



Zeno Martini (admin)

TRASFORMATORE DYN CON FILO DI LINEA INTERROTTO

10 January 2012

"Cosa succede in un trasformatore di distribuzione MT/bt con collegamento DYn, se in media tensione si interrompe un filo di linea?". E' la domanda arrivata nel forum qualche tempo fa. L'articolo illustra con dettagli matematici e grafici la risposta.

Risposta

L'alimentazione del primario diventa monofase con tensione pari alla concatenata. Un avvolgimento primario è alimentato da tale tensione e risulta in parallelo agli altri due avvolgimenti in serie tra loro.

Se la trasformazione avviene con tre trasformatori monofase uguali indipendenti, l'impedenza a vuoto dei due avvolgimenti in serie è il doppio di quella del singolo. La corrente a vuoto nell'avvolgimento singolo è perciò il doppio di quella nei due in serie, quindi anche i flussi magnetici e le relative tensioni indotte. Ai capi dei due avvolgimenti in serie le tensioni sono uguali e pari alla metà della concatenata, e sono in fase tra loro perché prodotte dai flussi della stessa corrente magnetizzante.

Le tensioni secondarie sono perciò dissimmetriche, due fasi hanno tensione uguale e pari alla metà di quella della terza fase. Anche se il carico secondario è costituito da tre impedenze uguali, risulta un assorbimento squilibrato di correnti. La corrente in due fasi diventa la metà di quella della fase il cui primario è alimentato dalla concatenata.

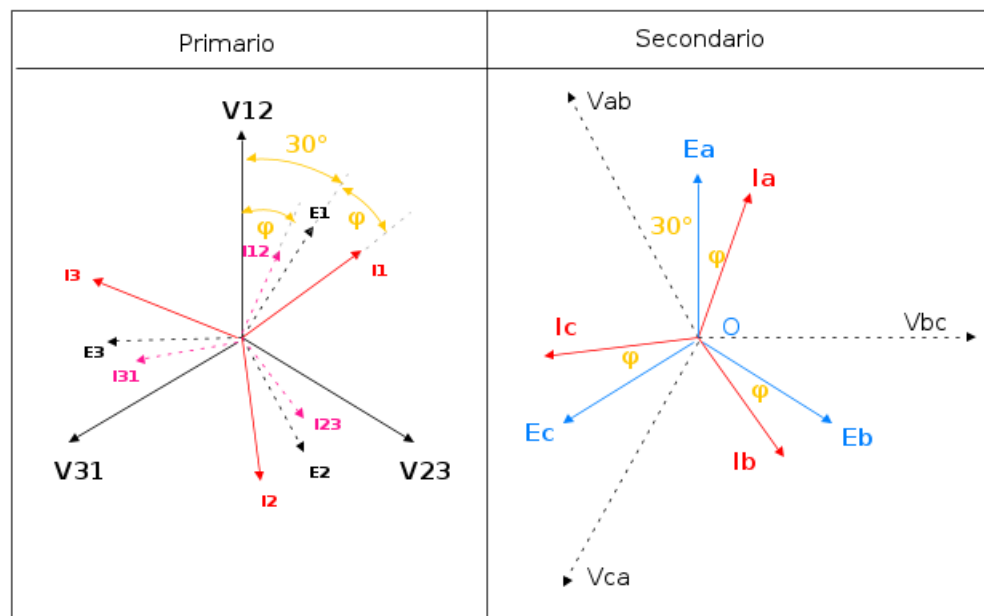
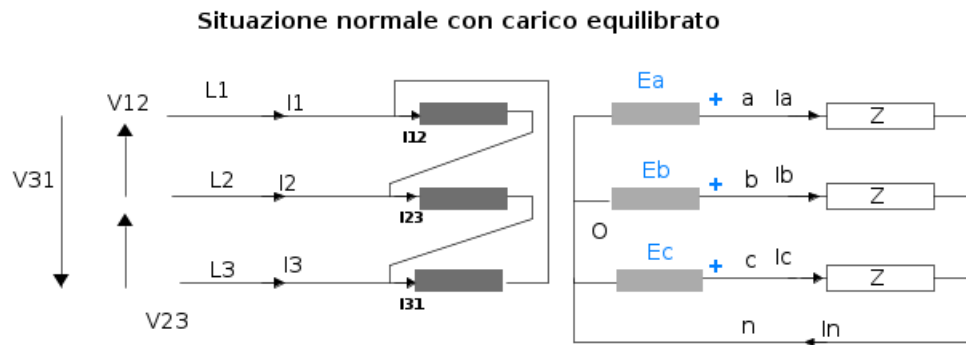
Se la trasformazione avviene con trasformatori complanari, le tensioni nei due avvolgimenti in serie dopo l'interruzione, sono diverse tra loro per la dissimmetria del circuito magnetico che rende diversi i flussi delle rispettive colonne.

Tutto avverrebbe come con i tre trasformatori indipendenti se la riluttanza dei gioghi fosse nulla. Non lo può essere, ma in genere, costruttivamente, si fa in modo che sia abbastanza inferiore a quella delle colonne.

Dettagli matematici e grafici

Consideriamo un trasformatore Dyn 1000 V / 400 V, per il quale il rapporto di trasformazione è $K = \frac{10000}{400} = 25$ mentre il rapporto spire primario/secondario è $n = \frac{N_I}{N_{II}} = K\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$

Situazione normale con carico equilibrato



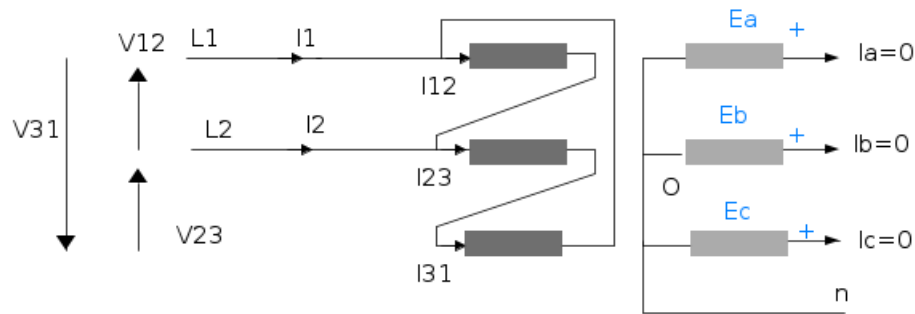
La tensione della fase a secondaria è in fase con la tensione concatenata primaria tra i fili 1 e 2. Le tre tensioni secondarie sono simmetriche, essendo simmetrica la terna delle concatenate primarie. Alimentando un carico trifase a stella di tre impedenze identiche sulle tre fasi, le correnti formano una terna equilibrata. La corrente nel neutro è nulla.

Interruzione di un conduttore di linea

Tre trasformatori monofase indipendenti

I flussi che concatenano primario e secondario di ogni fase, sono tra loro completamente indipendenti, disponendo tutti di un proprio circuito magnetico che non interferisce con gli altri.

Linea 3 interrotta: secondario aperto



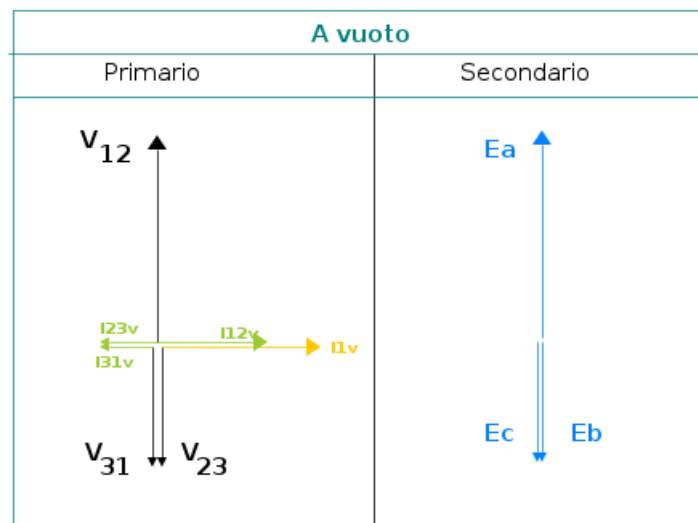
La tensione concatenata tra i fili 1 e 2 alimenta l'avvolgimento primario del trasformatore collegato a quei fili e gli altri due primari in serie tra loro. Ipotizzando, come detto, l'indipendenza magnetica dei tre trasformatori, la corrente a vuoto nell'avvolgimento singolo è il doppio di quella nei due in serie. Le tensioni ai capi dei due avvolgimenti in serie sono uguali e pari alla metà della concatenata. Si ha

$$\dot{V}_{23} = \dot{V}_{31}$$

$$\dot{V}_{12} = -\dot{V}_{23} - \dot{V}_{31} = -2\dot{V}_{23}$$

A vuoto

Considerando nulle le perdite nel ferro, quindi corrente a vuoto dell'avvolgimento in quadratura con la tensione ad esso applicata si ha



La tensione secondaria della fase *a* è il doppio ed in opposizione di fase rispetto a quella delle fasi

b e c.

$$\dot{E}_b = \dot{E}_c = -\frac{\dot{E}_a}{2}$$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_b = \dot{I}_c = 0$$

$$\dot{I}_{12,v} = \frac{\dot{V}_{12}}{\dot{Z}_0}$$

$$\dot{I}_{23,v} = \dot{I}_{31,v} = \frac{\dot{V}_{23}}{\dot{Z}_0} = -\frac{\dot{I}_{12,v}}{2}$$

$$\dot{I}_{1v} = \dot{I}_{12,v} - \dot{I}_{31,v} = \frac{3}{2}\dot{I}_{12,v} = -\frac{3}{2} \cdot 2\dot{I}_{23,v} = -3\dot{I}_{23,v}$$

$$\dot{I}_{1v} = -\dot{I}_{2v}$$

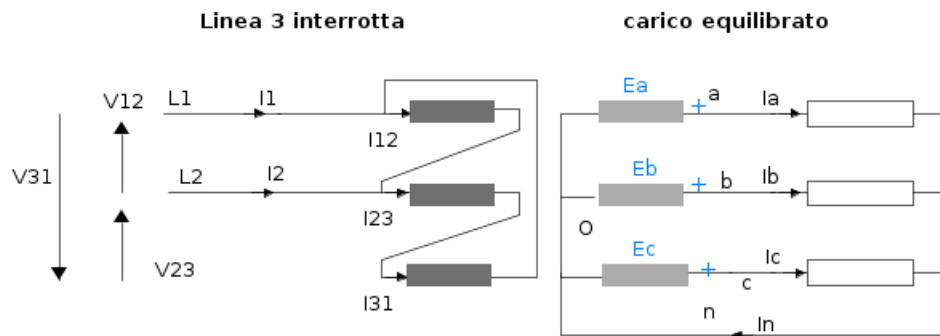
$$\dot{V}_{ab} = \dot{E}_a - \dot{E}_b = 1,5\dot{E}_a = -\dot{V}_{ca}$$

$$\dot{V}_{bc} = \dot{E}_b - \dot{E}_c = 0$$

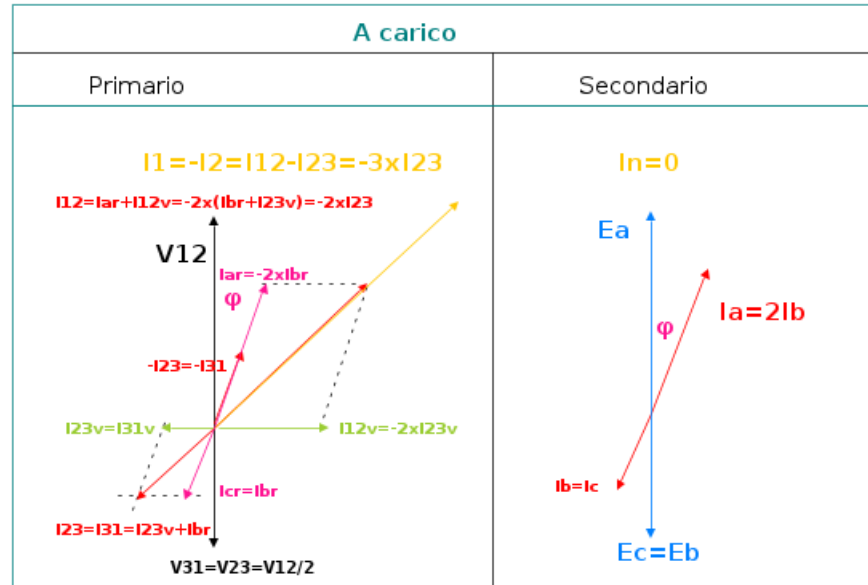
Per il trasformatore di esempio

$$E_a = \frac{V_{12}}{n} = \frac{10000}{25\sqrt{3}} = 231V$$

A carico



Per semplicità di calcolo supponiamo trascurabile la caduta interna da vuoto a carico di ogni trasformatore.



Se il carico è costituito da tre impedenze uguali, si ha

$$\begin{aligned}\dot{E}_b &= \dot{E}_c = -\frac{\dot{E}_a}{2} \\ \dot{I}_a &= \frac{\dot{E}_a}{Z} \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_b}{Z} = -\frac{\dot{E}_a}{2Z} = -\frac{\dot{I}_a}{2}\end{aligned}$$

La corrente nella fase a è il doppio ed in opposizione di fase alle correnti delle altre due fasi.

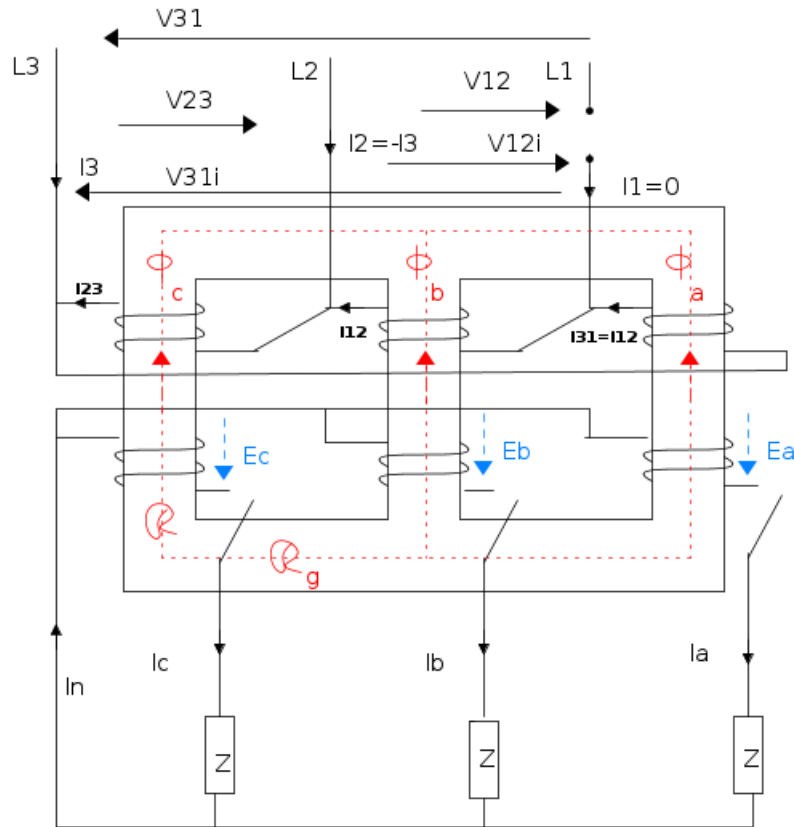
La corrente nel neutro è nulla, quindi la sua presenza non influisce sul regime delle correnti.

$$\dot{I}_n = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_a}{Z} - 2\frac{\dot{E}_a}{2Z} = 0$$

Trasformatore planare

E' il più usato. In tal caso i flussi magnetici delle tre fasi non sono indipendenti.

I flussi



Indicando con $\mathcal{R}$ la riluttanza delle colonne, con $\mathcal{R}_g$ quella dei gioghi e considerando infinita la riluttanza esterna al nucleo, applicando i principi di Kirchhoff al circuito magnetico del nucleo planare si ha

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_c &= 0 \\ (\mathcal{R} + 2\mathcal{R}_g) \dot{\Phi}_c - \mathcal{R} \dot{\Phi}_b &= N \dot{I}_{23} - N \dot{I}_{12} \\ \mathcal{R} \dot{\Phi}_b - (\mathcal{R} + 2\mathcal{R}_g) \dot{\Phi}_a &= N \dot{I}_{12} - N \dot{I}_{31}\end{aligned}$$

tenendo conto che

$$\begin{aligned}\dot{I}_{12} &= \dot{I}_{31} \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}\end{aligned}$$

si ha

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_c + \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_a &= 0 \\ (\mathcal{R} + 2\mathcal{R}_g) \dot{\Phi}_c - \mathcal{R} \dot{\Phi}_b &= N \dot{I}_{23} - N \dot{I}_{12} = N \dot{I}_2 \\ \mathcal{R} \dot{\Phi}_b - (\mathcal{R} + 2\mathcal{R}_g) \dot{\Phi}_a &= 0\end{aligned}$$

Risolvendo con Cramer

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -\mathfrak{R} & \mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g \\ -\mathfrak{R} - 2\mathfrak{R}_g & \mathfrak{R} & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = -\mathfrak{R}(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g) - (\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g + \mathfrak{R})$$

$$\Delta = -(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)(3\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ N\dot{I}_2 & -\mathfrak{R} & \mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g \\ 0 & \mathfrak{R} & 0 \end{vmatrix} = N\dot{I}_2\mathfrak{R}$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & N\dot{I}_2 & \mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g \\ -\mathfrak{R} - 2\mathfrak{R}_g & 0 & 0 \end{vmatrix} = N\dot{I}_2(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)$$

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -\mathfrak{R} & N\dot{I}_2 \\ -\mathfrak{R} - 2\mathfrak{R}_g & \mathfrak{R} & 0 \end{vmatrix} = -2N\dot{I}_2(\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_g)$$

$$\dot{\Phi}_c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = N\dot{I}_2 \frac{2(\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_g)}{(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)(3\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)}$$

$$\dot{\Phi}_b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = -N\dot{I}_2 \frac{\mathfrak{R}}{(3\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)}$$

$$\dot{\Phi}_a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = -N\dot{I}_2 \frac{1}{(\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)(3\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g)}$$

$$\frac{\dot{\Phi}_b}{\dot{\Phi}_a} = \frac{\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g}{\mathfrak{R}} = 1 + 2\frac{\mathfrak{R}_g}{\mathfrak{R}}$$

$$\frac{\dot{\Phi}_c}{\dot{\Phi}_b} = -\frac{2(\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_g)}{\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g} = -1 - \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{R} + 2\mathfrak{R}_g}$$

Le due relazioni finali mostrano che il flusso nella colonna centrale è maggiore di quello della colonna laterale corrispondente alla fase interrotta, tanto più quanto maggiore è la riluttanza dei giochi. Se tale riluttanza fosse nulla, i flussi sarebbero uguali. Il flusso nella colonna laterale corrispondente il cui avvolgimento è alimentato dalla concatenata è maggiore di quello della colonna centrale. D'altra parte tale flusso deve equilibrare la stessa tensione applicata agli altri due avvolgimenti in serie. Se la riluttanza dei giochi fosse nulla, il flusso in essa sarebbe il doppio di quello presente nelle altre due colonne.

Se la riluttanza dei giochi è un quarto di quella delle colonne

$$\mathfrak{R}_g = 0,25\mathfrak{R}$$

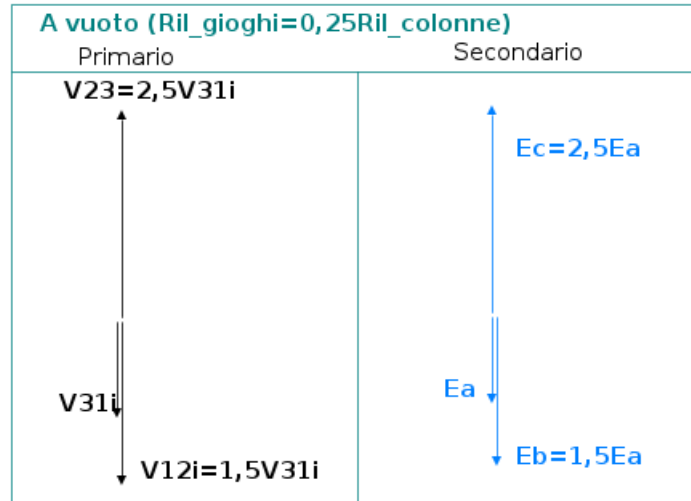
$$\frac{\dot{\Phi}_b}{\dot{\Phi}_a} = 1,5$$

$$\frac{\dot{\Phi}_c}{\dot{\Phi}_b} = -2,5$$

Diagrammi di tensioni e correnti

Le tensioni sono proporzionali ai flussi ed in quadratura di anticipo. Le relazioni di fase tra le tensioni sono allora quelle dei flussi. Si hanno, nel caso dell'ipotesi fatta sulle riluttanze, i seguenti diagrammi

A vuoto



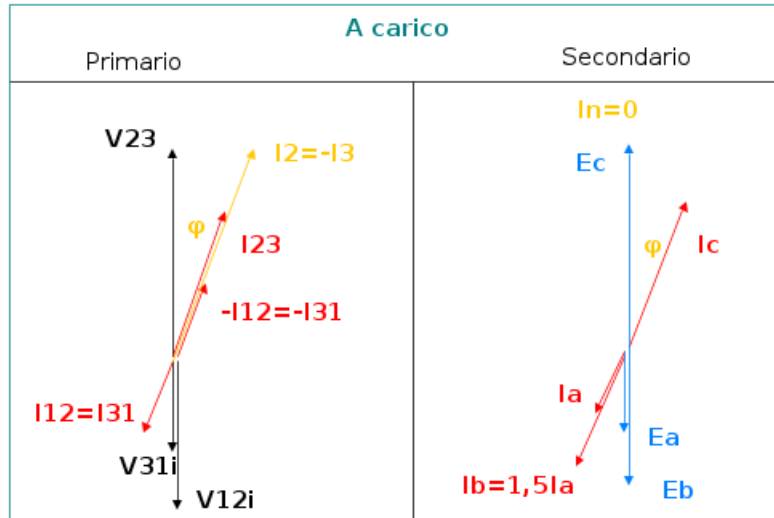
$$\begin{aligned}\dot{V}_{ca} &= \dot{E}_c - \dot{E}_a = -\frac{7}{2}\dot{E}_a \\ \dot{V}_{ab} &= \dot{E}_a - \dot{E}_b = -\frac{\dot{E}_a}{2} \\ \dot{V}_{bc} &= \dot{E}_b - \dot{E}_c = 4\dot{E}_a\end{aligned}$$

Per il trasformatore di esempio è

$$E_c = \frac{V_{23}}{n} = \frac{10000}{25\sqrt{3}} = 231V$$

A carico

Ancora, per semplicità, supponiamo trascurabile la caduta interna da vuoto a carico di ogni avvolgimento.



Posto

$$\dot{E}_a = -jE \quad \dot{E}_b = -j\frac{3}{2}E \quad \dot{E}_c = j\frac{5}{2}E$$

si può osservare che anche in questo caso la presenza del filo neutro non influisce se il carico è costituito da tre impedenze uguali. Applicando Millman si verifica infatti immediatamente che è nulla la differenza di potenziale tra il centro stella degli avvolgimenti e quello delle impedenze

$$\dot{U}_{oo'} = \frac{\frac{-jE}{Z} + \frac{-j\frac{3}{2}E}{Z} + \frac{j\frac{5}{2}E}{Z}}{\frac{3}{Z}} = \frac{-jE - j\frac{3}{2}E + j\frac{5}{2}E}{3} = 0$$

Le tre correnti si ricavano allora semplicemente così

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= -j\frac{E}{Z} \\ \dot{I}_b &= -j\frac{3}{2}\frac{E}{Z} \\ \dot{I}_c &= j\frac{5}{2}\frac{E}{Z} \end{aligned}$$

Estratto da ["http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:trasformatore-planare-trifase"](http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Admin:trasformatore-planare-trifase)