



Claudio Bonechi (clavicordo)

J.S. BACH E I NUMERI

16 September 2011

Premessa

Questa volta parlerò di musica, invece che di aspetti tecnici collegati ad essa. Poiché l'argomento è di una vastità ingestibile, dirò qualcosa di un autore fondamentale per tutto l'Occidente (e ormai anche per il resto del pianeta): **Johann Sebastian Bach**. Con lui si è aperto un mondo nuovo perché rappresenta sia la sintesi di tutto il passato sia la premessa (e non solo) per tutto quello che verrà dopo, compresi i giorni nostri. Un gigante della musica, molto amato anche dai jazzisti.

L'incontro con J.S. Bach

Ne parlerò a partire dalla mia modesta esperienza personale. Mi scuso quindi per il tono un po' autobiografico.

Quando cominciai a studiare il pianoforte, all'età di 9 anni (avevo già fatto un anno di solo solfeggio, noiosissimo), i primi piccoli pezzi di Bach mi apparvero subito difficili e solo alcuni piacevoli; ma il programma li contemplava e bisognava studiarli. Erano tutti tratti dal "**Quaderno musicale di Anna Magdalena**", una raccolta di piccoli pezzi per i principianti che Bach aveva scritto nell'ambito della sua attività didattica, notoriamente intensa.

Negli anni successivi dovetti affrontare alcuni brani dalle Suites francesi e inglesi, che per la maggior parte mi rimanevano ostici e poco gratificanti. Li trovavo un po' astrusi, lontani dalla mia idea fanciullesca di musica, un'idea di musica "melodica", formatasi sulle canzoni che sentivo cantare alla radio e dalle persone che popolavano il mondo provinciale in cui vivevo (negli anni '50 specialmente le donne cantavano molto mentre lavoravano in casa).

La svolta avvenne quando, a dodici anni, nei miei giri estivi in bicicletta mi trovai nei pressi della [Basilica dell'Osservanza](#), situata poco fuori le mura di Siena, la mia città di origine.

Dalla chiesa arrivava un chiaro e invitante suono di organo.

Entra.

Era di mattina e all'interno non si vedeva nessuno. Mi avvicinai allora alla console dell'organo che si trovava dietro l'altare e vidi un frate che suonava molto abilmente, usando mani e piedi. Rimasi estasiato a guardarlo mentre mi arrivavano con grande forza le note della Toccata e Fuga in Re minore di Bach, che già conoscevo perché

me ne avevano regalato il disco. L'avevo ascoltato un po' distrattamente nella mia fonovaligia dai "bassi" totalmente assenti (ma sulla quale mi godevo anche Elvis Presley). Non mi aveva colpito: a quei tempi le passioni erano Chopin, Beethoven e Mozart. Ma ora quella musica mi travolgeva e improvvisamente mi conquistava. Appena l'esecuzione terminò mi rivolsi al frate, che mi si presentò come un uomo molto severo; tuttavia parlò un po' con me raccontandomi che Bach era il suo compositore preferito e che era compositore anche lui. Tornai poi a trovarlo e gli chiesi timidamente se poteva darmi qualche lezione di organo, strumento che mi affascinava molto. Con mia sorpresa accettò, mi prestò il metodo di M.E. Bossi e mi raccomandò in alcune chiese della città provviste di organo perché mi lasciassero studiare un po' sui loro strumenti, soprattutto per la pedaliera. Ma le lezioni, tutte gratuite, purtroppo non furono molte: un giorno mi dissero che il mio maestro era stato trasferito nel convento di un'altra città e non si sapeva se e quando sarebbe tornato.

Si trattava di [Padre Remigio De Cristofaro](#), organista e compositore, rivelatosi anche etnomusicologo, di cui ho letto che proprio quest'anno a fine agosto un paese della Puglia ha festeggiato il suo novantesimo compleanno. Nonostante la mia delusione, l'incontro con lui mi aveva fatto nascere la passione per Bach, compositore che da allora divenne per me una specie di divinità.

E in effetti a me, che a quel tempo ero ancora credente, la sua musica sembrava proprio che discendesse dal cielo! Così cominciai ad apprezzare ed amare le sue composizioni anche in ambito pianistico, soprattutto quando iniziai lo studio de *Il Clavicembalo Ben Temperato*, una raccolta fatta di due Libri, ciascuno di 24 preludi e 24 fughe in tutte le tonalità, in modo maggiore e minore; in tutto 48 preludi e 48 fughe, di cui ben la metà andavano portati all'esame di Conservatorio dell'ottavo anno di pianoforte.

Per quanto riguarda il *Clavicembalo Ben Temperato*, del problema del temperamento ho già accennato nel mio articolo [Qualche elemento di acustica musicale](#); invece bisogna dire che "Clavicembalo" è una traduzione italiana sbagliata. Il nome tedesco della raccolta infatti è *Das Wohltemperierte Klavier*, quindi quei brani si potevano (e possono) suonare con qualsiasi "tastiera", non solo quella del clavicembalo ma anche quella del clavicordo (strumento che Bach amava molto) e naturalmente quella del pianoforte, come del resto si è sempre fatto e si continua a fare in barba a certi pedanti "filologi".

La Polifonia

Ben presto mi resi conto che la musica di Bach è fortemente fondata sulla polifonia, ossia la presenza contemporanea di due o più voci che cantano, o, su uno strumento, suonano, ciascuna una propria successione di note.

I canti popolari a più voci e certi cori di montagna offrono numerosi esempi, ma i primi brani polifonici conosciuti con certezza risalgono al medioevo; la polifonia sembra essere praticata solo nella musica occidentale.

Una successione di note costruita per essere cantata, dotata di senso compiuto, viene detta "melodia". Nel contesto di un brano musicale le "voci" sono singole melodie che vengono cantate ciascuna da più cantanti contemporaneamente suddivisi in gruppi, ad esempio soprani, mezzosoprani, contralti, tenori, baritoni, bassi. Le voci venivano organizzate con varie tecniche, la più importante delle quali è il *contrappunto*, ("punctum contra punctum"), un modo di comporre nato nel secolo XI, in cui veniva prescritto che nel canto a due voci, ad ogni nota ("punctum") di una melodia doveva corrisponderne un'altra che formasse la melodia della seconda voce. Inizialmente le regole riguardavano quasi esclusivamente le voci umane, sia in ambito sacro che profano, ma poi vennero estese anche agli strumenti. Da due voci si passò poi a tre, a quattro e così via sempre a salire, fino ad arrivare nel Rinascimento a superare le trenta voci contemporanee. Sulla scia della tradizione aristotelica, la composizione musicale era sempre più considerata un gioco intellettuale in cui bisognava mettere in mostra tutta la propria abilità combinatoria. Le voci, dapprima strettamente legate una all'altra con leggi rigide, raggiunsero successivamente vari gradi di interdipendenza, via via meno stringente ma più complessa. In generale il testo cantato era lo stesso ma in certi casi venivano cantati contemporaneamente anche testi diversi.

La polifonia arriva alla piena maturità nel XVI secolo, quando però ha inizio un processo di opposizione in cui primeggia Vincenzo Galilei, il padre di Galileo, che porterà a una crescente semplificazione fino ad arrivare al canto accompagnato del melodramma ai primi del '600; all'abilità combinatoria si sostituisce l'ispirazione legata ai sentimenti suggeriti dal testo (melodramma) o, in seguito, dall'interiorità del compositore. Bach però preferisce rimanere ancorato al passato, almeno per quanto riguarda le forme, come se la profondità e la potenza della fantasia che lo contraddistinguono richiedessero un contenitore fortemente strutturato e consolidato dalla pratica secolare: nonostante ciò la sua musica appare sempre più moderna o, se si vuole, immortale. Egli assimila anche i caratteri più melodici della musica italiana (in particolare quella di Antonio Vivaldi) che riesce a fondere in modo formidabile con la severità della scuola nordica. In questo processo, non si può dire che in lui venga tagliato fuori l'aspetto affettivo, che anzi rimane sempre molto intenso anche se a volte più nascosto.

Meno nascosti (ma non sempre palesi, anzi) sono gli aspetti costruttivi delle composizioni e in particolare dei trattamenti delle melodie. Un metodo di rappresentazione grafica cartesiana del tipo $y=f(x)$ di una melodia si rivela utile per scoprirne alcune caratteristiche a colpo d'occhio. Nell'asse x si riporta il tempo, mentre sull'asse y si riporta l'altezza della nota (che in realtà sarebbe la frequenza, o meglio il suo logaritmo in base 2 a voler essere pignoli): una melodia quindi dà luogo a una successione di segmenti orizzontali lunghi quanto la durata di ciascuna nota.

Rappresentando in questo modo la melodia riportata nei due pentagrammi sottostanti, si scopre facilmente allora che il secondo pentagramma non è altro che il primo percorso all'indietro. Se ponessimo l'origine degli assi al centro, potremmo scrivere che $f(x) = f(-x)$, dove $f(x)$ è la melodia.



Imitazione e Canone

Ebbi il primo impatto con il contrappunto di Bach quando iniziai lo studio delle “Invenzioni a due voci”, una serie di piccoli pezzi da lui composti a scopo didattico sia per gli esecutori che per i compositori.

Il contrappunto prevede vari modi di accostare le voci tra loro, accomunati dalla tecnica dell'imitazione, in cui una voce ne imita un'altra o ripetendola a poca distanza temporale o trasformandola senza farle perdere la riconoscibilità. La ripetizione di una voce (una melodia) traslata nel tempo si chiama “**canone**” e sicuramente noi tutti abbiamo ascoltato qualche volta [Fra Martino campanaro](#), in cui l'unica melodia viene cantata prima da una voce, seguita dopo qualche parola da un'altra voce che canta la stessa melodia ma “in ritardo”. (La melodia è quella del secondo pentagramma della Figura 1).

L'insieme della melodia e della sua traslazione nel tempo provoca la sovrapposizione di note diverse e il loro “intervallo” può essere consonante o dissonante. L'intervallo, in musica, è la “distanza” tra una nota e un'altra misurata sulla scala DO RE MI FA SOL LA SI DO+ RE+ ..., contando anche la nota di partenza e quella di arrivo. Esso si può riferire a due note successive una all'altra oppure a due note contemporanee: in questo secondo caso si chiama “bicordo” (un accordo infatti è un insieme di bicordi). Ho indicato con un “+” le note dell'ottava sopra, ma questa è una convenzione mia applicata solo qui. Per esempio DO RE è un intervallo di seconda, mentre DO MI e RE FA sono intervalli di terza; RE LA è di quinta, RE DO+ è di settima, DO RE+ è di nona e così via.

Gli intervalli di seconda, di settima e di nona sono *dissonanti*, tutti gli altri sono *consonanti*. (In realtà le cose sono un po' più complicate perché le note complete

sono 12 e fanno la scala cromatica, mentre le sole 7 note formano la scala diatonica). Traslando "in avanti" di 4 battiti, nella parte iniziale riportata in figura le note sovrapposte sono quasi tutte consonanti. Infatti le due voci o sono all'unisono o distano di una terza; solo nel caso "le cam/mi " si ha l'intervallo di seconda FA SOL. Nelle tabelle ho riportato la realizzazione di un canone semplicissimo a 2 voci, in cui:

- La prima riga rappresenta i battiti, ossia gli inizi di intervalli di tempo tutti della stessa durata
- La seconda e la terza riga riportano le sillabe del testo da cantare, sfalsate nel tempo di 4 battiti, rispettivamente la prima e la seconda voce
- La quarta e la quinta riga riportano le corrispondenti note relative rispettivamente alla prima e alla seconda voce

Lo stesso schema ampliato vale per la Figura 4

Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na	ro	dor	mi	tu?
				Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na
DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI	DO	MI	FA	SOL
				DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI
	dor	mi	tu?			suona	le cam	pa	ne	
ro	dor	mi	tu?			dor	mi	tu?		
	MI	FA	SOL			SOL LA	SOL FA	MI	DO	
DO	MI	FA	SOL			MI	FA	SOL		

Fig.2. Traslazione di 4 battiti

Traslando di un numero diverso di battiti cambiano le sovrapposizioni:

Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na	ro	dor	mi	tu?
		Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na	ro	dor
DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI	DO	MI	FA	SOL
		DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI	DO	MI
	dor	mi	tu?			suona	le cam	pa	ne	
mi	tu?		dor	mi	tu?			suona	le cam	
	MI	FA	SOL			SOL LA	SOL FA	MI	DO	
FA	SOL		MI	FA	SOL			SOL LA	SOL FA	

Fig.3. Traslazione di 2 battiti

Come si vede anche qui è quasi tutto consonante, essendo solo due gli intervalli di seconda, quindi il canone continua a funzionare. Unendo i due esempi si ottiene un canone a 3 voci:

Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na	ro	dor	mi	tu?
		Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na	ro	dor
				Fra	Mar	ti	no	cam	pa	na
DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI	DO	MI	FA	SOL
		DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI	DO	MI
				DO	RE	MI	DO	DO	RE	MI
	dor	mi	tu?			suona	le cam	pa	ne	
mi	tu?		dor	mi	tu?			suona	le cam	
ro	dor	mi	tu?			dor	mi	tu?		
	MI	FA	SOL			SOL LA	SOL FA	MI	DO	
FA	SOL		MI	FA	SOL			SOL LA	SOL FA	
DO	MI	FA	SOL			MI	FA	SOL		

Fig.4. Traslazione di 2 e 4 battiti

Le dissonanze aumentano ma si mantengono in numero ridotto.

Gli esempi che ho fatto sono di *canone all'unisono*, ossia le 3 voci cantano la stessa melodia con le stesse note. Ma se in una melodia le note vengono tutte aumentate dello stesso intervallo, si ottiene una melodia, se non proprio identica, molto simile a

quella di partenza. Poniamo che l'intervallo sia una quinta: il DO diventa SOL (infatti DO RE MI FA SOL = 5 note), il RE diventa LA, il MI diventa SI, etc. : allora, traslando nel tempo questa melodia rispetto alla prima e sovrapponendo si ottiene un *canone alla quinta*.

Il contrappunto prevede molte altre possibilità di trasformazione, consentendo al compositore di mettere in atto complicazioni notevoli, con il rischio di lasciarsi prendere troppo la mano finendo col privilegiare l'aspetto ludico a discapito di quello espressivo.

In Bach questo non accade: i suoi pezzi, per quanto complessi - e molti lo sono in alto grado - non diventano mai astrusi; al contrario ci inducono sempre emozioni intense eppure contenute. Le dissonanze, in lui più frequenti che in altri compositori della sua epoca, vengono trattate con sapiente naturalezza e contribuiscono a dare un carattere di grande movimento alla sua musica.

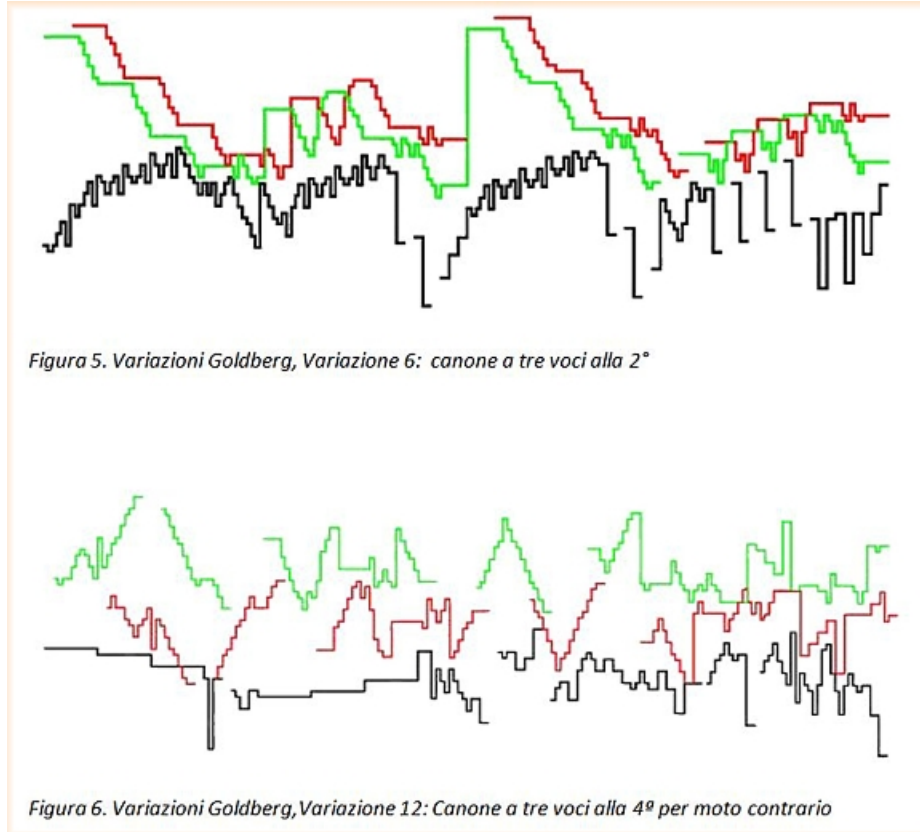
Il canone viene anche realizzato con varie trasformazioni, ad esempio scrivendo una delle voci a partire dalla fine (canone retrogrado o cancrizzante) o scrivendolo con note "inverse" (cioè le stesse della prima voce ma che invece di salire scendono e viceversa: *canone inverso*).

La propensione verso il gioco, la convinzione di molti "esoterici" che certe conoscenze che riguardavano l'universo più profondo dovevano rimanere segrete, accessibili solo a persone "degne" (convinzione di origine pitagorica), portarono i compositori del Rinascimento a utilizzare il canone (che, non dimentichiamo, originariamente significa "legge", "regola") in forme nascoste, dando vita ai vari "canoni enigmatici" contenenti talvolta messaggi criptici.

La melodia che costituisce questo tipo di canone è, in tutto o in parte, "annegata" in mezzo a melodie più complesse, che possono essere variazioni di quella stessa; oppure l'enigma può consistere nel determinare in quale istante deve entrare la voce successiva. Esistono anche canoni infiniti, la cui struttura cioè prevede una circolarità, che in pratica significa ricominciare sempre da capo "senza accorgersene".

Possono darsi poi canoni doppi e tripli o addirittura n-plici, in cui cioè non c'è una sola voce da sovrapporre a se stessa traslata nel tempo, ma possono essercene 2, 3, .. n, ciascuna sottoposta ai trattamenti accennati sopra.

Le figure mostrano la rappresentazione di due canoni tratti dalle *Variazioni Goldberg* di Bach: dai grafici risultano chiare le traslazioni nel tempo di due voci. Nel secondo grafico la seconda voce è invertita, oltre che traslata, rispetto alla prima.



Le “semplici” 15 Invenzioni a due voci di Bach contengono vari procedimenti imitativi, non solo il canone.

Dopo la prima, che alle orecchie di un ragazzino può sembrare solo un esercizio più perversamente complesso di tanti altri (in parte lo è!) mi trovai a studiarne altre, una delle quali, la n.13 mi colpì subito per la sua semplice e trascinate bellezza.

La mia maestra, una donna dalle eccezionali qualità musicali e dalla profonda cultura umanistica, mi fece notare come l’andamento di quella invenzione fosse tipicamente violinistico; Bach era infatti anche un eccellente violinista e questo aspetto della sua formazione compare spesso nelle composizioni.

Dalle Invenzioni a due voci passai poi a quelle a tre voci, originariamente chiamate *Sinfonie*, termine che solo con Haydn e Mozart assunse il significato moderno.

Tre voci sono solo una più di due, ma quanto è più difficile suonarle con una tastiera! Le mani non sono tre, il che significa che la terza voce va in qualche modo ripartita tra le due, o che una mano deve suonare contemporaneamente due voci indipendenti.

La musica e i numeri

Il mio amore per Bach andava aumentando e trovò maggior soddisfazione quando iniziai lo studio del Clavicembalo Ben Temperato, nelle cui Fughe e in parte nei Preludi si manifestano in pieno la severità del contrappunto unita a un’inaspettata potenza espressiva.

Mentre il Preludio è un brano generalmente breve, di forma varia e libera, la Fuga è una composizione piuttosto complessa, basata su un tema (un motivo melodico, che può essere anche molto breve) espresso inizialmente a canone in almeno 2 voci (ma tipicamente 3 o 4 o anche 5), che suggerisce l'idea del rincorrersi delle voci. Ma essa comprende anche altri sviluppi oltre al canone, secondo una forma non rigida stabilita dalla tradizione.



Das Wohltemperierte Klavier I

La **fuga che allego qui** è la n. 4 del Clavicembalo Ben Temperato, I libro; è in DO# minore e le voci sono 5: poiché il tema è di sole 4 note, lo si sente ricorrere spesso. Ho scelto questa per la sua particolare bellezza nonostante la notevole complessità e chiedo subito perdono per la mia esecuzione e registrazione casalinghe!

Sia nei preludi che nelle fughe, come nella maggior parte delle sue composizioni, emerge l'aspetto del simbolismo numerico, visibile solo con l'analisi.

Bach è per molti aspetti un innovatore, per altri un conservatore; quest'ultima caratteristica si manifesta nel praticare la tradizione rinascimentale esoterica, la quale attribuisce particolari significati ai numeri, riferendoli specialmente al contesto della Bibbia. Questa tradizione si nutre della Cabala, un insieme di conoscenze mistiche che affondano la loro origine nella religione ebraica (non certo quella del libro dei sogni!).

In essa ai primi 13 numeri interi vengono attribuiti particolari significati che molti uomini di arte e di cultura utilizzano nelle loro opere come forma di collegamento con il "tutto", cioè con l'Universo spirituale e materiale. Nel sito [Bach e la numerologia](#) vengono elencati e spiegati tali significati, che riporto di seguito in forma sintetica.

- 1: Dio, l'Unità. Per gli ebrei, „Dio è uno". Si pensi all'incipit del Credo dalla Messa in si minore (di Bach): il soprano declama il *Credo in unum Deum* iniziando solo e su un'unica nota.
- 2: L'Uomo. La vita terrena si compone di dualismi: Dio e l'Uomo, Cielo e Terra, Bene e Male, giorno e notte, anima e corpo, uomo e donna, destra e sinistra... In musica il tempo binario è detto *imperfectum*.
- 3: La Trinità, Dio. Perfezione: il tempo ternario è *perfectum*. L'unità composta di tre parti: Passato, Presente, Futuro; Inizio, Centro e Fine.
- 4: La Terra, il Mondo (gli elementi, le stagioni, i punti cardinali). Messa in si minore, Gloria: il "divino" ritmo ternario si trasforma in 4/4 in corrispondenza dell' *Et in terra Pax*.

- 5: Satana, il Male. Secondo altre tradizioni, l'Uomo: la testa, le due braccia e le due gambe corrispondono ad un pentagramma (non quello musicale, ma la stella a 5 punte), così come cinque erano i pianeti conosciuti nel Medioevo: Giove, Mercurio, Saturno, Venere, Marte. Le cinque piaghe di Cristo.
- 6: La Creazione. Per S. Agostino, Dio creò il Mondo in sei giorni (*Hexameron*), poiché il 6 è un numero perfetto: esso è infatti insieme somma e prodotto delle sue componenti ($1+2+3 = 1 \times 2 \times 3$). Nel *Wir glauben* BWV 680 di Bach (Crediamo tutti in un solo Dio, creatore...) l'ostinato del pedale si ripete per sei volte.
- 7 : Numero sacro per eccellenza. La fusione di Dio (3) con l'Uomo (4). Lo Spirito Santo : i 7 Doni, il Settimo Giorno consacrato a Dio.
- 8 : Perfezione e Vita eterna. In musica, l'ottava (*Diapason*) comprende non a caso tutti i suoni disponibili nel nostro sistema. Sempre nel *Wir glauben* (Creatore del cielo e della terra) dalla *Klavierübung*, l'ostinato al pedale si estende lungo tutta l'ottava (=totalità).
- 9 : In quanto 3×3 , simbolo trinitario.
- 10 : La Legge, i comandamenti, a loro volta suddivisi in 3 (rivolti a Dio) e 7 (rivolti al Prossimo). Il 7 in questo caso allude all'Uomo, fatto di corpo (4) e anima (3). Il preludio sopra *Dies sind die heiligen zehn Gebot* BWV 678 è in tempo $6/4 (=10)$, e Bach raddoppia le cinque frasi del corale presentandole in canone. Nella cantata *Du sollst Gott, deinen Herren lieben* (Devi amare il Signore Dio tuo) la stessa melodia è introdotta per dieci volte dalla tromba.
- 11 : Il Peccato. Gli Apostoli dopo il tradimento di Giuda: cfr. *Herr, bin ich* (Signore sono io?) esclamato dagli Apostoli per undici volte nella Passione secondo Matteo di Bach
- 12 : La Chiesa, gli Apostoli, le tribù d'Israele, le porte della Città Celeste. Per S.Gregorio Magno simbolo della Chiesa in quanto Dio Trinitario che si manifesta al mondo (3×4). Il cosmo, lo Zodiaco.
- 13 : Potrebbe simboleggiare l'unità della Chiesa con il Maestro: anche l'espressione *Jesus Christus* si compone di tredici lettere.

Ma ai numeri cabalistici si aggiungono quelli derivati dal nome del compositore. Facendo corrispondere ogni lettera a un numero (a=1, b=2, etc. usando l'alfabeto latino di 24 lettere, in cui i=j e u=v) si ottengono vari numeri legati al nome Bach, Johann Sebastian Bach, J .S. Bach con i quali lui usava "firmare" i suoi lavori, in modo più o meno nascosto. La somma di Bach ($2+1+3+8$) dà 14, e questo numero ricorre molto spesso nelle sue opere e non solo: nel ritratto a olio che veniva richiesto all'atto dell'iscrizione alla *Correspondierende Societät der musicalischen Wissenschaften* (Società di corrispondenza per le scienze musicali, un società semisegreta fondata nel 1738 a Lipsia da Lorenz Mizler, suo allievo e amico, con l'intento di mostrare i legami della matematica con la musica) Bach compare con un panciotto dotato di 14 bottoni! Si sa che aveva atteso finché potesse essere il quattordicesimo membro. Nello stesso quadro compare anche il canone che Bach presenta come lavoro per

l'ammissione alla società, che appare essere subito un canone enigmatico o segreto, in quanto intitolato "canone triplo a 6 voci" ma le voci scritte sono solo tre: spetta a qualcun altro risolvere l'enigma e realizzare il brano in modo compiuto. Per chi è interessato rimando al sito [Il segreto del canone](#)

Moltissimi studi sulle sue opere mostrano una grande quantità di corrispondenze e di simmetrie basate sui numeri, sia quelli sacri sia quelli derivati dal suo nome (per non parlare di quelli legati alla sezione aurea - serie di Fibonacci), e realizzate attraverso le note, le durate, la quantità di battute e altri aspetti compositivi. Provenienti dal nome, si trovano spesso anche i numeri 41 (per una bizzarria numerologica la somma di J S Bach, $9+18+14 = 41$, ossia 14 con le cifre scambiate), 48 ($=2 \times 1 \times 3 \times 8$), 158 (somma di Johann Sebastian Bach), 29 (somma di JSB) e vari altri; da tenere presente anche che $14 = 2 \times 7$, numeri densi di significato simbolico.

E' noto che la cospicua produzione di Bach spazia dal minuscolo, come i piccoli pezzi quasi esercizi del Libro di Anna Maddalena, al grandioso dell'Oratorio di Natale, delle Passioni, del Magnificat, delle oltre 300 Cantate (195 giunte fino a noi), della Messa in SI minore, passando per i famosi Concerti Brandeburghesi, le Variazioni Goldberg, l'Offerta Musicale, pezzi per orchestra, per organo, tastiere, per vari altri strumenti. La sua musica è un miracoloso risultato di fusione tra estrema razionalità combinatoria e fantasia intensa e profonda ed è sempre bella: il suo senso della forma non lo abbandona mai. Sfido chiunque a trovare un pezzo di Bach brutto. L'esecuzione inoltre prescinde abbastanza dagli strumenti: mentre un brano di Chopin scritto per pianoforte viene stravolto se suonato con altri strumenti, una Invenzione a due voci suonata con due corni "funziona" ed è perfettamente godibile, come ha detto in sua lezione pubblica Stefano Bollani.

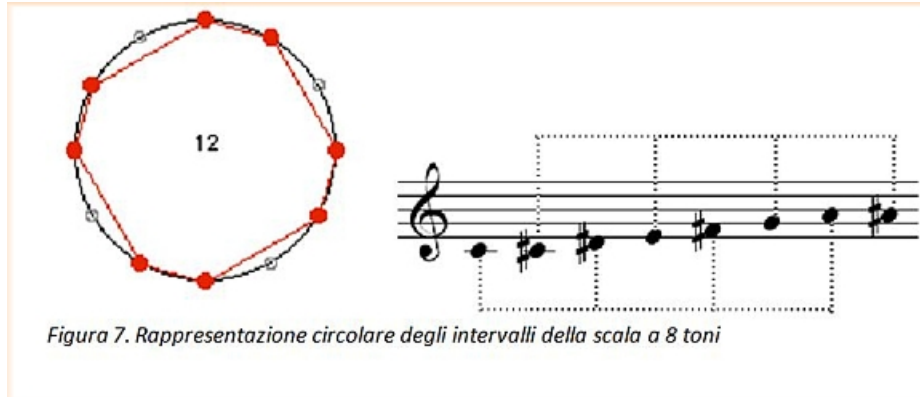
Conclusione

Vorrei concludere richiamando un aspetto che ci riguarda più da vicino. Se lo vediamo con occhio matematico, il canone è basato sul *time shift* discreto, e su altre operazioni: retrogradazione, aumento e diminuzione delle durate elementari. A queste si aggiungono operazioni frequenziali, come l'inversione (che ha le caratteristiche dell'immagine speculare, anche se rigorosamente non sempre lo è) e ossia shift di altezza delle note (trasposizione), espresso come intervallo di seconda, di terza, etc. Inoltre le voci vengono sommate tra di loro come semplice risultato acustico dell'esecuzione. Queste operazioni sono del tutto simili a quelle che si fanno in molte elaborazioni di processing digitale, a partire da convoluzioni (filtraggi), correlazioni, FFT, etc. Si tratta sempre di somme di prodotti "pesati" o di prodotti di somme "pesate". Il ribaltamento (corrispondente al canone retrogrado) è presente nella convoluzione. Registri a scorrimento (shift register) con uscita che rientra nell'ingresso sono all'ordine del giorno, e richiamano alla mente i canoni infiniti. Siamo di fronte a similitudini di struttura che sembrano quindi portare acqua al

mulino di chi sostiene, a partire da Pitagora, che musica e matematica (in quanto detto finora nella soprattutto in forma di algebra) sono strettamente connesse, non solo per via della generazione delle note musicali come armonici ma anche a causa della somiglianza con le operazioni del data processing.

La ragione di questa connessione, o almeno una delle ragioni principali, sta a parer mio nella struttura della successione delle note musicali, in particolare quella detta "scala temperata equabile", in uso ormai dal '700, "consacrata" dallo stesso Bach nel "Clavicembalo Ben Temperato". Come racconto nel mio già citato articolo Qualche elemento di Acustica musicale, oltre alle 7 note conosciute, in questo temperamento (ne esistono altri) le note alterate sono state ridotte a 5, mentre in teoria sarebbero 14, visto che ogni nota può essere aumentata o diminuita in altezza, e in quel caso si aggiunge dopo il suo nome rispettivamente un diesis (#) o un bemolle (b). Prima del temperamento equabile, DO# non aveva la stessa altezza di REb ma da allora in poi quelle piccole differenze vennero annullate e rimase una sola nota, che si chiama indifferentemente DO# o REb (salvo certe esecuzioni "filologiche" della musica più antica). Lo stesso discorso vale per le altre note. Quindi le note in definitiva sono diventate 12, nell'ambito di un'ottava, tutte alla stessa "distanza", definita come rapporto di frequenza, ossia una divisione "geometrica" del rapporto di ottava 1:2, che vale quindi radice dodicesima di 2. Se prescindiamo dall'ottava in cui la nota si trova, è abbastanza chiaro che la successione di note ha una struttura circolare, proprio come un orologio. Le note si possono rappresentare su un cerchio con 12 punti equidistanti. Si può dimostrare, associando i numeri da 0 a 11 alle note, che esse presentano una struttura di gruppo (in senso matematico), che quindi ammette tutte le operazioni algebriche previste dalla teoria. Ad esempio, si può vedere come la somma di due numeri sia una somma modulo 12, quindi il risultato è ancora una delle 12 note. Anche su questo, fin dagli anni '70 del '900 sono stati fatti vari studi e si sono potuti individuare ulteriori tipi di canone come quelli ritmici, quelli "a tegola" e "a mosaico", utilizzando l'algebra dei polinomi.

Un metodo di indagine messo a punto da Allen Forte utilizza l'associazione non tanto tra numeri e note quanto tra numeri e intervalli, disegnata su cerchi di 12 punti, come esemplificato nella Figura 7. Naturalmente questo trattamento matematico non "esaurisce" la musica, per la quale la struttura, si potrebbe dire l'architettura, delle note è solo una componente, oltre la quale serve quel qualcosa di umano che la macchina informatica non è chiamata a possedere.



Su JS Bach esiste una letteratura sconfinata. Sugli aspetti logico-matematici, oltre al ben conosciuto "Goedel, Escher e Bach" di Hofstaeder (affascinante ma secondo me un po' forzato nella parte che riguarda Bach), due libri singolari sono "Bach et le nombre" di K. Van Houten e M. Kasbergen e "Specchi invisibili dei suoni" di G. Bizzi.

Estratto da ["http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Clavicordo:j-s-bach-e-i-numeri"](http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Clavicordo:j-s-bach-e-i-numeri)