



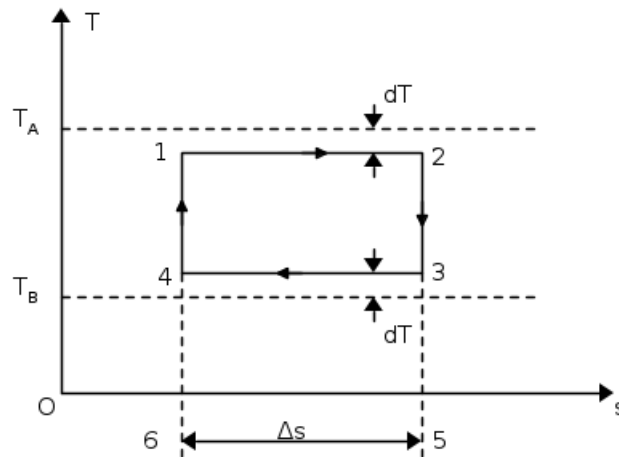
asdf

LA MACCHINA FRIGORIFERA E LA POMPA DI CALORE

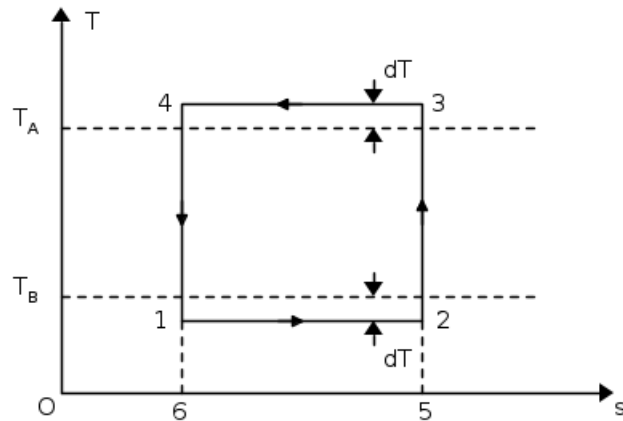
12 March 2012

Il ciclo di Carnot ... "al contrario"

Nell'[articolo](#) dedicato alla macchina termica, avevamo visto nel finale la macchina di Carnot e il ciclo che essa segue, cioè il ciclo di Carnot, che riportiamo nuovamente di seguito :



Vediamo cosa succede se si percorre il ciclo in senso antiorario.
Nella figura che segue è riportata tale situazione :



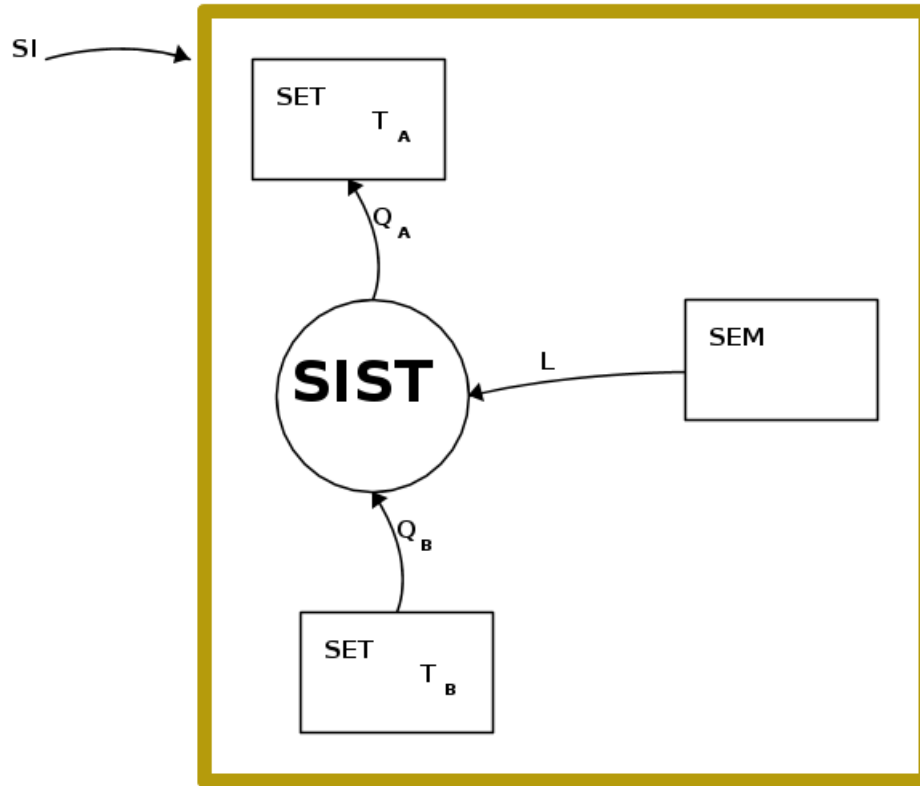
Si vede che l'area sottesa dalla isoterma superiore è diventata negativa (cioè $q_A < 0$) e quella sottesa dalla isoterma inferiore è diventata positiva (cioè $q_B > 0$) e quindi l'energia meccanica è negativa (cioè $l = q_A - q_B < 0$), cioè **è l'ambiente a fornirla al sistema**.

Tra le varie cose, si nota anche che le isoterme si trovano all'esterno delle rette che indicano i livelli di temperatura dei due SET.

Si parla, insomma, in tal caso, di **ciclo inverso** che implica una inversione per le interazioni energetiche che ci sono tra il sistema e l'ambiente.

A cosa può servire un ciclo inverso ?

Consideriamo la seguente figura :

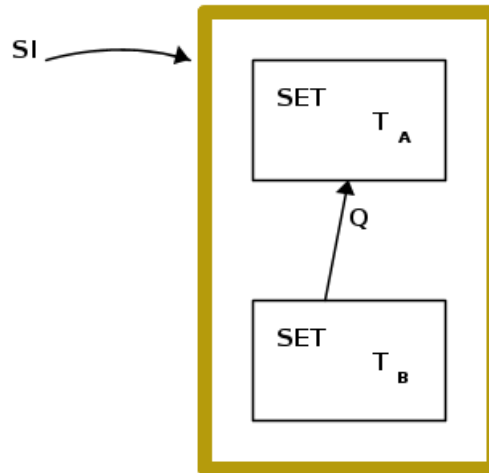


(Figura 1)

e cerchiamo di capire quale possa essere la finalità pratica di un sistema termodinamico operante in questo modo.

Vediamo, dalla figura, che è possibile fornire energia meccanica al sistema facendo fluire energia termica dal SET a temperatura minore a quello a temperatura maggiore. Ora sappiamo bene che un processo di questo tipo non può avvenire spontaneamente e quindi dobbiamo intendere, in questo caso, l'energia meccanica fornita al sistema come il **costo termodinamico** che deve essere "speso" per questo tipo di processo.

Nella figura che segue abbiamo schematizzato quello che è il passaggio (assurdo) di energia termica da un livello termico inferiore ad uno superiore :



In tal caso, la variazione di entropia del sistema complessivo isolato sarebbe :

$$\Delta SI^{SI} = \frac{Q}{T_A} - \frac{Q}{T_B} = Q \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) < 0$$

cioè si avrebbe una generazione entropica negativa e quindi una violazione della seconda legge.

Torniamo ad osservare la **Figura 1**. Ci sono applicazioni pratiche ed usuali nelle quali si vuole sottrarre o fornire con continuità energia termica ad un sistema che si trova a temperatura costante.

Consideriamo, a tal proposito, i due casi che seguono :

1. si vuole mantenere un sistema in condizioni di regime stazionario ad una temperatura che sia più bassa di quella dell'ambiente circostante, che è da considerarsi quindi come un SET. Per via della differenza di temperatura con l'ambiente, nel sistema entrerà dell'energia termica. Affinché la sua temperatura non si innalzi è necessario che la stessa energia venga, con continuità, asportata. Dato che non esistono SET a temperatura più bassa di quella del sistema, bisogna cedere questa energia all'unico SET disponibile, cioè all'ambiente circostante. Quest'ultimo, però, è a temperatura più elevata di quella del sistema.
2. si vuole mantenere un sistema in condizioni di regime stazionario ad una temperatura più elevata di quella dell'ambiente circostante, che è un SET (come detto anche nel caso precedente). Per via della differenza di temperatura con l'ambiente, dal sistema uscirà energia termica. Affinché la sua temperatura non si abbassi è necessario che la stessa energia venga,

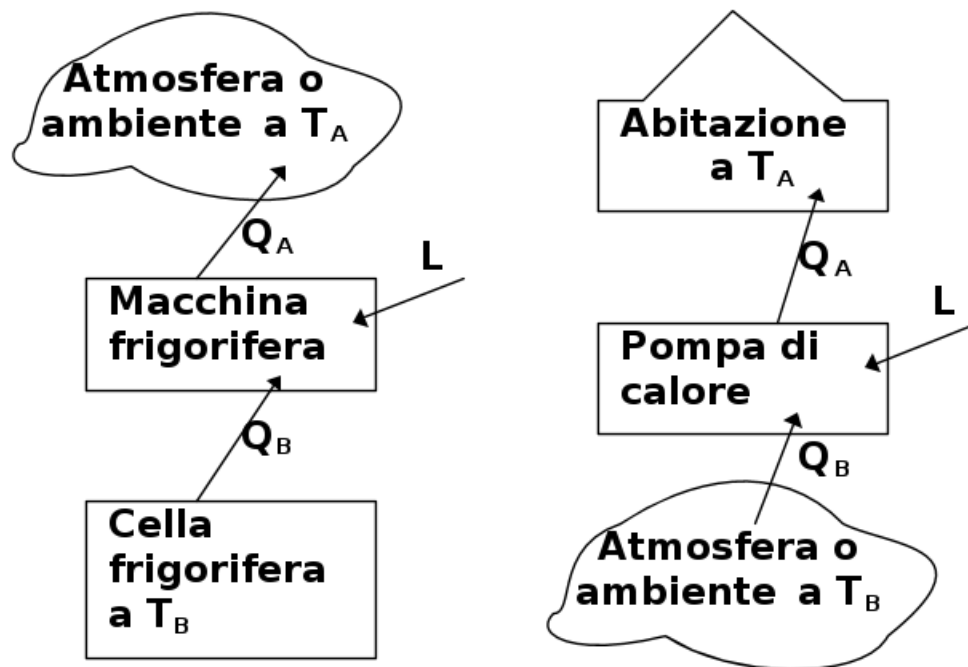
con continuità, fornita. Dato che non esistono SET a temperatura più elevata di quella del sistema, bisogna prelevare questa energia dall'unico SET disponibile, cioè dall'ambiente circostante. Quest'ultimo, però, è a temperatura più bassa di quella del sistema.

Macchina frigorifera e pompa di calore

Nel **caso 1** vogliamo mantenere a temperatura bassa il SET T_B e il SET T_A è l'ambiente. Il sistema che realizza tale compito è detto **macchina frigorifera**.

Nel **caso 2** il sistema da mantenere a temperatura elevata è il SET T_A e il SET T_B è l'ambiente. Il sistema che realizza tale compito è detto **pompa di calore**.

In sostanza lo stesso sistema termodinamico prende denominazioni differenti a seconda delle interazioni energetiche che "consente", come si vede anche dalla figura schematica che segue, in cui è riassunto quanto detto finora :



II COP

Possiamo definire un parametro adimensionale. E' il **COP**, *coefficiente di prestazione*, che permette di quantificare le prestazioni della macchina.

Esso è ovviamente differente a seconda che si parli di macchina frigorifera o di pompa di calore.

In entrambe le espressioni al numeratore vi è la **finalità** e al denominatore la **spesa**, ovviamente il tutto in termini energetici.

Di seguito scriviamo le relazioni per il COP per la macchina frigorifera e la pompa di calore :

$$COP_f = \frac{Q_B}{L} \quad (1)$$

$$COP_p = \frac{Q_A}{L} \quad (2)$$

Le prestazioni migliorano quando cresce il COP e quindi questo vuol dire due cose :

- a parità di spesa aumenta l'effetto;

oppure

- a parità di effetto diminuisce la spesa.

Scriviamo la prima legge per una superficie di controllo che racchiude la sola macchina.

Ricordiamoci che la macchina opera ciclicamente :

$$\Delta U = \Delta S = 0 \quad (3)$$

si ha quindi :

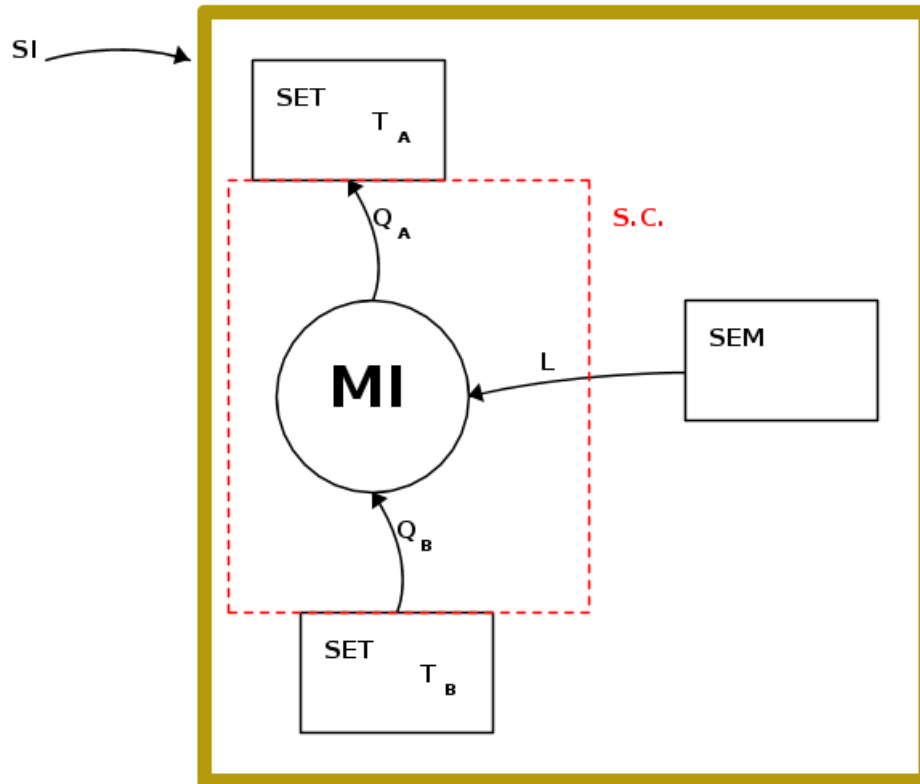
$$Q_A = Q_B + L \quad (4)$$

Si deduce quindi che la relazione tra i COP è la seguente :

$$COP_p = COP_f + 1 \quad (5)$$

Il COP reversibile

Scriviamo la seconda legge relativamente al sistema identificato dalla superficie di controllo della figura che segue (la sigla MI vuol dire **Macchina inversa**) :



$$\int \frac{\delta Q}{T} + S_{gen}^{MI} = \Delta S^{MI} \quad (6)$$

che possiamo semplificare, per via delle scelte fatte sulla superficie di controllo e per la (3), nella seguente relazione :

$$S_{gen}^{MI} = \frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B} \quad (7)$$

In base alla (4), le (1) e (2) possono essere riscritti come segue :

$$COP_f = \frac{1}{\frac{Q_A}{Q_B} - 1} \quad (8)$$

$$COP_p = \frac{1}{1 - \frac{Q_B}{Q_A}} \quad (9)$$

Se risolviamo la (7) rispetto ai rapporti delle Q e sostituendo quanto ricavato nelle (8) e (9) si ottiene :

$$COP_f = \frac{1}{\frac{T_A}{T_B} - 1 + \frac{T_A S_{gen}^{MI}}{Q_B}} \quad (10)$$

$$COP_p = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_A} + \frac{T_B S_{gen}^{MI}}{Q_A}} \quad (11)$$

Le (10) e le (11) permettono di ottenere i COP per la macchina reversibile, cioè per generazione entropica nulla :

$$COP_{f,rev} = \frac{T_B}{T_A - T_B} \quad (12)$$

$$COP_{p,rev} = \frac{T_A}{T_A - T_B} \quad (13)$$

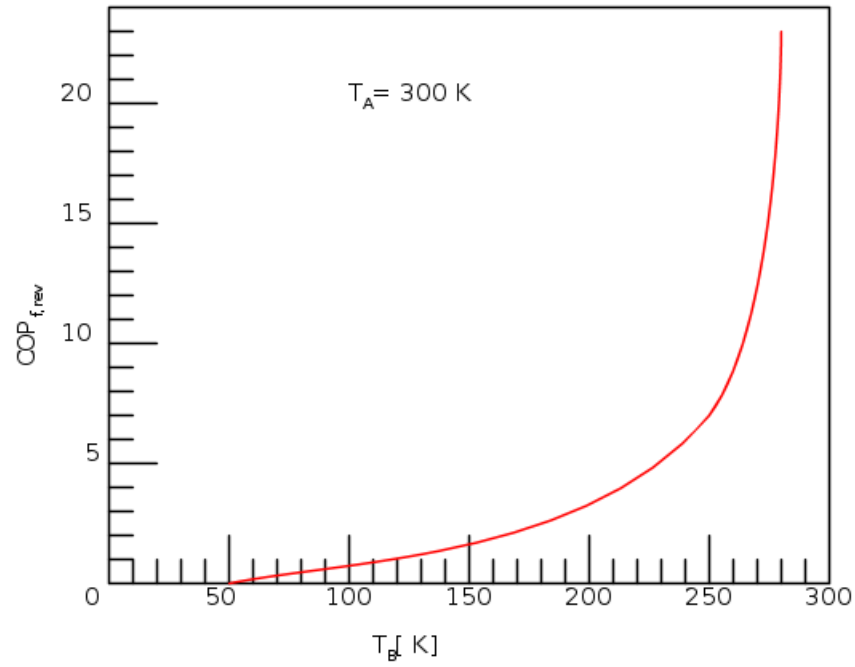
Si deduce quindi che :

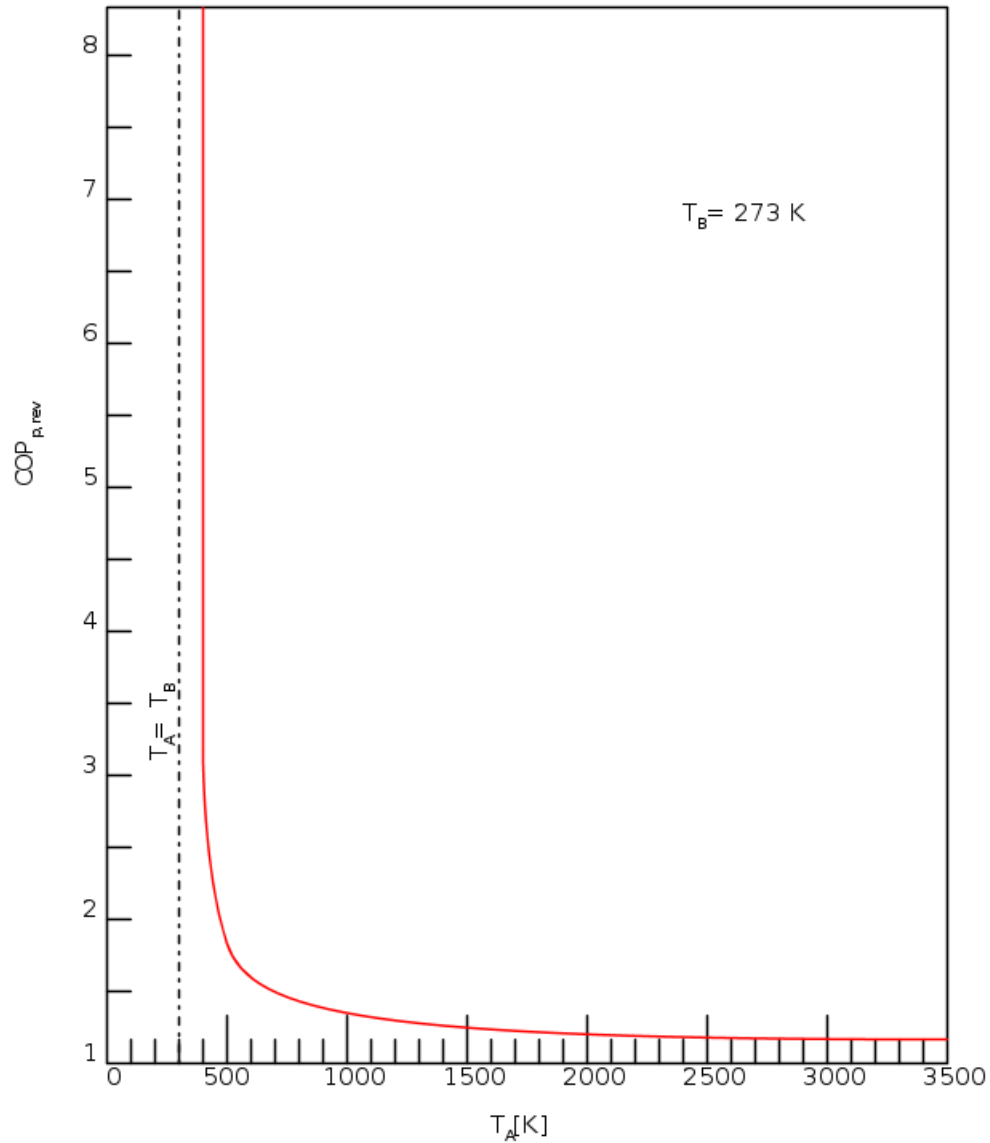
$$COP_f < COP_{f,rev}$$

$$COP_p < COP_{p,rev}$$

Da quanto detto finora, per la macchina frigorifera T_A è praticamente una costante e T_B è variabile e l'opposto accade per le pompe di calore.

Nelle figure che seguono sono visualizzabili gli andamenti di $COP_{f,rev}$ e $COP_{p,rev}$, avendo fissato per la macchina frigorifera $T_A = 300K$ e per la pompa di calore $T_B = 273K$:





Si vede che :

$$0 < COP_{f,rev} < \infty$$

$$1 < COP_{p,rev} < \infty$$

Il COP di seconda legge

Fissati i livelli termici dei due serbatoi è utile effettuare un confronto tra le prestazioni reali e quelle ideali.

Introduciamo quindi un parametro adimensionale noto come **COP di seconda legge**, o *coefficiente di prestazione di seconda legge*, pari a :

$$\xi = \frac{COP}{COP_{rev}}$$

e si ha :

$$0 < \xi < 1 \text{ .}$$

Bibliografia

Elementi di termodinamica applicata - Cesarano, Mazzei.

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Asdf:la-macchina-frigorifera-e-la-pompa-di-calore>"