sin \varphi_0 + 3E_d I_d \sin \varphi_d + 3E_i I_i \sin \varphi_i$$

L'espressione precedente ci dice anche che nei sistemi a neutro isolato dove $\dot{I}_0 = 0$, le potenze assorbite non dipendono dal potenziale del centro stella.

Aggiungiamo qualche osservazione sulla

Potenza fluttuante

La potenza istantanea in un sistema monofase, prodotto dei valori istantanei di tensione e corrente, si compone di un valore medio, che è la potenza attiva P , cui si sovrappongono i valori di una sinusoide di ampiezza pari alla potenza apparente e di pulsazione doppia di quella di tensione e corrente. Questa sinusoide è la potenza fluttuante. Quindi

$$p(t) = P - S \cos(2\omega t - \varphi)$$

con

$$S = VI$$

$$P = S \cos \varphi$$

essendo

$$v(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin (\omega t - \varphi)$$

Per qualche particolare di calcolo si può vedere [questo articolo](#).

In un sistema trifase la potenza totale istantanea è la somma delle potenze delle tre fasi e per i sistemi simmetrici ed equilibrati si verifica che la potenza fluttuante è nulla, quindi che la potenza istantanea è una costante che coincide con la potenza attiva.

La potenza fluttuante può essere rappresentata con un vettore rotante ricavato dal prodotto dei vettori rotanti di tensione e di corrente, altrimenti detti fasori. E' infatti il fasore a corrispondere alla funzione sinusoidale che rappresenta le grandezze. I fasori di tensione e corrente sono espressi da

$$\dot{V}(t) = \dot{V} e^{j\omega t}$$

$$\dot{I}(t) = \dot{I} e^{j\omega t}$$

dove

$$\dot{V} = V e^{j\varphi} = I (\cos \varphi - j \sin \varphi)$$

Il prodotto tra i fasori è dato da

$\dot{P}_f = \dot{V}(t) \dot{I}(t) = V e^{j\omega t} \cdot I (\cos \varphi - j \sin \varphi) e^{j\omega t} = \dot{A} e^{2j\omega t}$, con $\dot{A} = V I e^{-j\varphi}$,
che è un vettore rotante a velocità angolare (o pulsazione) doppia di quella comune a tensione e corrente. Tale fasore rappresenta la potenza fluttuante, ed ha modulo pari alla potenza apparente.

nota: potrebbe sembrare di poter scrivere che $\dot{A}$ è il coniugato della potenza complessa, ma il valore trovato dipende dal sistema di riferimento per le fasi. Per essere più generali, dobbiamo scrivere

$$\begin{aligned}\dot{V} &= V e^{j(\omega t + \alpha)} = V e^{j\alpha} e^{j\omega t} \\ \dot{I} &= I e^{j(\omega t + \beta)} = I e^{j\beta} e^{j\omega t} \\ \dot{P}_f &= \dot{V} \dot{I} = V e^{j\alpha} e^{j\omega t} I e^{j\beta} e^{j\omega t} = V I e^{j(\alpha + \beta)} e^{2j\omega t} = \dot{A} e^{2j\omega t} \\ \dot{A} &= V I e^{j(\alpha + \beta)}\end{aligned}$$

nella trattazione precedente si è assunto $\alpha = 0$; $\beta = -\varphi$

La potenza fluttuante trifase è la somma di quella delle tre fasi

$$\dot{P}_f = \dot{E}_1 \dot{I}_1 + \dot{E}_2 \dot{I}_2 + \dot{E}_3 \dot{I}_3$$

Sostituendo ai vettori la loro scomposizione nelle componenti simmetriche, sviluppando i calcoli, si arriva alla

$$\dot{P}_f = 3 \dot{E}_0 \dot{I}_0 + 3 \dot{E}_d \dot{I}_i + 3 \dot{E}_i \dot{I}_d$$

che mostra che quando $\dot{I}_0 = 0$ la potenza fluttuante è nulla, cioè la potenza istantanea è costante, se non ci sono correnti di sequenza diversa da quella delle tensioni.

Per la misura della potenza attiva con neutro accessibile si possono usare tre wattmetri inseriti tra i fili ed il neutro. Se il neutro non è accessibile, quindi in un sistema accessibile, si usano due wattmetri in inserzione Aron.



Sguarniche

Estratto da <https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:dissimmetria-2>

"<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:dissimmetria-2>"