Claudio Bonechi (clavicordo)

LE API CONOSCONO LA SEZIONE AUREA?

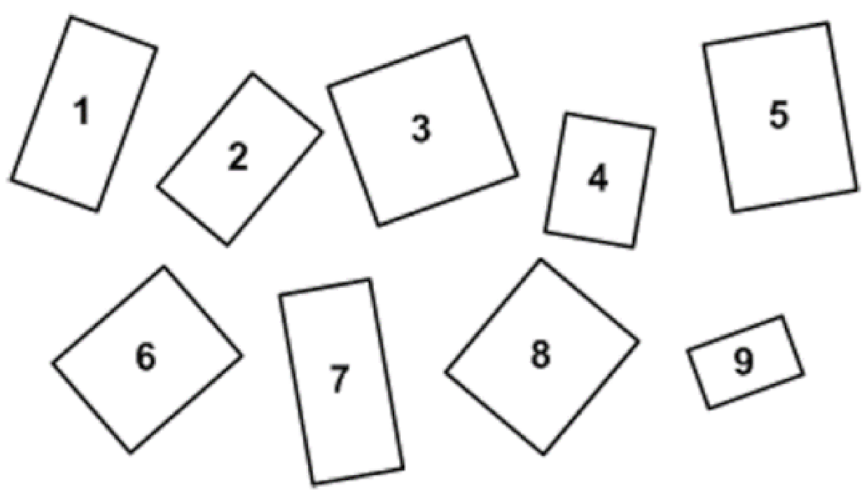
23 September 2020

Premessa

Mi sono imbattuto in un articoletto del Dr. Goulu, un matematico svizzero (vivente) esperto in architetture software, che ci tiene a tenere segreto il nome. L'articolo mi è sembrato simpatico e ho pensato di riproporlo qui, tradotto dal francese.

Nombre d'or et abeilles - Sezione aurea e api

La sezione aurea o "proporzione divina" sembra rappresentare il rapporto esteticamente più perfetto che si possa trovare nella natura, nei monumenti antichi, nelle famose opere d'arte o in un semplice rettangolo. Ad esempio: in quale di questi rettangoli in figura vi sembra che ci sia la proporzione migliore tra i lati?



Se avete risposto il 5, avete la stessa preferenza del 34% degli intervistati in un sondaggio identico [1], ma il 5 non è un rettangolo aureo. Il rettangolo aureo è il 2, scelto dal 18% delle persone, ma anche il 9, scelto dal 5%, nettamente inferiore all'11% medio. In altre parole: statisticamente non è facile trovare il "divino" in un rettangolo ...

Questo famoso"numero aureo" Φ è storicamente definito come il rapporto tra due numeri a e b che soddisfano l'equazione a / b = (a + b) / a. La soluzione è ? = a / b = (1 + √5) / 2 o circa

1,6180339887. Ed è approssimato, perché con solo 6 cifre decimali, 1,618034 può già essere un bel po' di altre cose, per esempio:

$7^{1/3}$

$6^{3/4}/13$

30000/18541

Re $((20 + 5i)^{13/14})$

Im $((4 - 24i)^{1/11})$

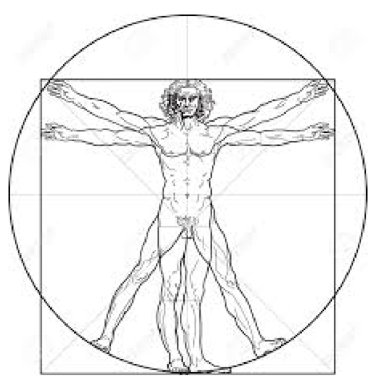
Bessel (2.23/19)

e altri numeri.

Con solo 4 cifre decimali, 1,6180 corrisponde all'arrotondamento di decine oaddirittura centinaia di espressioni possibili.

Insomma, quando qualcuno ti dice che la sezione aurea è presente in una costruzione antecedente a Euclide (300 a.C.), ovvero una struttura “naturale”, deve provarlo con misurazioni precise al milionesimo per ottenere 6 o 7 decimali, perché 1,62 è più vicino a 60000/37037; ciò che trovo anche molto bello, addirittura divino. Alla sezione aurea è vicino anche 90000/55555, un numero così magnifico che mi affretto a battezzarlo "numero di platino", per i posteri.

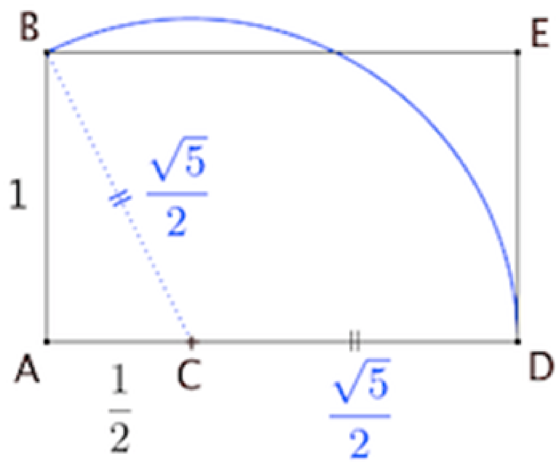
L'uomo vitruviano di Leonardo da Vinci



Forse è necessario dimostrare che la costruzione geometrica o matematica dell'opera porta effettivamente a ? = (1 +√5) / 2, ad esempio nel famoso uomo vitruviano di Leonardo da Vinci, come tutti sanno. E invece no. Da Vinci non fa mai riferimento alla sezione aurea, né nel suo testo esplicativo della figura, né nella sua costruzione geometrica. Le proporzioni usate da Da Vinci sono quelle consigliate dall'architetto romano Vitruvio: 1/10, 1/4, 1/8 e 1/6. Si può cercare di trovare un numero quasi aureo in questa figura. Il più vicino è il rapporto tra l'altezza del corpo (482 pixel nell'immagine) e la distanza tra l'ombelico e le piante dei piedi (294 pixel), che dà circa 1.639, con nemmeno 2 decimali esatti e nessuna costruzione geometrica. Quindi non è la sezione aurea, né quella di platino. Grande tristezza ...

In effetti ci sono solo due semplici modi per raggiungere la sezione aurea:

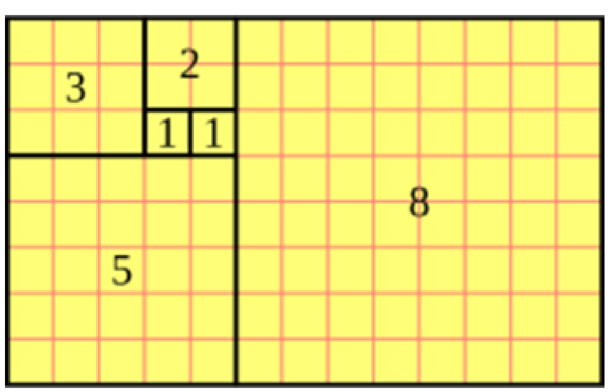
1)



Costruzione di un rettangolo aureo con righello e compasso (fonte: Maths et Tiques)

Calcolare o costruire esplicitamente due numeri a e b tali che a / b = (a + b) / a = (1 +√5) / 2. Ad esempio nella costruzione in figura, dove partiamo da un triangolo rettangolo ABC il cui lato AC è metà del lato AB e rimandiamo l'ipotenusa come estensione del lato AC, formiamo un **rettangolo aureo** i cui lati a = AD e b = AB sono tali che a / b = Φ. A proposito, i formati carta A3, A4, A5 ecc. non sono rettangoli aurei. I lati della carta a e b sono definiti in modo da preservare il loro rapporto se il foglio viene tagliato o piegato a metà. Quindi abbiamo a / b = 2 b / a = √2 = 1,4142135624 che è molto diverso da Φ.

2)



Piazze di Fibonacci

Dalla serie di Fibonacci, serie in cui ogni termine è la somma dei due precedenti: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8,13, 21, 34 ecc, risulta che il rapporto tra due numeri consecutivi nella serie converge a ? : lim n→ ∞ F_n/F_{n-1}= ?. Vediamo quindi che giustapponendo i quadrati i cui lati corrispondono alla serie di Fibonacci, il rapporto tra i lati del rettangolo converge verso Φ quando aggiungiamo i quadrati.

Queste sono le due semplici costruzioni matematiche che portano alla **sezione aurea**. Nessuna delle due corrispondono a un fenomeno naturale, per quanto ne so.

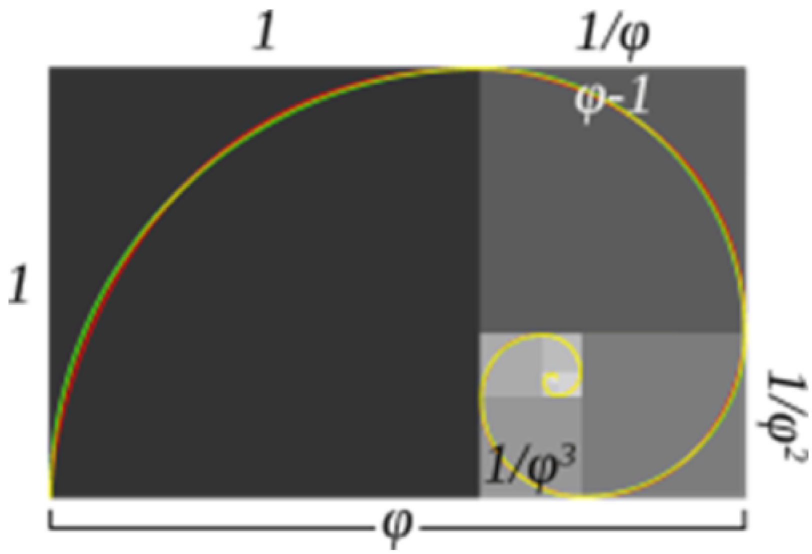
Quali spirali

nautilus

Tuttavia, alcuni hanno visto la sezione aurea in spirali come quella della conchiglia *nautilus*. Infatti, tracciando quarti di cerchio in ogni quadrato di Fibonacci disegniamo la "spirale aurea" che è molto vicina a una spirale logaritmica di equazione

$r = a.e^{b\theta}$,

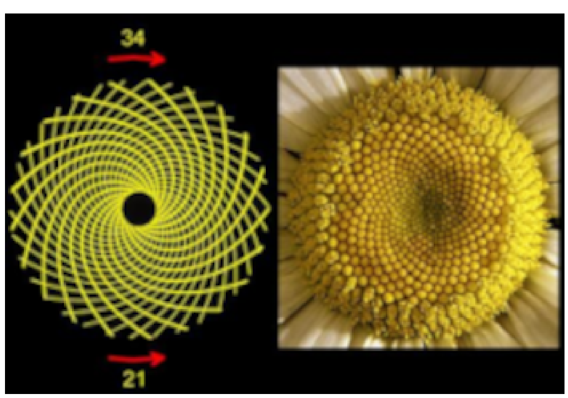
in particolare quella ottenuta per *b = 3 ? + 2*. Ma esiste un numero infinito di spirali logaritmiche con parametri *b* diversi, e alcune si trovano in natura perché derivano da equazioni differenziali abbastanza semplici. Questo è il caso della conchiglia nautilus, ma la sua *b* è chiaramente inferiore a *3Φ + 2*, quindi no, la conchiglia nautilus non ha nulla a che fare con la sezione aurea [3].



Spirale aurea in verde e spirale logaritmica che si avvicina ad essa in rosso

Alcuni hanno visto la sezione aurea in spirali come quella della conchiglia *nautilus*. Infatti, tracciando quarti di cerchio in ogni quadrato di Fibonacci disegniamo la "spirale aurea" che è molto vicina a una spirale logaritmica di equazione $r = a.e^{b\,\theta}$, in particolare, quella ottenuta per *b = 3 ? + 2*. Ma esiste un numero infinito di spirali logaritmiche con parametri b diversi, e alcune si trovano in natura perché derivano da equazioni differenziali abbastanza semplici. Questo è il caso della conchiglia nautilus, ma la sua *b* è chiaramente inferiore a $3\Phi + 2$, quindi no, la conchiglia nautilus non ha **nulla a che fare** con la **sezione aurea** [3].

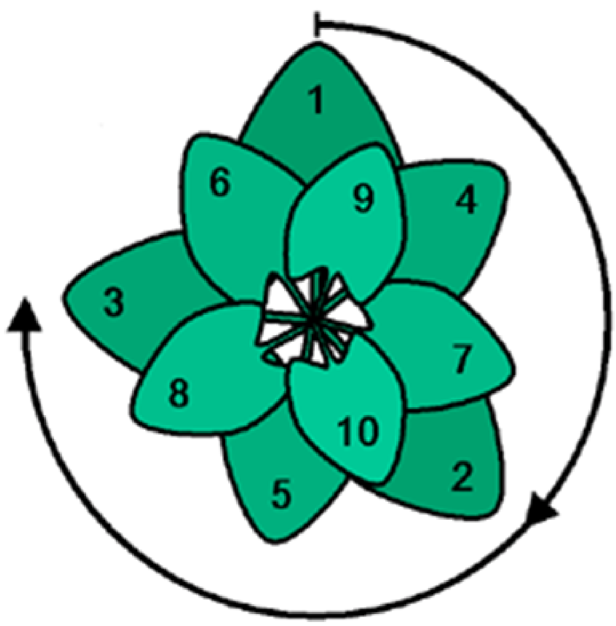
E poi c'è la **fillotassi** : dai semi di girasole alle pigne, molte strutture botaniche crescono realizzando delle spirali piuttosto visibili, le "parastiche". Alcune girano in una direzione e si intersecano con altre orientate nella direzione opposta, e, guarda caso, il numero di parastiche in ciascuna direzione corrisponde sempre a **due termini consecutivi** della serie di Fibonacci: nel girasole 21 e 34.



E il rapporto tra due termini della sequenza di Fibonacci essendo"vicino" a Φ. 34/21 = 1.619047... per il girasole. Potrebbe essere questa la firma del grande architetto di tutte le cose?

No, è solo il risultato dell'ottimizzazione. Queste strutture provengono da un apice della pianta che produce foglie, petali, semi ecc. ad intervalli regolari. Per massimizzare l'efficienza della pianta, ogni organo deve avere accesso alla massima quantità di luce apportando la minor ombreggiatura possibile agli altri, e per questo è necessario che si allontani dal centro in una direzione diversa dai precedenti, e questo, sorprendentemente, forma le parastiche a spirale. Esse sono "linee immaginarie che, in uno schema fillotassico con numerosi fillomi per ogni ciclo, possono essere tracciate dal centro verso l'esterno congiungendo i fillomi contigui; le parastiche possono essere evidenziate anche nelle infruttescenze delle composite, per es. nel girasole, prendendo in considerazione i frutti contigui" (da Enciclopedia Treccani).

Due ricercatori francesi, Stéphane Douady e Yves Coudert, hanno dimostrato nel 1992 che non è necessario che un organismo vivente produca tali strutture. Hanno generato gocce di **ferrofluido** (i ferrofluidi sono sospensioni colloidali di nanoparticelle ferromagnetiche o ferrimagnetiche di dimensioni dell'ordine di 10 nanometri in un solvente o in acqua. Questi liquidi diventano magnetici su applicazione di un campo magnetico esterno, pur mantenendo la loro stabilità colloidale) ad intervalli regolari al centro di una piastra soggetta a un campo magnetico radiale. Le gocce si respingono e quando vengono prodotte ad una velocità abbastanza elevata, formano delle "parastiche" a spirale:



Ovviamente, anche i matematici hanno affrontato il problema. Già nel 1907, un matematico di nome Gerrit van Iterson dimostrò che l'optimum veniva raggiunto quando ogni seme (o petalo o foglia, ecc.) si allontanava dal precedente con un"angolo aureo" di 2 π/? + 1 = 137.5°

approssimativamente, e che la struttura formasse effettivamente delle parastiche, il cui numero in ciascuna direzione corrisponde a due termini consecutivi della serie di Fibonacci. Un bel risultato!

Il nido delle api

Quindi, quando Tâniel mi ha parlato del suo libro sulla sezione aurea nei favi [5] ero un po ' sospettoso ma non fondamentalmente scettico a priori. Le api sono degli ottimi ottimizzatori: sappiamo che i raggi delle loro celle esagonali con fondo rombico (3 rombi) permettono di ridurre al minimo la cera utilizzata per produrre il massimo di celle di piccolo diametro [6,7]

Ma niente sezione aurea. Nel 1964, László Fejes Tóth dimostrò che esisteva una forma di fondo cellulare che avrebbe consentito alle api di risparmiare lo 0,35% di cera. Forse le api lo scopriranno dopo alcuni milioni di anni di evoluzione. Nel frattempo, né la sezione aurea né l'angolo aureo compaiono nella geometria degli alveoli, perché non c'è pentagono, numeri di Fibonacci o qualsiasi cosa che assomigli a un apice.

Quindi la "scoperta" che i favi ellittici si inseriscono in una cornice rettangolare il cui rapporto è 1,6 ± 0,4 mi sembra più probabilmente dovuta a una "legge intrinseca del Cosmo" - come la resistenza dei materiali - che a un numero certamente meno universale di *1*, *e*, *pi-greco*. Mi dispiace...

Riferimenti

1. Cyril Jaquier, Kévin Drapel “ La sezione aurea: realtà o interpretazioni dubbie? "Progetto STS EPFL, 25 aprile 2005

2. Jean-Paul Krivine " Il mito della sezione aurea ", SPS n ° 278, agosto 2007

3. Christiane Rousseau, " Nautile, sezione aurea e spirale aurea ", 2008, Accromath, Vol 3, p. 8-11

4. S. Douady e Y. Couder, Thephysics of plant spirals, La Recherche, gennaio 1993, p. 26

5. Daniel Favre "Sezione aurea nel favo ellittico ", 2016, Blurb

6. Philip Ball “ Why Nature Prefers Hexagons “, 7 aprile 2016 su Nautilus

7. Alain Satabin " L'anima di un perito delle api ", 2004, Dossier Pour la Science, N ° 44

Estratto da "https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Clavicordo:le-api-conoscono-la-sezione-aurea"