



Zeno Martini (admin)

LA RESISTENZA EQUIVALENTE: QUESTA SCONOSCIUTA!

24 October 2012

La maggior parte degli studenti dimentica la **definizione di resistenza equivalente**, o nemmeno la legge, e ne confonde il calcolo con la ricerca di serie e paralleli, che a volte diventa disperata, specie quando ci sono quei malvagi collegamenti equipotenziali. Quando non ci sono né **serie** né **paralleli** il marasma è totale e l'unica via d'uscita è inventarli.

Alla inevitabile domanda di qual è la definizione corretta di resistenza equivalente, che in genere faccio in questi casi, ottengo spesso una risposta spazientita, generalmente completamente sbagliata. Si sente che l'interessato sta pensando: " **ma che vuole costui?** Crede che non conosca una cosa tanto banale? Non è certo quella che mi blocca!" Tralascio gli insegnamenti di forum che regolarmente ricevo. Qualcuno poi, per zittirmi, e dimostrarmi che sa benissimo di cosa sto parlando, mi spedisce un [link](#) con la definizione. Il fatto curioso è che quella pagina l'ho scritta io mentre chi me la linka nemmeno l'ha letta.

Tanto per citare una recente risposta, ecco una definizione di resistenza equivalente che mi è stata data:

E' la somma delle resistenze (serie o parallelo) in cui passa corrente, in un circuito con generatori spenti(circuito aperto per quelli di corrente e cortocircuito per quelli di tensione).

Quando in testa uno si ficca una definizione del genere, non va molto lontano; non solo, ma si oppone strenuamente al tentativo che un **nonsisanemmeno chissia** (scriverebbe [Carlo Maria Manenti](#) se questo fosse uno dei suoi racconti) di estirpargliela per trapiantarvi un'erba più sana.

I concetti di serie e parallelo delle resistenze non sono le fondamenta del concetto di resistenza equivalente tra due punti, ma ne sono una applicazione. Usando i risultati di tale applicazione, si può arrivare alla determinazione di resistenza equivalente in modo piacevole ed elegante, ma solo nel caso particolare in cui siano presenti solo serie e paralleli di resistenze nella rete. In generale non è così e si arriva spesso a reti dove non ci sono né serie né paralleli. Sempre applicando il concetto di resistenza equivalente, è un ostacolo che si supera ricorrendo alla trasformazione stella-triangolo.

In genere quindi per calcolare una resistenza equivalente si ricorre a successive trasformazioni della rete individuando serie e paralleli, finché ci sono, e trasformando stelle in triangoli o viceversa, quando non ci sono né paralleli né serie.

La definizione fondamentale è tuttavia molto semplice:

data una rete passiva, quindi priva di generatori (se ci sono, i generatori indipendenti (o ideali) di tensione vanno sostituiti con un cortocircuito, quelli di corrente con un bipolo aperto) la resistenza equivalente tra due suoi qualsiasi punti A, B è il rapporto tra la tensione applicata tra quei due punti e la corrente che entra dal terminale positivo.

Quindi

$$R_{AB} = \frac{V_{AB}}{I}$$

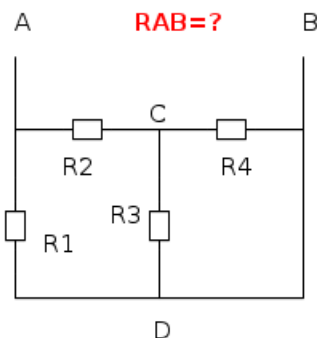
Quali leggi occorre conoscere per effettuare questo calcolo? La risposta è semplicissima: i due principi di Kirchhoff.

Non occorre sapere nulla di paralleli e serie né di stelle e di triangoli. Solo KVL e KCL, rispettivamente la legge di Kirchhoff per le tensioni e quella per le correnti. Questo ovviamente non significa che non si devono imparare anche i concetti di serie, parallelo, stella, e triangolo, ma serve per capire cos'è e qual è il metodo universale per calcolare una resistenza equivalente.

Vediamolo con un

Esercizio

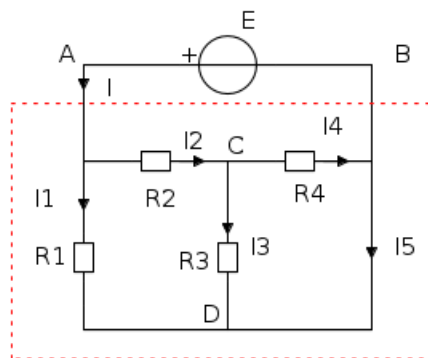
Calcolare la resistenza equivalente vista dai terminali A e B.



Si dice sempre "vista dai terminali" ma gli occhi che la devono vedere non sono i nostri, e non sono nemmeno occhi, ma sono i poli di un generatore elettrico.

Inseriamo dunque tra A e B un generatore

ad esempio ideale di tensione, di valore qualsiasi E , quindi $V_{AB} = E$, e calcoliamo la corrente da esso erogata. Facciamo quindi il rapporto tra tensione e corrente e siamo apposto!,(scriverebbe chi non controlla se tale parola esiste sul vocabolario). Potremmo indifferentemente inserire un generatore ideale di corrente, quindi calcolare la tensione ai suoi capi. Caso per caso può essere conveniente, nel senso che ci saranno meno calcoli da fare, l'uno o l'altro. Ma per il momento questo non ci interessa.



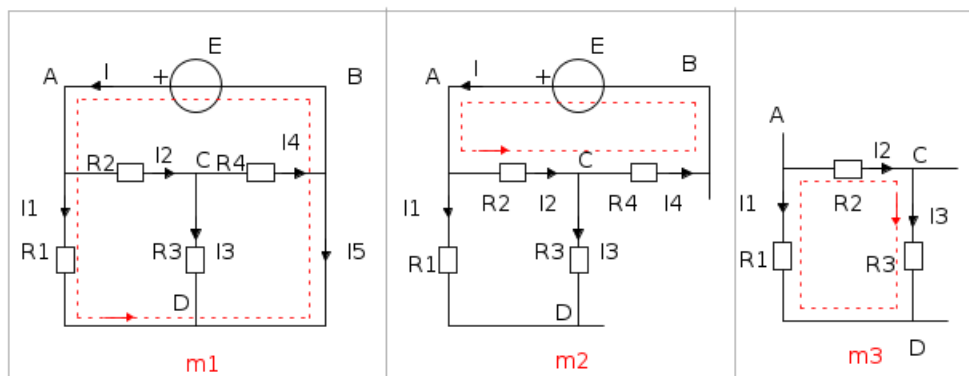
Il sistema risolutivo

Come detto conosciamo solo i principi di Kirchhoff, nient'altro, e solo nella loro forma originaria, nessuna scorciatoia, niente. Insomma vogliamo farci del male, come si vedrà, con i passaggi matematici, ma a fin di bene si spera.

La rete ha fisicamente quattro nodi e tre sono le maglie indipendenti. Le equazioni da scrivere per determinare tutte le correnti sono sei: tre ai nodi con KCL e tre alle maglie con KVL

$$\left(\begin{array}{ll} I - I_1 - I_2 = 0 & \text{A} \\ I_2 - I_3 - I_4 = 0 & \text{C} \\ I_4 - I - I_5 = 0 & \text{D} \\ I_1 = \frac{E}{R_1} & \text{m1} \\ R_2 I_2 + R_4 I_4 = E & \text{m2} \\ R_3 I_3 - R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0 & \text{m3} \end{array} \right.$$

Le maglie considerate sono indicate nei tre schemi seguenti. Si passa da una rete all'altra togliendo un ramo a quella che precede.



Nota: in realtà, dal punto di vista elettrico i nodi effettivi, cioè con diverso potenziale, sono tre in quanto B e D coincidono: il collegamento fisico tra di essi è equipotenziale. L'equazione al nodo

D si può ignorare se la corrente nel collegamento equipotenziale non ci interessa, come nel nostro caso.

Soluzione del sistema per sostituzione

(che è un po' come esagerare nella tortura dei passaggi matematici :))

Ignorando, come detto, l'equazione D, L'espressione di I_1 che ricaviamo dalla m1, la sostituiamo nelle altre quattro equazioni

$$I - \frac{E}{R_1} - I_2 = 0$$

$$I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$R_2 I_2 + R_4 I_4 = E$$

$$R_3 I_3 - E + R_2 I_2 = 0$$

Ricaviamo I_2 dalla prima e sostituiamo nelle altre tre

$$I - \frac{E}{R_1} - I_3 - I_4 = 0$$

$$R_2 \left(I - \frac{E}{R_1} \right) + R_4 I_4 = E$$

$$R_3 I_3 - E + R_2 \left(I - \frac{E}{R_1} \right) = 0$$

Ricaviamo I_4 dalla prima e sostituiamo nelle altre due

$$R_2 \left(I - \frac{E}{R_1} \right) + R_4 \left(I - \frac{E}{R_1} - I_3 \right) = E$$

$$R_3 I_3 - E + R_2 \left(I - \frac{E}{R_1} \right) = 0$$

Ora ricaviamo I_3 dalla seconda

$$I_3 = \frac{E}{R_3} - \frac{R_2}{R_3} I + E \frac{R_2}{R_3 R_1}$$

e sostituiamo nella prima

$$R_2 I - E \frac{R_2}{R_1} + R_4 I - E \frac{R_4}{R_1} - E \frac{R_4}{R_3} + \frac{R_4 R_2}{R_3} I - E \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} = E$$

Facciamo un po' d'ordine raccogliendo

$$E \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_1} + \frac{R_4}{R_3} + \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \right) = I \left(R_2 + R_4 + \frac{R_4 R_2}{R_3} \right)$$

$$E \left(\frac{R_3 R_1 + R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_1 R_4 + R_4 R_2}{R_3 R_1} \right) = I \left(\frac{R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_4 R_2}{R_3} \right)$$

Ricaviamo finalmente la resistenza equivalente

$$R_{AB} = \frac{E}{I} = \frac{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_3 R_4 + R_4 R_2 R_1}{R_3 R_1 + R_2 R_3 + R_3 R_4 + R_1 R_4 + R_4 R_2}$$

Esaminiamo la formula

Ma che espressione strana, forse si penserà.

Manipoliamola un po'

$$R_{AB} = \frac{R_1(R_2R_3 + R_3R_4 + R_4R_2)}{R_3R_1 + R_2R_3 + R_3R_4 + R_1R_4 + R_4R_2} =$$

$$= \frac{R_1[R_2(R_3 + R_4) + R_3R_4]}{R_1(R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4) + R_3R_4} =$$

$$= \frac{\frac{R_1[R_2(R_3 + R_4) + R_3R_4]}{R_3 + R_4}}{\frac{R_1(R_3 + R_4) + R_2(R_3 + R_4) + R_3R_4}{R_3 + R_4}}$$

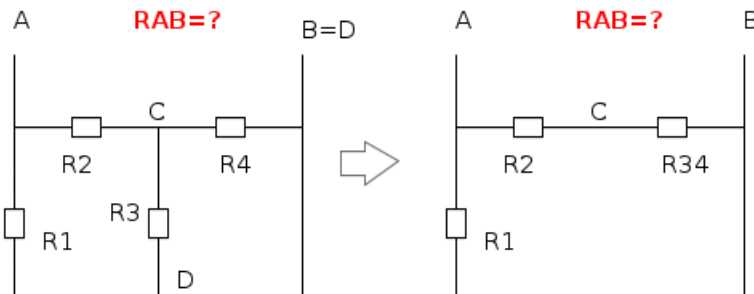
quindi

$$R_{AB} = \frac{R_1 \left(R_2 + \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4} \right)}{R_1 + R_2 + \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4}}$$

Ma

$$R_{34} = \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4}$$

se sfogliamo un testo di elettrotecnica, vediamo che è la formula del parallelo per le due resistenze R_3 ed R_4 ; e si dà il caso che esse siano proprio in parallelo nel circuito! Entrambe sono infatti collegate tra i punti C e B.



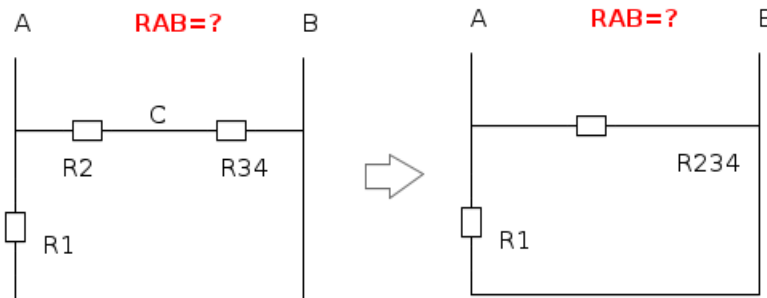
quindi possiamo scrivere

$$R_{AB} = \frac{R_1 (R_2 + R_{34})}{R_1 + R_2 + R_{34}}$$

ma

$R_2 + R_{34}$ è la formula per la serie di R_2 ed R_{34}

E anche stavolta si dà il caso che siano in serie nel circuito!



quindi possiamo scrivere

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_{234}}{R_1 + R_{234}}$$

Ma questo è il parallelo tra R_1 ed R_{234} che sono effettivamente in parallelo

Conclusione

Ah, ecco perché avremmo potuto seguire la strada più comoda della successiva ricerca di serie e paralleli! (& company, cioè conversione stella-triangolo eventuali!)

Quello mostrato è però il metodo generale per determinare la resistenza equivalente.

Non è in genere la strada più bella, ma è quella che porta **sempre** al risultato.

E' il punto di partenza, ma abbiamo scoperto l'acqua calda, come si dice: le definizioni sono sempre il punto di partenza, il reset da cui ripartire ogni volta che i nostri neuroni non riescono a generare sinapsi per circuiti che appaiono complicati.

Non so se questo articolo può essere utile per imprimere nella mente di un nuovo elettrotecnico cos'è la resistenza equivalente. Ad ogni modo ci ho provato. Avrò se non altro un nuovo link per i prossimi utenti che si ostineranno a non voler impararne la definizione mentre un turbine di serie, paralleli, stelle e triangoli balla davanti ai loro occhi.

Esercizi Aggiunti

- [Resistenza equivalente con trasformatore ideale](#)

Documenti storici

- [Documenti](#)

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:la-resistenza-equivalente-2>"