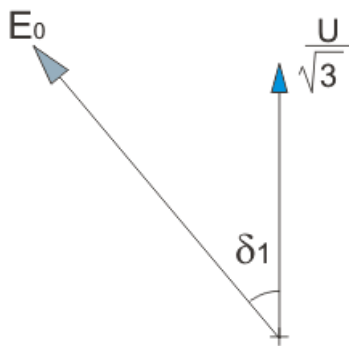


Zeno Martini (admin)

OSCILLAZIONI PENDOLARI DI UNA MACCHINA SINCRONA

25 October 2008



Diagrammi vettoriali

Di che si tratta

Quando una macchina sincrona è in parallelo ad una rete, la coppia elettromagnetica, resistente nel caso di funzionamento come generatore, motrice nel caso di funzionamento come motore, quella che, moltiplicata per la velocità angolare, dà la potenza trasformata da meccanica in elettrica o viceversa, è calcolabile con l'espressione

$$C = \frac{p}{\omega} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U \cdot E_0}{X_s} \cdot \sin \delta$$

- p : numero di coppie polari
- ω : pulsazione di rete
- U : tensione di rete
- E_0 : tensione di fase a vuoto
- X_s : reattanza sincrona
- δ : angolo elettrico tra i vettori rappresentativi di E_0 ed $\frac{U}{\sqrt{3}}$

A regime, se si prescinde dalle perdite, la coppia elettromagnetica resistente del generatore è uguale alla coppia motrice del motore primo. Se quest'ultima subisce un'improvvisa diminuzione, la coppia elettromagnetica deve pure diminuire. Ciò implica una diminuzione dell'angolo δ . La

nuova situazione di regime non è raggiunta però istantaneamente, ma solo dopo una serie di oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio finale, per l'inerzia delle masse rotanti. Se la situazione iniziale è rappresentata dall'angolo δ_1 mentre quella finale dall'angolo δ_2 , nei grafici che si succedono nel tempo, l'angolo δ tra la tensione a vuoto della macchina e la tensione di rete varia fino ad assestarsi sulla posizione finale.

Qualitativamente

Se la coppia motrice diminuisce bruscamente il rotore rallenta, quindi la sua velocità diventa inferiore a quella di sincronismo e l'angolo δ diminuisce. Nel momento in cui l'angolo raggiunge il valore per cui la coppia elettromagnetica è uguale alla nuova coppia motrice, la velocità di rotazione è ancora minore di quella di sincronismo, per cui δ diminuisce ancora, per l'inerzia del rotore. La coppia elettromagnetica resistente diventa perciò minore della coppia motrice ed il rotore accelera, ritornando alla velocità di sincronismo quando l'angolo è inferiore a δ_2 . La coppia motrice, ancora superiore alla resistente, continua ad accelerare il rotore che supera la velocità di sincronismo. L'angolo allora aumenta, ma per $\delta = \delta_2$ la velocità del rotore è superiore a quella di sincronismo per cui l'angolo δ continua ad aumentare. Aumentando, la coppia resistente diventa maggiore della motrice. Il rotore perciò rallenta e l'angolo δ torna ad un certo punto a diminuire. Gli scostamenti dell'angolo δ in un senso e nell'altro, rispetto al valore finale δ_2 , progressivamente, per la perdita di una parte dell'energia cinetica, si riducono finché è raggiunta la posizione finale di equilibrio.

Quantitativamente

L'analisi quantitativa è piuttosto complessa. Si tratta di analizzare un transitorio che dà luogo ad un sistema di equazioni differenziali non lineari risolvibile solo per via numerica, quindi mediante simulazione al calcolatore. Alcuni parametri poi non sono certo di facile determinazione, come ad esempio il coefficiente d'attrito, che svolge un ruolo determinante, come si vedrà, nell'ampiezza e nella durata delle oscillazioni. Ricaveremo qui una soluzione analitica semplificata, didatticamente utile ma che dal punto di vista pratico, può solo dare indicazioni di massima, con l'assunzione di alcune

Ipotesi semplificative

- macchina a poli lisci, non satura priva di perdite elettriche
- regime elettrico lentamente variabile per cui si possa assumere come valore della coppia resistente quello della formula scritta in precedenza
- piccoli valori dell'angolo di scostamento δ rispetto alla posizione di equilibrio.

Modello matematico

Consideriamo allora una macchina che soddisfi le precedenti ipotesi, funzionante a regime, alla velocità di sincronismo. La coppia motrice, C_{m1} fornita dal motore primo, è uguale alla coppia resistente C_{r1} offerta dalla macchina.

$$C_{m1} = C_{r1}$$

La coppia resistente comprende la coppia elettromagnetica dovuta al carico elettrico, quindi all'energia trasferita alla rete, C_1 , ed una coppia, diciamo genericamente di attrito, che tiene conto di ogni tipo di perdita di energia: attriti meccanici e perdite elettriche nel ferro e nel rame. Consideriamo tale coppia proporzionale alla velocità. Quindi, indicando con b un coefficiente di attrito e con Ω_1 la velocità di sincronismo, scriveremo

$$C_{r1} = C_1 + b \cdot \Omega_1$$

con

$$C_1 = \frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U \cdot E_0}{X_s} \cdot \sin \delta_1$$

essendo

$\omega_1 = p \cdot \Omega_1$ la pulsazione elettrica e δ_1 l'angolo di coppia nella condizione di regime

La variazione di coppia implica una variazione di velocità. L'equazione del moto diventa allora la seguente

$$J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} + C_r(t) = C_m(t)$$

con

J : momento di inerzia

$\Omega(t), C_r(t), C_m(t)$

rappresentano, rispettivamente, velocità, coppia resistente e coppia motrice. Non siamo in grado di esprimerle analiticamente, ma solo di dire che devono soddisfare alla precedente equazione differenziale.

Possiamo però porre

$$\Omega(t) = \Omega_1 + \Delta\Omega(t)$$

$$C_r(t) = C_{r1} + \Delta C_r(t)$$

$$C_m(t) = C_{m1} + \Delta C_m(t)$$

e sostituire le precedenti espressioni nell' equazione. Si ottiene

$$J \cdot \frac{d(\Omega_1 + \Delta\Omega(t))}{dt} + C_r + \Delta C_r(t) = C_{m1} + \Delta C_m(t)$$

che, tenendo conto dell'uguaglianza a regime diventa

$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega(t)}{dt} + \Delta C_r(t) = \Delta C_m(t)$$

con

$$\Delta C_r(t) = b \cdot \Delta\Omega(t) + \Delta C(t)$$

dove

$\Delta C(t)$ è la variazione della coppia elettromagnetica relativa alla variazione dell'angolo di sfasamento δ

cioè

$$\Delta C(t) = C(t) - C_1$$

ricavabile con lo sviluppo in serie di Taylor della funzione incognita $C(t)$, nell'intorno della condizione di regime, trascurando i termini oltre il secondo:

$$\Delta C(t) = \left(\frac{dC}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_1} \cdot \Delta\delta$$

Posto dunque

$$C_s = \left(\frac{dC}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_1} = \frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U \cdot E_0}{X_s} \cdot \cos \delta_1$$

detta **Coppia sincronizzante**

e

$$\Delta\Omega = \frac{\omega - \omega_1}{p} = \frac{1}{p} \cdot \frac{d\Delta\delta}{dt}$$

si ottiene, sostituendo, l'equazione differenziale

$$\frac{d^2(\Delta\delta)}{dt^2} + \frac{b}{J} \cdot \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + \frac{C_s \cdot p}{J} \cdot \Delta\delta = \frac{p}{J} \cdot \Delta C_m$$

Applicando la trasformata di Laplace e considerando come grandezza d'uscita la variazione dell'angolo di coppia rispetto all'iniziale condizione di regime, $\Delta\delta$ e come ingresso la variazione della coppia motrice ΔC_m , ricaviamo la funzione di trasferimento:

$$\frac{\Delta\delta}{\Delta C_m} = \frac{\frac{p}{J}}{s^2 + \frac{b}{J} \cdot s + \frac{C_s \cdot p}{J}}$$

Si tratta di un sistema del secondo ordine definito in [Sistemi e parole](#) e simulato in [Impariamo a simulare](#).

La pulsazione naturale, come definita ai precedenti link, e lo smorzamento sono dati rispettivamente da

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_s \cdot p}{J}}$$

$$\zeta = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{C_s \cdot p \cdot J}}$$

Il comportamento di un sistema del secondo ordine è descritto nel secondo dei link indicati.

Esempio

Useremo ora l'applicazione Scicos di Scilab per esaminare il comportamento di un alternatore in parallelo alla rete conseguente ad una brusca variazione della coppia motrice.

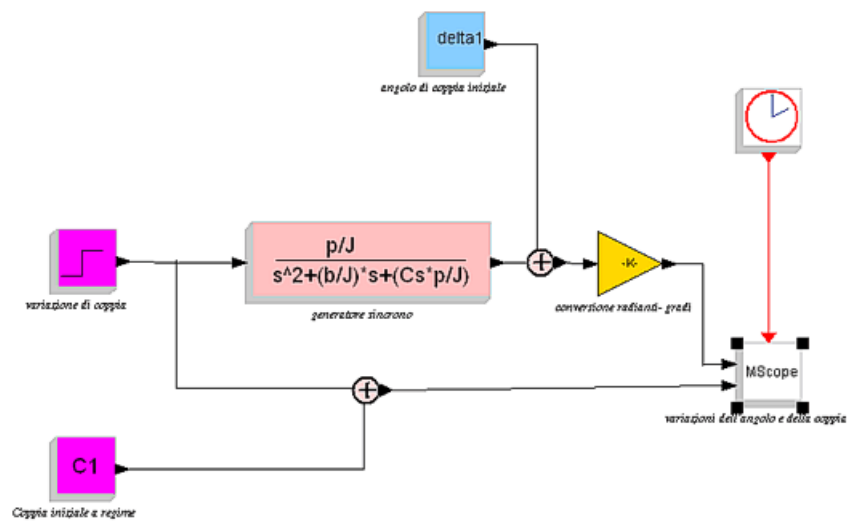
Le caratteristiche dell'alternatore sono:

- $f = 50 \text{ Hz}$; (frequenza)
- $p = 2$; (coppie polari)
- $J = 654 \text{ kg m}^2$ (momento di inerzia)
- $X_s = 18 \Omega$ (reattanza sincrona)

- $P_E = 750 \text{ kW}$ (potenza attiva erogata a regime)
- $E_0 = 4771 \text{ V}$ (tensione di fase a vuoto)
- $U = 6000 \text{ V}$ (tensione di linea)

Non è invece facile stabilire il valore di $\mathbf{b}$, che determina lo smorzamento delle oscillazioni (basti pensare che con $\mathbf{b}=0$, le oscillazioni permarrebbero per un tempo indefinito. Generalmente $\mathbf{b}$ è tale che $\zeta < 1$, ed anche di molto. La presenza di circuiti di smorzamento contribuisce ad aumentarne notevolmente il valore.

Lo schema a blocchi disegnato con Scicos è il seguente



Schema a blocchi

Il codice che consente l'introduzione dei dati (accessibile dal menu *Diagram->Context* (occorre avere installato **Scilab 4.1.2**, lanciarlo; scegliere l'applicazione *Scicos*; caricare il file *OscPendSinc.cos* che si trova in [questo file zip](#) e che deve essere estratto e posto in una directory per poter essere caricato con File-Apri, una volta lanciato Applicazioni-Scicos dalla finestra di Scilab) è

```
PE=1000*evstr(x_dialog('Potenza attiva erogata (kW) ','750'));
J=evstr(x_dialog('Momento di inerzia: J (kg m^2) ','654'));
Xs=evstr(x_dialog('Reattanza sincrona: Xs (ohm) ','18'));
w1=2*pi*(evstr(x_dialog('frequenza di rete: f (Hz) ','50'))); //pulsazione elettrica
p=(evstr(x_dialog('numero di poli','4')))/2;

w1m=w1/p; //pulsazione meccanica
U=evstr(x_dialog('tensione di rete: U (V) ','6000'));
E0=evstr(x_dialog('tensione di fase a vuoto: E0 (V) =','4771'));
```

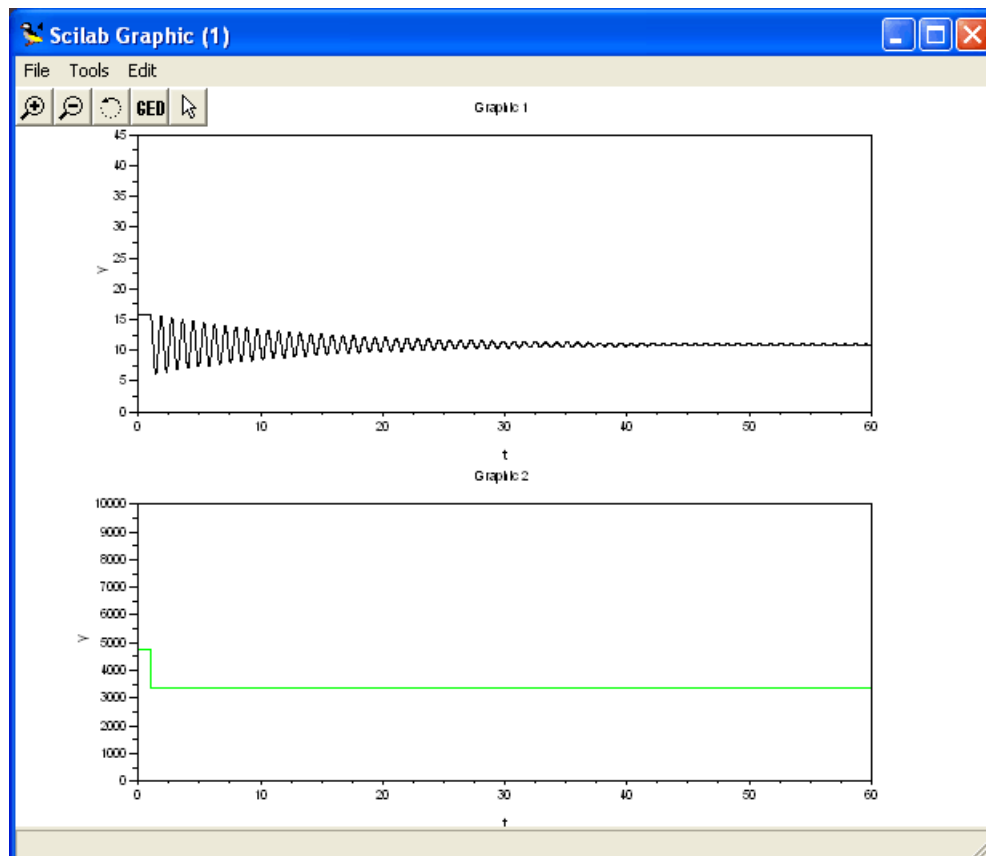
```

C1=PE/w1m;//Coppia elettromagnetica iniziale
DCm=C1*evstr(x_dialog('variazione della coppia (%) =',' -30'))/100;//variazione % della
delta1=asin(C1*w1*Xs / (p*sqrt(3)*U*E0)); //angolo di potenza iniziale
Cs=p*sqrt(3)*U*E0*cos (delta1)/ (w1*Xs);//coppia sincronizzante
K = p / J; //guadagno statico
Wn=sqrt(Cs*p / J); //pulsazione propria;
Dz=2*sqrt(Cs*p*J);
b=evstr(x_dialog('b =','100'));//coefficiente di attrito
zeta=b /Dz;//Smorzamento
X=2*Wn*zeta;
W=Wn^2;
wz=Wn*sqrt(1-zeta^2);//pulsazione effettiva
T= 1 / (wz*zeta);//costante di tempo

```

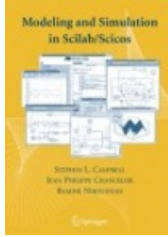
Ed ecco nel seguente grafico, le oscillazioni pendolari che si ottengono con $b=100$ per una diminuzione di coppia del 30%.

Dopo aver caricato il file detto in Scicos, i grafici si ottengono con *Simulate*->*Run*. Con *Simulate* – *Eval* si possono variare i parametri, ad esempio b . Si può vedere che se $b=0$ le oscillazioni continuano all'infinito.



Grafici: 1 Angolo di coppia ($^{\circ}$) 2: Coppia (N m)

Bibliografia e link

		
Macchine elettriche rotanti M.Andriollo-G. Martinelli - A. Morini <i>Ed.Libreria Cortina PD</i>	Appunti di Macchine elettriche Ciro di Piero <i>Ed Cleup</i>	Modeling and simulation in Scilab/Scicos S.L. Capmpbell-J.P. Chancelier-Ramine Nikoukham <i>ed. Springer</i>

- [Introduction to Scilab](#) - scaricabile dal sito [Scilab.org](http://www.scilab.org)

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:oscillazionipendolari>"