



Claudio Bonechi (clavicordo)

TLC BIGNAMI 3A PARTE

3 December 2019

Premessa

L'intento di questo EYBignami è divulgativo: vuole offrire una panoramica sulle telecomunicazioni senza entrare nei dettagli ma presentando una sintesi dei principali concetti e formule usati nella tecnica delle telecomunicazioni. I contenuti sono estratti dal libro on line "Trasmissione dei Segnali e Sistemi di Telecomunicazione" di Alessandro Falaschi, docente presso l'Università La Sapienza di Roma, che ne ha gentilmente autorizzato l'uso, disponibile integralmente per il **download gratuito** su <http://www.teoriadeisignali.it> e che potrà essere usato per gli approfondimenti. Il prof. Falaschi infatti mette a disposizione il suo libro nel preciso intento di far circolare l'informazione anziché sottrarla al pubblico mettendola in vendita.

Introduzione

In questa terza parte viene completato, almeno nei suoi aspetti più di rilievo, lo studio dei segnali elettrici finalizzato alla trasmissione attraverso canali caratterizzati da comportamenti lineari, relativamente alle grandezze fisiche di interesse. La conversione in digitale dei segnali analogici, vista nella seconda parte, li rende omogenei ai segnali che trasportano dati numerici, quindi, dal punto di vista della trasmissione, **la distinzione tra analogico e digitale tende a svanire** anche se sono tuttora presenti molte trasmissioni analogiche, come quelle della radio FM e AM. Si dice allora **trasmissione dati** (anche se è una dizione ormai in disuso), sottintendendo che un dato è in pratica un numero, il cui significato originario non riguarda i sistemi di trasmissione.

Trasmissione in Banda Base

A seconda della finalità e del contesto, i **dati** vengono trasmessi con una certa **velocità**, o **ritmo** di emissione esprimibile genericamente in "dati al secondo". Ma questa velocità deve poi essere necessariamente specificata. Visto che un numero è rappresentato da una certa quantità di cifre (*digit*), se queste sono binarie la velocità è in **bit/secondo**. Nel caso più semplice ad ogni bit corrispondono due segnali, o un segnale a due stati, uno per lo "0" e l'altro per l'"1".

Non sempre però la corrispondenza è 1:1. Si hanno spesso casi in cui un segnale è a più stati e ogni stato, spesso chiamato "**simbolo**", rappresenta una certa quantità di bit e la velocità di trasmissione può essere espressa in **simboli/secondo**. Ciò significa che viene usata una codifica, ossia una corrispondenza tra numeri e segnali, in cui i segnali hanno forme di tipo impulsivo

(segnali "di energia") ottenute con una **codifica di linea**. Quando i segnali hanno la stessa velocità dei dati e hanno la banda centrata sullo 0, si dice che la trasmissione è in **banda base**.

Si vuole dire con questo che la banda originale W non ha subito traslazioni, ossia non stata modulata con una portante a frequenza maggiore di $2W$. Si sottintende tradizionalmente anche che un segnale siffatto viene inviato in una linea metallica, anche se questa non è una condizione necessaria; un caso particolare è la scrittura su una memoria magnetica come un Hard Disk, oppure un DVD. In ogni caso qualsiasi canale numerico inizia con tratto analogico, descritto dalla **funzione di trasferimento $H(f)$**

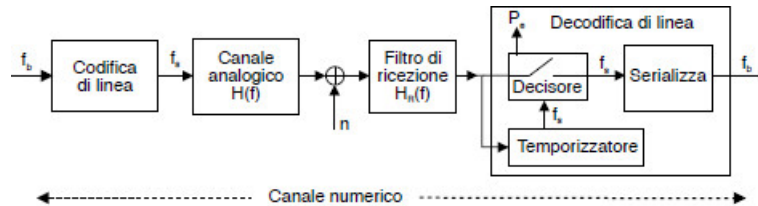
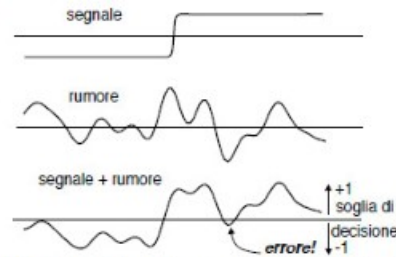


Figura 8.1: Elementi costitutivi di un canale numerico

La presenza di un processo di *rumore additivo* $n(t)$ fa sì che il segnale preso in esame dal decisore possa superare la (o le) soglia di decisione, determinando un *errore* (con probabilità P_e) a riguardo di quale simbolo sia stato trasmesso. La valutazione di tale probabilità viene svolta al § 8.3.3, ma anticipiamo subito che P_e è tanto maggiore quanto più è grande la potenza (e dunque l'ampiezza) del rumore in ingresso al decisore, che può essere minimizzata dal filtro $H_R(f)$ di ricezione (vedi § 13.1.1); inoltre, $H_R(f)$ può realizzare un *filtro adattato* (§ 6.5), oppure ancora un dispositivo di *equalizzazione* (§ 15.4).

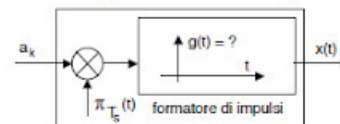


Lo schema di fig. 8.1 mostra inoltre come il decodificatore di linea svolga anche una funzione di *temporizzazione*, per consentire al dispositivo decisore di operare al passo con il ritmo f_s dei simboli in arrivo; al § 8.6 sono descritte alcune tecniche per affrontare questo aspetto. Infine, nel caso in cui ogni simbolo sia rappresentativo di più di un bit (vedi § 8.1.2.4), è evidenziata la presenza di un *serializzatore* che provvede ad emettere uno dopo l'altro i bit corrispondenti ai diversi simboli ricevuti.

8.1.2 Codifica di linea e segnale dati

Consideriamo una sorgente discreta che produce, ad una frequenza f_s , simboli a_k corrispondenti a *valori numerici*: possiamo allora descrivere il *segnale dati* $x(t)$ uscente dal *codificatore di linea* come un segnale analogico

$$x(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT_s) \quad (8.1)$$



Generazione del SEGNALE DATI

e idealizzare il codificatore stesso come illustrato nella figura a lato⁵, in cui $\pi_{T_s}(t)$ è un treno di impulsi (§ 3.8.1) con periodo $T_s = 1/f_s$. Notiamo come tale figura sia del tutto simile al *sch* introdotto al § 4.1.4, tranne che ora $g(t)$ è generico. Come sarà approfondito al § 6.9.3, si può mostrare che (sotto condizioni abbastanza generali)

lo spettro di densità di potenza di $x(t)$ può essere espresso come

$$\mathcal{P}_x(f) = \sigma_A^2 \frac{\mathcal{E}_G(f)}{T_s} \quad (8.2)$$

in cui $\mathcal{E}_G(f)$ rappresenta lo spettro di densità di energia di $g(t)$, che quindi determina l'andamento di $\mathcal{P}_x(f)$, mentre σ_A^2 è la varianza dei valori a_k , e dunque ne rispecchia la dinamica.

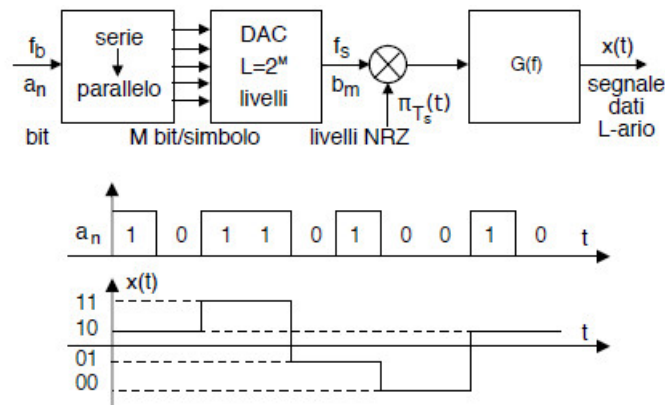
⁷Nella tabella che segue è riportata l'occupazione di banda necessaria a contenere 10 lobi del $\text{sinc}(f\tau) = \frac{1}{\tau} \mathcal{F}\{\text{rect}_\tau(t)\}$, per τ pari al periodo di simbolo T_s , in modo da dare un'idea delle specifiche necessarie al canale: osserviamo allora che il rettangolo può andare bene a basse velocità di trasmissione, infatti già per 10 Msimboli/sec, velocità di una LAN (*Local Area Network*, ossia una rete "locale" tra computer in uno stesso edificio), occorrono 100 MHz di banda.

f_s	apparato	T_s	$10/T_s$
$2.4 \cdot 10^3$	Modem (anni '80)	$4.2 \cdot 10^{-3}$	24 KHz
$28.8 \cdot 10^3$	Modem (anni '90)	$3.5 \cdot 10^{-5}$	288 KHz
$10 \cdot 10^6$	LAN	10^{-7}	100 MHz
$100 \cdot 10^6$	Fast Ethernet	10^{-8}	1 GHz

Multilivello

8.1.2.4 Trasmissione multilivello

Nel caso in cui la banda a disposizione per la trasmissione sia insufficiente, una soluzione di semplice attuazione è quella di ricorrere ad una trasmissione non più *binaria*, ma che impieghi L simboli diversi, o *livelli*¹⁰. A tale scopo, occorre raggruppare M bit del messaggio a_n (che arrivano a velocità f_b bits/sec) in una unica *parola* binaria.



Codici di linea

Se il canale $H(f)$ ha una banda troppo limitata rispetto a quella che il rimando del segnale e la sua forma richiedono, un segnale (inteso come simbolo) invade l'intervallo temporale del simbolo successivo e, se l'invasione supera un certo valore si può avere **interferenza intersimbolica** e quindi errori.

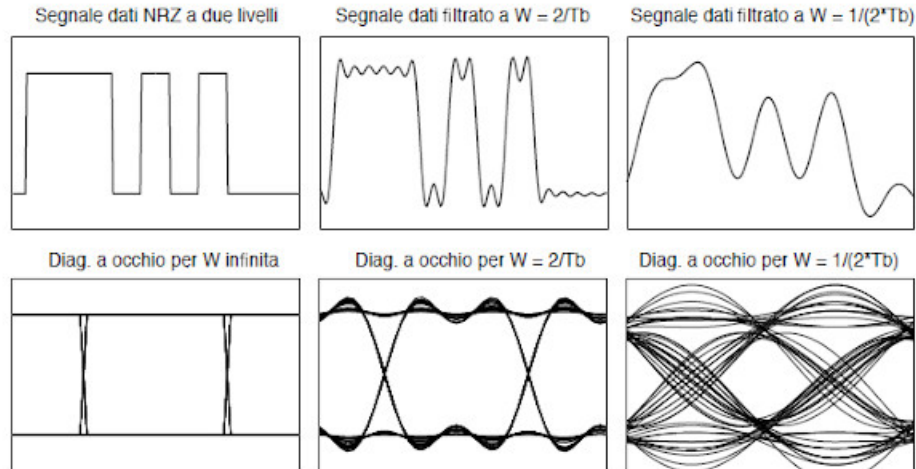


Figura 8.2: Segnale dati a banda infinita e limitata, e relativo diagramma ad occhio

NRZ.jpg

8.1.2.3 Diagramma ad occhio

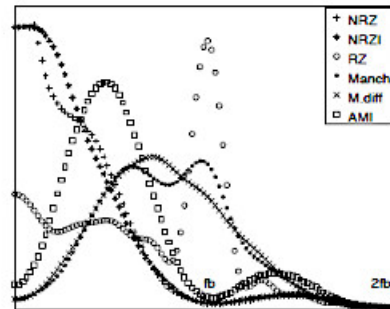
In Fig. 8.2 è riportato un esempio di segnale dati binario ad onda rettangolare con base pari a T_b , a cui è applicata una limitazione di banda mediante un filtro passa-basso ideale. Nella riga superiore è mostrato l'andamento del segnale, mentre alla riga inferiore si riporta un grafico noto come *diagramma ad occhio* (EYE DIAGRAM)⁹, che si ottiene visualizzando il segnale dati mediante un oscilloscopio con la base dei tempi sincronizzata al periodo di simbolo. Come si può vedere, in presenza di una limitazione di banda, il valore del segnale dati in corrispondenza di un determinato simbolo viene a dipendere anche dal valore dei simboli circostanti.

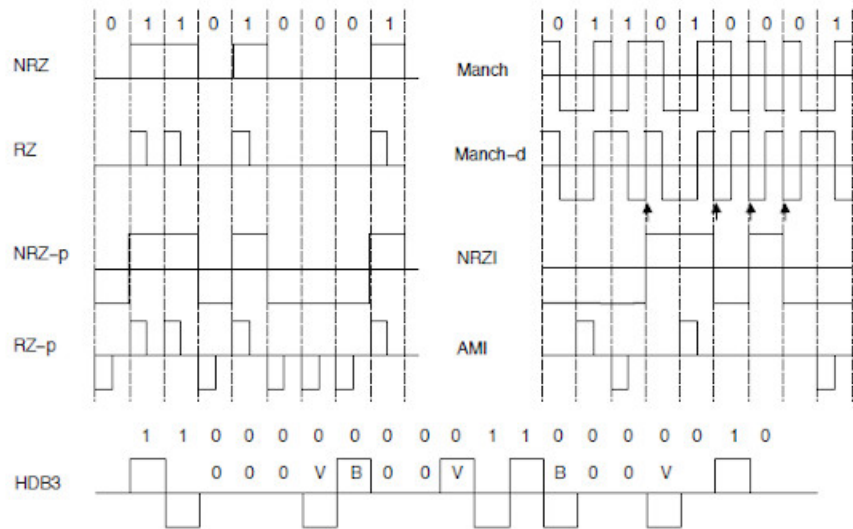
Riservandoci di riprendere l'argomento nel seguito, notiamo che il problema *non* si presenta se:

- la frequenza di simbolo è molto inferiore alla banda del canale, ovvero
- la risposta impulsiva $h(t)$ ha estensione temporale molto inferiore a T_s .

Nel seguito della sezione, assumiamo vere queste ipotesi.

La figura a lato mostra lo spettro di densità di energia $\mathcal{E}_G(f)$ corrispondente alla scelta di alcune delle forme d'onda $g(t)$ discusse nel seguito, e mostrato per frequenze fino al doppio di f_b . Gli andamenti riportati in figura sono ottenuti generando i valori (0 o 1) per 400 simboli binari a_k in modo pseudo-casuale¹³, campionando il segnale dati (8.1) con 16 campioni per periodo di bit, e valutando con questi una *stima spettrale*¹⁴. Ogni particolare $g(t)$ dà origine alla definizione di un *codice di linea* corrispondente, usato nella pratica per trasmettere informazioni di natura binaria. Elenchiamo di seguito caratteristiche e proprietà di tali segnali, aiutandoci con gli esempi riportati in figura.





Codici Unipolari

NRZ Non Return to Zero, **RZ** Return to Zero

Codici Bipolari

NRZ, **RZ**, **Manchester** o Diphase NRZ (prescritto da IEEE802.x per LAN a contesa di accesso CDMA/CD Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection), **AMI**, **HDB3**

Codici differenziali

La forma d'onda è legata anche alla relazione temporale dei bit, in modo da risolvere l'ambiguità temporale se si scambiano le polarità del collegamento **NRZI** (I=Inverted), **Manchester differenziale**

Errori in banda base

Impulsi di Trasmissione

I dati in banda base si trasmettono tramite un asuccessione di impulsi $g(t)$ che devono ridurre la probabilità di errore proteggendo la trasmissione da due insidie: - rumore additivo - interferenza intersimbolica. Delle due, la seconda è la più difficile da combattere quando il canale è costituito da una linea fisica a causa delle limitazioni di banda (la situazione si inverte per le trasmissioni radio). La difficoltà nasce dalla contraddizione tra limitazione in banda (che implica una durata infinita) e limitazione nel tempo (che implica una banda infinita). Un altro elemento di difficoltà è l'imprecisione del clock in ricezione. Per minimizzare la contraddizione suddetta gli impulsi $g(t)$ devono soddisfare le cosiddette **condizioni di Nyquist**: - nel tempo: $g(t)$ deve passare per lo zero

negli istanti multipli di T_s (durata del simbolo) e deve essere = 1 per $t = 0$ - in frequenza: $G(f)$ deve manifestare simmetria dispari rispetto a $f_s/2$ (frequenza di simbolo o "symbol rate"). Un filtro che soddisfa le suddette condizioni è il filtro a **coseno rialzato**.

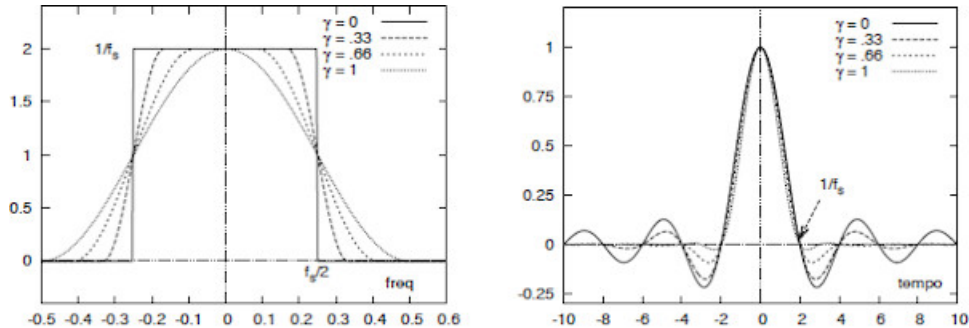


Figura 8.4: Filtro a coseno rialzato e impulso di Nyquist per $f_s = 0.5$, variando γ

Errori di trasmissione

8.3.2 Soglie di decisione

Proseguiamo ora l'analisi indicando il segnale ricevuto nella forma

$$r(t) = \sum_k a[k] \cdot g(t - kT_s) \quad (8.7)$$

in cui $g(t)$ è un impulso di Nyquist (8.3), in modo da poter assumere assenza di ISI, ed i *simboli* $a[k]$ sono elementi di una sequenza aleatoria, ognuno scelto tra L possibili valori a_i , $i = 1, 2, \dots, L-1$, distribuiti in modo *uniforme* (ossia equispaziati) entro un intervallo con dinamica pari a $\Delta = a_L - a_1$.

Agli istanti multipli del periodo di simbolo $t = kT_s = k/f_s$, il decisore esamina il valore del segnale $x(t) = r(t) + n(t)$, ed anziché ritrovare i valori $a[k]$ trasmessi, osserva la realizzazione di una variabile aleatoria gaussiana, con media pari al valore trasmesso $a[k] = a_i$, e varianza $\sigma_N^2 = N_0 B_N$. Quindi, per stabilire quale valore sia stato (probabilmente) trasmesso per il simbolo k -esimo, effettua una decisione di *massima verosimiglianza* o MV (vedi § 5.6.3) confrontando tra loro le densità di probabilità condizionate alle diverse ipotesi che sia stato trasmesso il

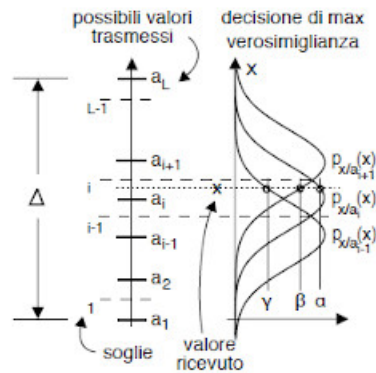
simbolo a_i :

$$P_{X/a_i}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} e^{-\frac{(x-a_i)^2}{2\sigma_N^2}} \quad (8.8)$$

e scegliendo per l' $\hat{a}_i$ tale che $P_{X/\hat{a}_i}(x)$ è la più grande.

Il criterio di massima verosimiglianza equivale pertanto (vedi figura) a definire $L-1$ soglie di decisione θ_i , $i = 1, 2, \dots, L-1$, poste a metà tra i valori a_i ed a_{i+1} ³³, e decidere per il valore a_i se il segnale ricevuto x cade all'interno dell'intervallo compreso tra θ_{i-1} e θ_i ³⁴, dato che ciò (nel caso in figura) corrisponde ad imporre

$$\alpha = P_{X/a_i}(x) > \beta = P_{X/a_{i+1}}(x) > \gamma = P_{X/a_{i-1}}(x)$$



Gestione degli errori

Tramite il calcolo è possibile valutare le probabilità di errore in varie condizioni, per il cui studio si rimanda al testo- Una volta valutata la probabilità di errore è necessario adottare delle strategie per la **gestione degli errori**.

Infatti, una volta che si sono prese tutte le precauzioni al livello del **segnale da trasmettere**, e cioè forma degli impulsi e energia per impulso (potenza del segnale complessivo), rimane solo da adottare delle codifiche a livello delle **sequenze di bit** finalizzate a gestire gli errori. Ciò significa che il flusso di bit viene suddiviso in **blocchi** di **k** bit consecutivi ciascuno e a ogni blocco viene aggiunta una sequenza di **q bit di controllo** (detti "di parità" nei casi semplici), il cui valore è calcolato con operazioni algebriche sui k bit precedenti.

I codici così predisposti si chiamano **Codici a blocco (n,K)** dove $n = k + q$. Essi possono rivelare oppure correggere gli errori di un blocco. Un tipo di codice a blocchi abbastanza usato è quello dei codici polinomiali a cui come controllo è associato il calcolo del CRC (Cyclic Redundancy Check).

Un altro tipo di codice largamente impiegato (ad esempio nella telefonia mobile) è quello dei **Codici convoluzionali**, in cui i bit di controllo vengono calcolati non solo su un blocco, ma su tutta la storia dei blocchi precedenti, che viene continuamente aggiornata.

In ogni caso, le strategie di base sono **due**:

- **FEC Forward Error Correction**: provvede tramite operazioni algebriche alla correzione degli errori esaminando i blocchi ricevuti. Richiede l'aggiunta di vari bit di controllo ad ogni blocco e codificatori/decodificatori sofisticati. Introduce sempre un ritardo non trascurabile ma costante. Adatta a situazioni in cui non si può chiedere la ritrasmissione del blocco, come ad esempio nello streaming o nello storage dei dati e relativa lettura.

- **ARQ Automatic Resend Request**: chiede la ritrasmissione di un blocco errato. È conveniente quando è disponibile un canale nella direzione opposta (backward channel) e non ci sono limiti temporali stringenti. Richiede meno ridondanza della precedente (è sufficiente *rivelare* e non *correggere* gli errori). È la strategia tradizionale, adottata agli albori della trasmissione dati dei primi computer.

Sincronizzazione dei segnali numerici in ricezione

8.6 Acquisizione del sincronismo dati

Come mostrato al § 8.1.1, il segnale dati deve essere campionato al ricevitore, con cadenza pari alla frequenza di simbolo f_s , possibilmente al centro dell'intervallo di simbolo, in modo da contrastare gli effetti della limitazione di banda (vedi fig. 8.2) e dell'ISI (§ 8.2.2.2); per questo motivo, occorre che il temporizzatore mostrato in fig. 8.1 determini gli istanti di campionamento più idonei, effettuando la *sincronizzazione di simbolo*⁸⁰; le diverse scelte per l'onda elementare $g(t)$ discusse al § 8.2.1, determinano differenti gradi di "difficoltà" nel conseguimento della sincronizzazione di simbolo.

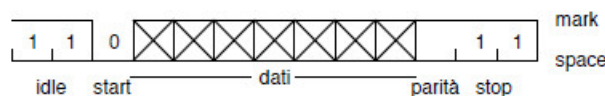
Un differente aspetto della sincronizzazione, riguarda il problema di ricostruire la struttura *sintattica*⁸¹ del segnale binario. Infatti, la sequenza di bit ottenuta al ricevitore è spesso il risultato della serializzazione (al lato del trasmettitore) di informazioni *a carattere* (o *parola*, o *word*), come nel caso di un *file* di testo, oppure dei campioni di un segnale⁸². Pertanto, il ricevitore deve essere in grado di delimitare, nell'ambito del flusso di bit ricevuti, le unità di *parola*, e di raggruppare le parole in *trame*.

Nel seguito, analizziamo le esigenze e le soluzioni di sincronizzazione che emergono nell'ambito di due diverse tecniche di trasmissione, indicate come *asincrona* e *sincrona*, che si differenziano per il fatto che mentre nella prima le parole sono separate tra loro, nella seconda fluiscono senza interruzione.

La trasmissione numerica si basa sulla regolarità del ritmo di emissione degli impulsi che rappresentano elettricamente i bit di un messaggio. Questa regolarità consiste soprattutto il fatto che la durata di un singolo impulso è sempre la stessa. Ciò permette al ricevitore di sincronizzarsi con i segnali ricevuti, individuando la durata dell'impulso. Certo, la deve sapere a priori, ma per leggerlo con la minima probabilità di errore, deve individuare anche gli istanti in cui l'impulso ha l'ampiezza massima, tipicamente situati al centro dell'impulso stesso.

Ma come si fa a individuare l'inizio di un messaggio? Una successione di bit cambia radicalmente di "significato" a seconda di dove poniamo il suo inizio. È vero che il sistema si disinteressa del significato, ma non può disinteressarsi del significato minimo, quello per il quale una successione di bit rappresenta un numero o un carattere. Quindi è importante individuare un inizio che faccia da riferimento a tutte le sequenze successive. Anzi, bisognerà ogni tanto "rinfrescare" tale riferimento, perchè gli errori di linea potrebbero determinarne la perdita.

Trasmissione asincrona



Si dà questo nome alla trasmissione che avviene carattere per carattere, ossi byte per byte, in cui ogni byte è indipendente dal successivo: tipico è il caso della tastiera del computer. Ogni carattere inizia con un bit di Start ("0" o "Space" e termina con uno o due bit di Stop ("1" o "Mark"). Il livello "Idle" (riposo) può avere una durata illimitata, e così era ai tempi della telegrafia, ma ormai la sua durata è un multiplo intero del tempo di bit, per semplificare i circuiti. Quindi anche qui c'è, alla fine, un sincronismo. Questo può essere realizzato sul singolo byte o su un gruppo strutturato

di byte (**parola**). L'efficienza di trasmissione è bassa, perchè in ogni caso non può superare 8/10 ossia 80%.

Il codice più conosciuto che associa numeri a caratteri alfanumerici è l'**ASCII** a 8 bit (inizialmente erano 7) nato per le lingue anglosassoni e latine. Ovviamente è insufficiente per rappresentare tutte le lingue del mondo per cui viene sostituito da **UNICODE** a 16 bit. Ma il progetto UNICODE è in evoluzione perchè vuole includere sempre più segni e al momento si prevede di utilizzare 21 bit per poter rappresentare più di 1 milione di segni diversi.

I caratteri possono essere raggruppati per comporre un messaggio (ad esempio un paragrafo di un testo) che, nel gergo dei dati, viene chiamato **trama** e viene delimitato da caratteri speciali come STX (Start of Text) e ETX (End of Text).

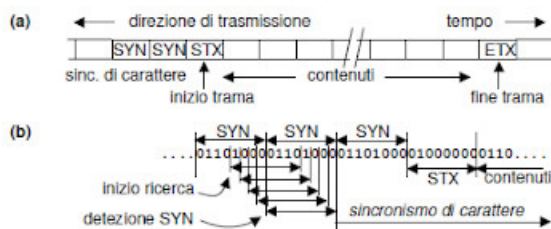
Trasmissione sincrona

Ormai è di gran lunga la più importante, perchè è in grado di unificare tutti i tipi di dati da trasmettere. I bit devono anche qui avere, a maggior ragione, tutti la stessa durata e il **clock** per ricostruirli in ricezione viene **estratto dal flusso di bit ricevuti** tramite un circuito PLL (Phase Locked Loop). Ma i bit devono essere organizzati in **trame** e quindi occorre definire una o più parole di sincronismo.

Le parole di sincronismo vengono emesse in numero sufficiente da ridurre adeguatamente la probabilità di falsi riconoscimenti.

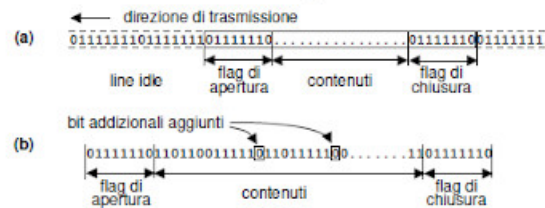
Trasmissione orientata al carattere La trasmissione orientata al carattere è usata principalmente nel caso di contenuti testuali, come per i file ASCII. In assenza dei bit di start e di stop, la sincronizzazione di carattere è ottenuta per mezzo della trasmissione, prima dei dati veri e propri, di una sequenza di caratteri SYN (*Synchronous Idle*), che permettono sia di conseguire (o mantenere) il sincronismo di bit, che di consentire l'individuazione dei confini di carattere, e quindi il sincronismo di carattere.

La figura a fianco mostra (a) che la sincronizzazione di trama è ottenuta come per il caso asincrono, racchiudendo il blocco da trasmettere entro una coppia di caratteri STX-ETX. Una volta che il ricevitore ha conseguito il sincronismo di bit, passa in una modalità di ricerca, verificando (b) se l'allineamento di 8 bit consecutivi corrisponde al carattere SYN, ed in caso negativo, ripete il tentativo bit a bit.



Trasmissione orientata al bit Questa tecnica viene preferita sia nel caso in cui i dati da trasmettere non siano organizzati in caratteri, sia per ridurre l'inefficienza legata all'uso di caratteri di controllo aggiuntivi, nonché per evitare la dipendenza da quei particolari caratteri, così da trasportare l'informazione in modo più universale e *trasparente*. Nella trasmissione orientata al bit, la sincronizzazione di bit e di trama non impiega i caratteri SYN e STX, bensì degli *idle bytes* 01111111 nei periodi di inattività, e dei *flag byte* 01111110 per indicare sia l'inizio che la fine di una trama.

La figura che segue mostra in (a) un esempio di trama, ed in (b) la soluzione del *bit stuffing*, necessaria ad evitare che il *flag byte* possa essere simulato dal contenuto della trasmissione. Ora i dati trasmessi non devono essere necessariamente in numero multiplo della lunghezza di carattere, ed ogni qualvolta sono presenti 5 bit pari ad uno consecutivi, il trasmettitore inserisce forzatamente un bit pari a zero. In tal modo, quando il ricevitore osserva un bit

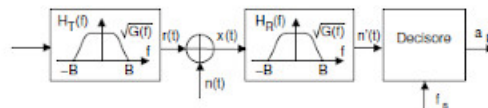


pari a 0 preceduto da 5 bit pari ad uno consecutivi, lo rimuove, conseguendo così la *trasparenza dai dati*, e permettendo il corretto rilevamento del flag byte di fine trama. Ovviamente, la procedura di bit stuffing/destuffing è applicata solamente al *contenuto* della trama.

Ricezione

Per rendere incorrelati i campioni di rumore, e ridurre la P_e al minimo, realizzando al contempo le condizioni di Nyquist in ricezione, tentiamo di verificare anche le condizioni $H(f) = G^*(f)$ di filtro adattato, decomponendo la caratteristica di Nyquist $G(f)$ in parti uguali tra trasmettitore e ricevitore, e dando quindi luogo allo schema di figura, in cui

$$H_T(f) = H_R(f) = \sqrt{G(f)}$$



In tal modo, al decisore giunge esattamente lo stesso segnale di prima⁹¹, mentre la densità di potenza del rumore non è più costante, ma ora vale

$$\mathcal{P}_N(f) = \frac{N_0}{2} |H_R(f)|^2 = \frac{N_0}{2} G(f)$$

Pertanto, i campioni di rumore presi a distanza T_s sono incorrelati (e quindi statisticamente indipendenti perché gaussiani, vedi § 5.5.1), in quanto $\mathcal{R}_N(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{P}_N(f)\}$ è ora un impulso di Nyquist, che passa da zero per $\tau = kT_s$. Notiamo che, essendo $G(f)$ reale pari, la fattorizzazione di $G(f)$ realizza effettivamente la condizione $H_R(f) = H_T^*(f)$ che definisce un filtro adattato.

8.8 Equalizzazione

Quando il segnale dati attraversa un canale che presenta una $H(f)$ non ideale (vedi pag. 135), la *distorsione lineare* (§ 7.2) introdotta causa nel segnale dati la comparsa di ISI (vedi § 8.1.2.2), in quanto il segnale ricevuto $x(t)$ risulta ora realizzato mediante degli impulsi *distorti* $\tilde{g}(t) = g(t) * h(t)$ anziché $g(t)$. Tale fenomeno può essere *compensato* facendo transitare $x(t)$ attraverso un *filtro di equalizzazione* $H_{eq}(f)$ che in cascata ad $H(f)$ ripristini le condizioni di canale perfetto, cioè tale che

$$H(f) H_{eq}(f) = ae^{-j2\pi f\tau} \quad \text{ovvero} \quad H_{eq}(f) = \frac{ae^{-j2\pi f\tau}}{H(f)}$$

Se il lato ricevente conosce $H(f)$, può calcolare la $H_{eq}(f)$ teorica, e realizzare un filtro trasversale (vedi § 6.7) che la approssimi, calcolandone i coefficienti mediante uno sviluppo in serie. Il troncamento di tale sviluppo, necessario ad ottenere un $h_{eq}(t)$ di durata finita, comporta un errore residuo, che viene *tollerato* purché piccolo. Ma spesso il ricevitore *non conosce*

l' $H(f)$ del canale, ma solamente il segnale ricevuto. Per questo motivo, la trasmissione vera e propria viene preceduta da una fase di *apprendimento*, durante la quale sono trasmessi dati che anche il ricevitore conosce, e che vengono così utilizzati per valutare la distorsione lineare introdotta dal canale, e stimare la $H(f)$.

Segnali modulati

QUESTI segnali sono noti anche come *a banda stretta*, *passa banda*, o *in banda traslata*, dato che presentano uno spettro che occupa una limitata regione di frequenze, ristretta attorno ad un valore f_0 detto *frequenza portante*. Sono il risultato del processo di *modulazione* (§ 3.6.2), che effettua la trasformazione di un segnale $m(t)$ *modulante* (o di *banda base*, come quelli studiati finora) in un secondo segnale $x(t)$ *modulato*, allo scopo di renderne il contenuto spettrale idoneo alla trasmissione mediante il canale a disposizione.

Il segnale *ricevuto* $r(t)$ (a cui è sovrapposto un processo di rumore $n(t)$) deve quindi essere *demodulato* (operazione che, se applicata ad $x(t)$, restituirebbe $m(t)$) per ottenere $d(t)$, che rappresenta il segnale trasmesso, più eventuali *distorsioni* $\varepsilon(t)$. Per evidenziare la situazione, scriviamo il segnale demodulato come $d(t) = m(t) + \varepsilon(t)$, in cui $\varepsilon(t) = Dem\{n(t)\} + Dem\{y(t) - x(t)\}$: evidentemente, le distorsioni hanno origine sia dal risultato della demodulazione del rumore in ingresso, sia dagli effetti prodotti dalla demodulazione sulle alterazioni introdotte dal canale sul segnale in transito.

Il processo di modulazione è spesso associato ad una trasmissione radio, ma può rendersi necessario e/o utile anche per trasmissioni su rame. In generale, individuiamo almeno tre situazioni in cui è necessario l'impiego di segnali modulati:

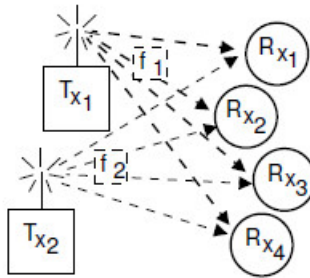
- il canale non permette la trasmissione di frequenze contigue all'origine;
- il canale presenta un comportamento ideale (modulo costante e fase lineare) solo in determinati intervalli di frequenza;
- il canale presenta disturbi additivi solo in determinate regioni di frequenza.

Contesti applicativi

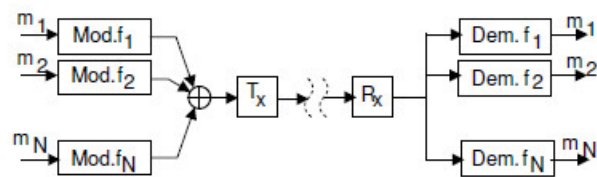
Multiplazione a divisione di frequenza FDM Si tratta della tecnica tradizionale per cui sono possibili più trasmissioni contemporanee che non interferiscono tra loro perché utilizzano **bande di frequenza** diverse centrate su **frequenze diverse**.

Si hanno quindi

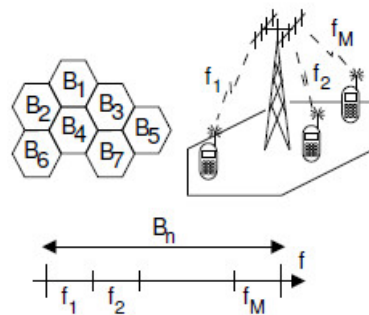
Collegamenti punto - multipunto



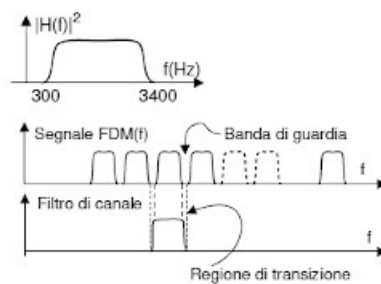
Collegamenti punto - punto



Accesso multiplo



Canale telefonico



9.1.3 Antenne e lunghezza d'onda

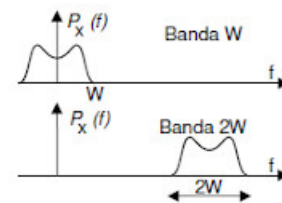
La trasmissione di un segnale via onda radio necessita di una antenna di dimensioni comparabili con quelle della lunghezza d'onda. Quest'ultima quantità (indicata con λ) è pari allo spazio percorso dall'onda in un tempo pari ad un periodo: dato che *spazio* = *velocità* · *tempo*, e considerando che le onde elettromagnetiche si propagano alla velocità della luce ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s), si ha $\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f}$.

Nel caso di segnali modulati, il valore di f è quello della portante, in quanto in genere il segnale modulato occupa una banda ristretta attorno ad essa. Trasmissioni con portanti più elevate necessitano di antenne di dimensioni ridotte; d'altra parte se per assurdo trasmettessimo con portante di 300 Hz, occorrerebbe una antenna di dimensioni $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{300} = 10^6$ m = 1000 Km!⁸



9.1.4 Banda di segnale

La banda occupata da un segnale è la regione di frequenze al di fuori della quale non vi sono componenti energetiche; la sua misura in Hz è indicata come *larghezza di banda*. Per segnali reali l'occupazione di banda è espressa in termini del solo contenuto a frequenze positive; dato che in tal caso lo spettro di potenza è una funzione pari di f , la banda totale è doppia. Tale definizione è pertanto non ambigua, ed in accordo alla comune accezione di frequenza (positiva); pertanto, viene spesso indicata come *banda a frequenze positive*⁹.

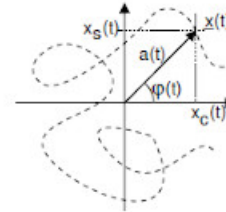


9.2.1 Involuppo complesso

E' definito come un segnale *complesso* $\underline{x}(t) = x_c(t) + jx_s(t)$ ed è una estensione del concetto di *fasore* (vedi § 2.1.3), che a sua volta consente di rappresentare un segnale del tipo $x(t) = a \cos(\omega_0 t + \varphi)$ per mezzo del fasore $\underline{x} = a e^{j\varphi}$, mediante la relazione $x(t) = \Re \{ \underline{x} e^{j\omega_0 t} \}$. In modo simile, l'*inviluppo complesso* $\underline{x}(t)$ può essere pensato come un fasore per il quale il modulo a e la fase φ siano funzioni del tempo, ovvero

$$\underline{x}(t) = a(t) e^{j\varphi(t)} \quad (9.2)$$

rappresentato nella figura a fianco assieme ad una sua potenziale traiettoria temporale. Ad $\underline{x}(t)$ possiamo quindi associare un segnale reale



$$x(t) = \Re \{ \underline{x}(t) e^{j\omega_0 t} \} = \Re \{ a(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} \} = a(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \quad (9.3)$$

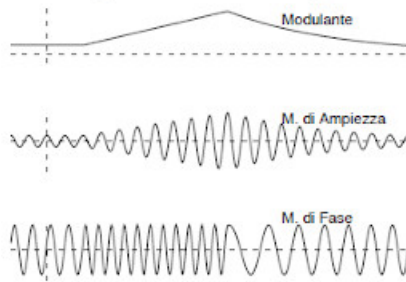
Modulazioni

Come si ottengono queste "traslazioni" di banda? Risposta: effettuando modulazioni di ampiezza o di frequenza di una "portante" sinusoidale.

9.2.2 Modulazione di ampiezza e/o angolare

L'involuppo complesso è un potente strumento che permette di descrivere il processo di modulazione in modo semplice ed omogeneo. Ad esempio, la sua rappresentazione polare $\underline{x}(t) = a(t) e^{j\varphi(t)}$ che compare nella (9.3) evidenzia come la traslazione in frequenza del segnale $a(t)$ mediante moltiplicazione per un coseno a frequenza (*portante*) (vedi § 3.6.2) ovvero $x(t) = a(t) \cos(2\pi f_0 t)$, corrisponda ad un involuppo complesso $\underline{x}(t) = a(t)$ a fase nulla: ciò prende il nome di *modulazione di ampiezza*¹² dato che appunto l'ampiezza del coseno varia in funzione del segnale $a(t)$. Se al contrario consideriamo un involuppo complesso con modulo costante $\underline{x}(t) = e^{j\varphi(t)}$, l'andamento della fase $\varphi(t)$ imprime alla portante un diverso tipo di modulazione, detto *modulazione di fase*¹³ o *angolare* in quanto il segnale modulante ($\varphi(t)$ in questo caso) altera l'argomento del coseno, ottenendo $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t))$.

Prima di proseguire, riflettiamo sul risultato mostrato alla figura seguente, in cui si considera un segnale modulante $m(t)$ prima costante, poi a rampa lineare, e quindi decrescente. Ponendo $\underline{x}(t) = m(t)$ si ottiene una portante modulata in ampiezza, mentre con $\underline{x}(t) = e^{jm(t)}$ la portante modulata angularmente $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + m(t))$ presenta una ampiezza



costante, ed una frequenza che (nell'intervallo in cui $m(t)$ aumenta linearmente) cambia in un valore più elevato, per poi diminuire. In pratica, se $m(t) = \alpha t$, allora l'argomento del coseno diviene $2\pi f_0 t + \alpha t = 2\pi \left(f_0 + \frac{\alpha}{2\pi}\right) t$.

Per meglio descrivere il caso di modulazione angolare, definiamo una *fase istantanea*

$$\psi(t) = 2\pi f_0 t + \varphi(t)$$

ed una *frequenza istantanea*

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \psi(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi(t)$$

In questi termini, la modulazione angolare viene distinta in *modulazione di fase* propriamente detta quando $m(t)$ altera la fase in modo diretto, ovvero

$$\varphi(t) = k_\varphi m(t)$$

mentre viene detta *modulazione di frequenza* quando

$$\varphi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \quad (9.5)$$

dato che in questo caso è la frequenza istantanea a dipendere direttamente dal segnale modulante: $f_i(t) = f_0 + k_f m(t)$.

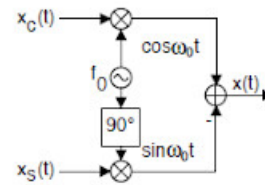
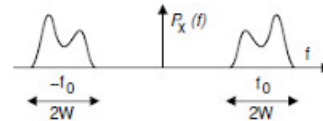
9.2.3 Componenti analogiche di bassa frequenza

E' il nome dato alle parti reale ed immaginaria dell'involuppo complesso espresso in coordinate cartesiane, ovvero $\underline{x}(t) = x_c(t) + jx_s(t)$, legate alla rappresentazione polare $\underline{x}(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}$ dalle relazioni $x_c(t) = a(t)\cos\varphi(t)$ e $x_s(t) = a(t)\sin\varphi(t)$, e che come abbiamo visto (eq. 9.4) permettono di descrivere completamente un segnale modulato (9.3) nella forma $x(t) = x_c(t)\cos 2\pi f_0 t - x_s(t)\sin 2\pi f_0 t$.

Vedremo tra breve che, scegliendo per f_0 una frequenza al centro della banda $2W$ del segnale modulato, le componenti analogiche di bassa frequenza $x_c(t)$ e $x_s(t)$ (d'ora in poi c.a. di b.f.) sono limitate in banda con banda $2W$ centrata attorno all'origine. Che l'inverso sia vero è indubbio, dato che il segnale modulato espresso dalla (9.1) può essere ottenuto partendo da $x_c(t)$ e $x_s(t)$ limitate in banda, realizzando il semplice schema di elaborazione mostrato in figura.

Questa possibilità offre dunque una via per sintetizzare un segnale modulato (in ampiezza, od angularmente, od entrambe le cose), a partire dalle sue c.a. di b.f., che a loro volta sono ottenibili a partire da $a(t)$ e $\varphi(t)$. Restano comunque (per ora) aperti i seguenti aspetti:

- noto $x(t)$, come demodulare il segnale, ovvero ottenere $x_c(t)$ ed $x_s(t)$?
- noto lo spettro di densità di potenza $\mathcal{P}_x(f)$, che dire di $\mathcal{P}_{\underline{x}}(f)$?



Volendo valutare la **potenza** di un segnale **traslato in banda** (tramite un processo di modulazione) di arriva a conclusioni abbastanza semplici se il segnale di partenza è **ergodico**:

$$\mathcal{P}_{x_c}(f) = \mathcal{P}_{x_s}(f) = \mathcal{P}_x^-(f - f_0) + \mathcal{P}_x^+(f + f_0)$$

e dunque lo spettro di densità di potenza delle componenti analogiche di un processo si ottiene traslando e sovrapponendo (vedi fig. 9.3) le componenti a frequenze positive e negative del $\mathcal{P}_x(f)$ di partenza.

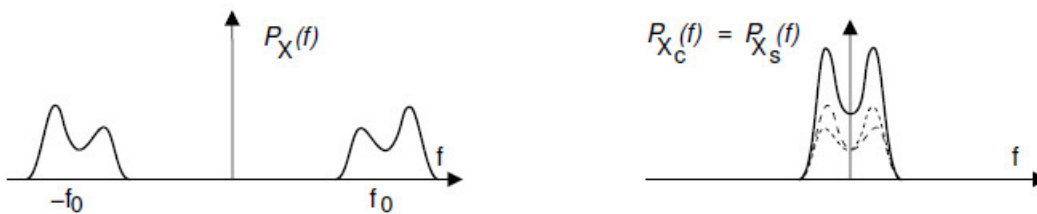


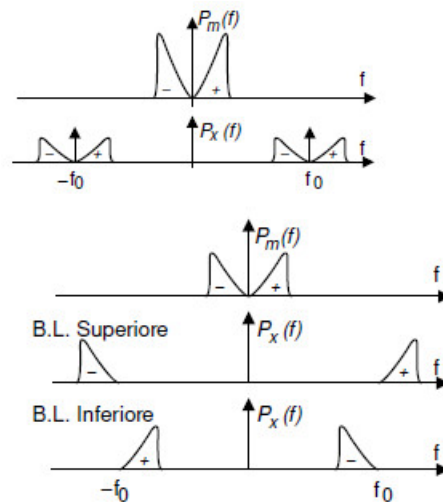
Figura 9.3: Segnale modulato e densità di potenza delle componenti analogiche di b.f.

10.1 Modulazione di ampiezza - AM

Al § 9.2 si è mostrato che un segnale modulato $x(t)$ può essere rappresentato nei termini delle sue componenti analogiche di bassa frequenza $x_c(t)$ e $x_s(t)$: nel caso in cui queste rappresentino due segnali indipendenti, la loro trasmissione congiunta sulla medesima portante realizza un segnale QAM (*quadrature amplitude modulation*). Al contrario, nei casi più tipici x_c ed x_s non sono qualsiasi, ma sussiste tra loro una relazione, in base alla quale si distinguono le seguenti classi di segnali modulati in ampiezza:

- **banda laterale doppia:** la componente $x_s(t)$ è nulla, cosicché $\mathcal{P}_x(f)$ è simmetrico rispetto ad f_0 . Si tratta del caso a noi già noto, ed è indicato dagli acronimi BLD o DSB (*double side band*).
- **banda laterale unica:** sono presenti sia $x_c(t)$ che $x_s(t)$, e risulta $x_s(t) = \hat{x}_c(t)$. Questo fa sì che (come vedremo) la densità $\mathcal{P}_x(f)$ del segnale modulato giaccia tutta all'esterno (od all'interno) di $\pm f_0$ (BLU o SSB - *single side band*)
- **banda laterale ridotta:** è una via di mezzo tra i due casi precedenti, e cioè $\mathcal{P}_x(f)$ non è simmetrica rispetto ad f_0 , ma comunque giace da ambo i lati (BLR o VSB - *vestigial side band*²).

Per completare la classificazione, per ognuna delle possibilità precedenti può verificarsi uno tra tre sottocasi, che si riferiscono alla presenza o meno, in $\mathcal{P}_x(f)$, di una concentrazione di potenza (ossia un impulso) a frequenza f_0 , corrispondente alla trasmissione di potenza non associata al messaggio $m(t)$, ma solamente alla portante, e quindi priva di contenuto informativo ai fini della trasmissione. $\square$



Tramite filtraggio può venire isolata la **banda laterale superiore**. La banda occupata e la potenza impegnate risultano così essere la metà ma la demodulazione è assai più difficoltosa. La banda laterale ridotta supplisce in parte a queste difficoltà. Passiamo ora alle

modulazioni di fase e frequenza

dette angolari

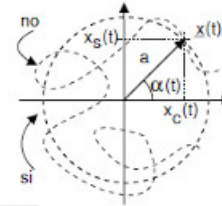
10.3 Modulazione angolare

In questo tipo di modulazione l'informazione contenuta nel messaggio $x(t)$ è impressa sulla portante modificandone la fase: $x(t) = a \cos(\omega_0 t + \alpha(t))$, ed il suo inviluppo complesso (vedi eq. (9.2)) risulta

$$\underline{x}(t) = ae^{j\alpha(t)} = a [\cos \alpha(t) + j \sin \alpha(t)] = x_c(t) + jx_s(t)$$

Notiamo subito che, a differenza della AM, il modulo di $\underline{x}(t)$ è rigorosamente *costante* e pari ad a , mentre la fase $\alpha(t)$ varia continuamente. Si è già mostrato al § 9.2.2 come sia possibile definire 2 diversi tipi di legame tra messaggio $m(t)$ e fase dell'inviluppo complesso $\alpha(t)$, indicati con PM (modulazione di fase) ed FM (modulazione di frequenza), riassunti nella tabella seguente:

	$\alpha(t)$	$f_i(t)$
PM	$k_\phi m(t)$	$f_0 + \frac{k_\phi}{2\pi} \frac{d}{dt} m(t)$
FM	$2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$	$f_0 + k_f m(t)$



In particolare, i due tipi di modulazione sono esprimibili anche nei termini della *frequenza istantanea*, definita come la derivata della *fase istantanea* $\psi(t) = 2\pi f_0 t + \alpha(t)$:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \psi(t) = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \alpha(t) \quad (10.6)$$

Le due alternative (PM e FM) sono analizzate assieme, in quanto reciprocamente intercambiabili qualora si effettui

- una PM con $m(t)$ pari all'integrale del messaggio informativo *oppure*
- una FM con $m(t)$ pari alla derivata del messaggio informativo.

Ricordiamo il parametro k_f come legame tra **frequenza istantanea** $f_i(t)$ e messaggio da trasmettere **$m(t)$**

$$f_i(t) = f_0 + k_f m(t).$$

Le **modulazioni angolari** sono ad **ampiezza costante** (e quindi anche **Potenza costante**) ma sono altamente **non lineari**. Il calcolo preciso del loro spettro implica l'uso delle *funzioni di Bessel* dell'**indice β** definito sotto. Si considera una **modulante sinusoidale**

Ponendo $m(t) = \cos(2\pi wt)$, si ottiene che la fase modulante $\alpha(t)$ e la frequenza istantanea $f_i(t)$ per i due casi PM ed FM, relativi al segnale $x(t) = a \cos(2\pi f_0 t + \alpha(t))$, risultano:

	$\alpha(t)$	$f_i(t)$	$\Delta\alpha$	Δf
PM	$k_\phi \cos(2\pi wt)$	$f_0 + wk_\phi \sin(2\pi wt)$	k_ϕ	wk_ϕ
FM	$2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = \frac{k_f}{w} \sin(2\pi wt)$	$f_0 + k_f \cos(2\pi wt)$	$\frac{k_f}{w}$	k_f

in cui si è anche indicata la massima deviazione di fase $\Delta\alpha = \max\{|\alpha(t)|\}$ e di frequenza $\Delta f = \max\{|f_i(t) - f_0|\}$. Notiamo subito che, in entrambi i casi, sia la fase $\alpha(t)$ che la frequenza istantanea $f_i(t)$ variano sinusoidalmente con periodo $\frac{1}{w}$; nel caso PM l'entità di Δf aumenta con w , mentre nell'FM la $\Delta\alpha$ diminuisce con w . Nel seguito si farà riferimento all'indice di modulazione angolare β , corrispondente alla massima escursione della fase $\Delta\alpha$, che risulta:

$$\beta = \begin{cases} k_\phi & \text{(PM)} \\ \frac{k_f}{w} & \text{(FM)} \end{cases}$$

Con questa convenzione, possiamo trattare congiuntamente entrambi i casi PM ed FM riscrivendo l'involuppo complesso come ³⁴

$$\underline{x}(t) = ae^{j\beta \sin(2\pi wt)}$$

Si può usare la **formula di Carson** per valutare la banda occupata **BC** in funzione dell'indice di modulazione e della w modulante

$$B_C \simeq 2(k_f + w) = 2w(\beta + 1)$$

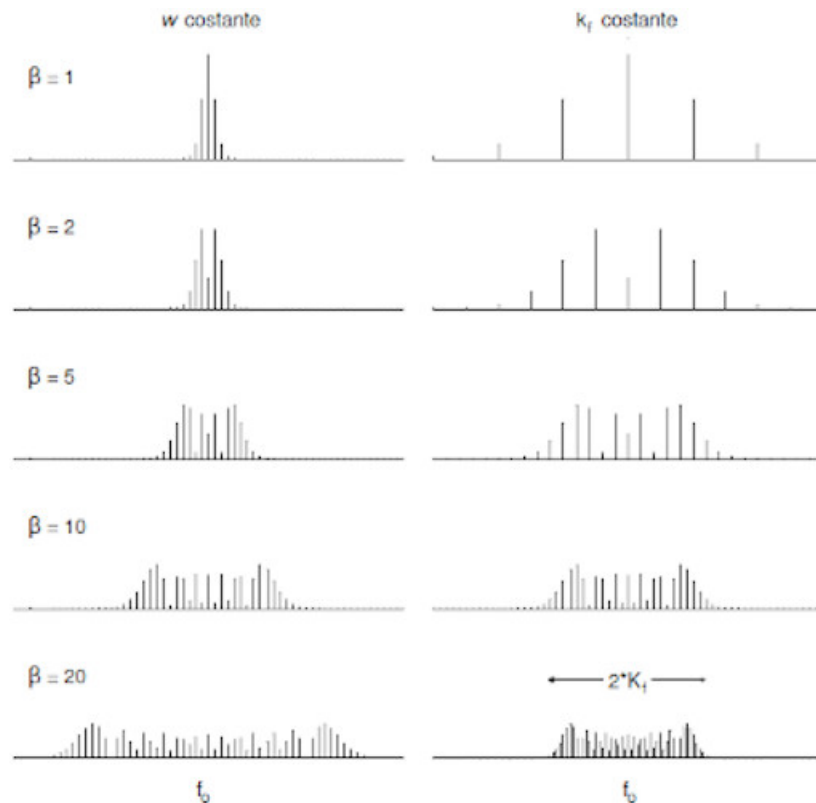


Figura 10.3: Spettro di ampiezza per segnale FM a modulazione sinusoidale

Demodulazione AM

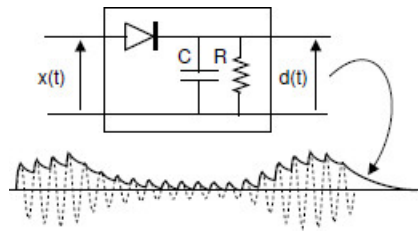
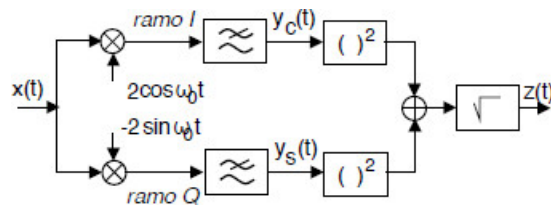
La **demodulazione** riporta **in banda base** il segnale **modulato** con portante **fo**

10.2 Demodulazione di ampiezza

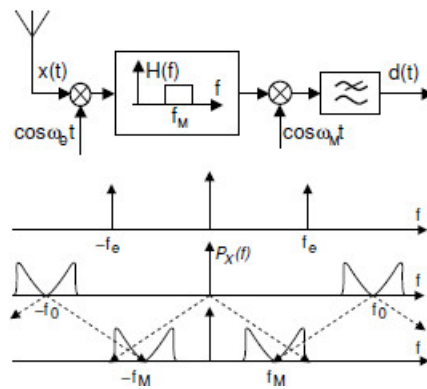
Il messaggio $m(t)$ può essere recuperato a partire da quello modulato $x(t)$ mediante il processo di demodulazione, e nel caso AM la demodulazione può avvenire mediante diverse tecniche, denominate *omodina*, *inviluppo*, *in fase e quadratura*, *eterodina*; ognuna di esse ha il suo campo di applicazione, assieme a pregi e difetti.

Omodina

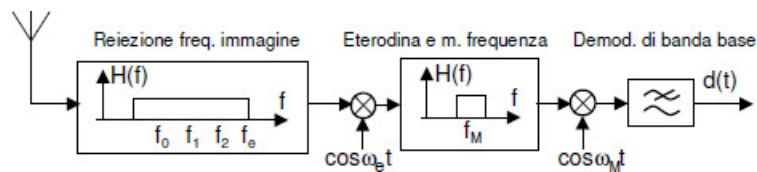


Inviluppo*In fase e quadratura**Eterodina*

Fa uso anche di una frequenza intermedia f_M di servizio, detta **Media frequenza**



Si usa spesso anche lo schema

Supereterodina

Demodulazione FM

Vengono descritti due metodi: PLL (Phased Locked Loop) e Discriminatore

10.3.1.1 Ricevitore a PLL

Al § 10.2.2.2 si è già mostrato l'uso del circuito PLL per l'aggancio della fase della portante di modulazione. Lo stesso schema può essere usato per inseguire l'andamento temporale della fase di una portante modulata angularmente, ottenendo in tal modo l'informazione desiderata.

La figura a lato riporta lo schema generale di un PLL, in cui il VCO genera un segnale pari a $\sin(\omega_0 t + \theta_o(t))$, con $\theta_o(t) = k_v \int_{-\infty}^t v_o(\tau) d\tau$, mentre il segnale ricevuto ha la forma $x(t) = \cos(\omega_0 t + \theta_i(t))$. Lo schema può essere analizzato con i metodi dei controlli automatici, in quanto rappresenta un sistema che tenta di mantenere nullo l'errore $\sin \Delta\theta$, con $\Delta\theta(t) = \theta_i(t) - \theta_o(t)$; l'analisi si basa quindi sulla linearizzazione $\sin \Delta\theta \simeq \Delta\theta$, valida per $\Delta\theta$ piccolo.

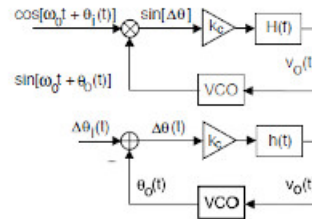
L'analisi di Laplace³² fornisce allora il risultato

$$\Theta_o(s) = \frac{k_c k_v H(s)}{s + k_c k_v H(s)} \Theta_i(s) \quad (10.8)$$

che, antitrasformato, permette di esprimere $\theta_o(t)$ (fase del VCO) come una versione *filtrata* della fase della portante modulata $\theta_i(t)$, da parte della funzione di trasferimento ad anello chiuso

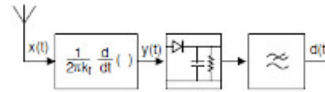
$$H(f) = \left. \frac{k_c k_v H(s)}{s + k_c k_v H(s)} \right|_{s=j2\pi f}$$

Inoltre, dato che il VCO produce $\theta_o(t) = k_v \int_{-\infty}^t v_o(\tau) d\tau$, si riconosce subito che l'uscita $v_o(t)$ del filtro di loop $H(s)$ corrisponde alla ricostruzione del messaggio modulante $m(t)$ nel caso di modulazione FM. Pertanto, l'uscita del filtro di loop del PLL realizza la demodulazione di frequenza.



10.3.1.2 Ricevitore a discriminatore

E' realizzato mediante il circuito alla figura riportata a fianco, in cui il derivatore effettua una conversione FM-AM, e quindi viene demodulato l'involuppo di ampiezza di $y(t)$. Infatti quest'ultimo segnale



Teoria dell'informazione

Finora abbiamo studiato le descrizioni dei segnali che rappresentano messaggi. Abbiamo sempre detto che i sistemi di telecomunicazione si disinteressano del contenuto dei messaggi, ossia del loro significato informativo. Ma per rendere efficiente la trasmissione dei segnali è opportuno sceglierne la **forma** in base alle **esigenze della trasmissione** che comprendono:

- **Protezione** dagli errori indotti dai disturbi
- **Riduzione** della mole di dati
- **Minimizzazione** del tempo di trasmissione

Queste esigenze vanno confrontate con i limiti propri sia della Sorgente che del Canale.

La **Codifica di Sorgente** studia la minima quantità di simboli con cui è possibile trasmettere un messaggio, detta **Entropia**.

La **Codifica di Canale** studia la massima velocità con cui è possibile trasmettere un messaggio su un dato canale, detta **Capacità di canale**

11.1 Codifica di sorgente

Una fonte informativa (o sorgente) può essere per sua natura di tipo discreto, come nel caso di un documento scritto, o di tipo continuo, come nel caso di un segnale analogico, ad esempio audio e video. In base a considerazioni di tipo statistico, la sorgente può essere caratterizzata da una grandezza, l'*entropia*, che indica il tasso di informazione (in bit/secondo) *intrinseco* per i messaggi prodotti dalla sorgente; d'altra parte, la descrizione in modo nativo dei messaggi prodotti può risultare in una *velocità di trasmissione* ben superiore!

Lo scopo della *codifica di sorgente* è quello di individuare rappresentazioni alternative per le informazioni prodotte dalla sorgente, in modo da ridurre la quantità di bit/secondo necessari alla trasmissione, a valori quanto più possibile prossimi a quelli dell'entropia, sfruttando le caratteristiche della sorgente, del processo di codifica, e del destinatario dei messaggi, ovvero

- la particolare distribuzione statistica dei simboli o dei valori emessi dalla sorgente, che può permettere l'uso di un minor numero di bit per rappresentare i simboli *più frequenti* di altri;
- la dipendenza statistica presente tra simboli successivi, ovvero la presenza di un fenomeno di memoria intrinseco della sorgente, che rende possibile entro certi limiti la *predizione* dei valori futuri;
- l'introduzione di un *ritardo di codifica*, che permette di analizzare un intero intervallo temporale del messaggio;
- nel caso di segnali multimediali, l'esistenza di *fenomeni percettivi* legati alla fisiologia dell'apparato sensoriale, che possono guidare il codificatore nella scelta delle componenti di segnale da sopprimere, in quanto percettivamente non rilevanti.

Nel caso di sorgenti nativamente discrete, come ad esempio documenti in formato elettronico, lo scopo della codifica di sorgente è quello di permettere la ricostruzione *integrale* di quanto trasmesso, che dunque viene detta *senza perdita di informazione*. Nel caso invece di sorgenti continue, si ottiene una sequenza numerica a seguito di un processo di campionamento e quantizzazione, che determina l'insorgenza di una prima causa di *distorsione* nel messaggio ricostruito, mentre la velocità binaria effettiva può essere ulteriormente ridotta grazie allo sfruttamento dei fenomeni percettivi: in tal caso il risultato della codifica viene detto *con perdita di informazione*.

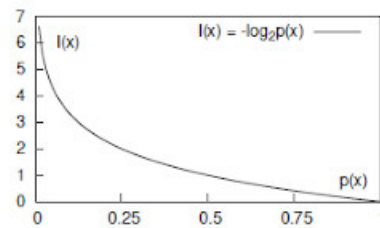
11.1.1 Codifica di sorgente discreta

Sorgente senza memoria Prendiamo in considerazione una sorgente discreta e stazionaria, che emette una sequenza $x(n)$ composta di simboli x_k appartenenti ad un alfabeto di cardinalità L (ossia con $k = \{1, 2, \dots, L\}$), ognuno contraddistinto dalla probabilità di emissione $p_k = Pr(x_k)$. Il termine *senza memoria* si riferisce al fatto che, se indichiamo con x_h, x_k una coppia di simboli emessi uno dopo l'altro (ossia $x(n) = x_h, x(n+1) = x_k$), la probabilità del simbolo emesso per secondo non dipende dall'identità di quello(i) emesso precedentemente, ossia $p(x_k/x_h) = p(x_k) = p_k$.

Misura dell'informazione Definiamo informazione (espressa in *bit*) associata all'osservazione del simbolo x_k il valore¹

$$I_k = I(x_k) = \log_2 \frac{1}{p_k} = -\log_2 p_k \text{ bit}$$

che rappresenta il grado di incertezza a riguardo del verificarsi dell'evento x_k (prima che questo si verifichi), ovvero di quanto possiamo ritenersi sorpresi nel venire a conoscenza dell'evento x_k , di cui riteniamo di conoscere la probabilità p_k . Osserviamo infatti che per come è fatta la funzione logaritmo, a bassi valori di probabilità è associata una informazione elevata. La scelta di usare il logaritmo in base 2 produce i seguenti risultati:



Prob. p_k	Informazione $-\log_2 p_k$	Commento
1	0	L'evento certo non fornisce informazione
0	∞	L'evento impossibile dà informazione infinita
$\frac{1}{2}$	1	In caso di scelta binaria (es. testa o croce) occorre una cifra binaria (<i>bit = binary digit</i>) per indicare il risultato

11.1.1.1 Entropia

Come in termodinamica al concetto di entropia si associa il grado di *disordine* in un sistema, così per una sorgente informativa l'entropia misura il livello di *casualità* dei simboli emessi. Definiamo quindi *entropia* (indicata con H) di una sorgente discreta S , il valore atteso della quantità di informazione apportata dalla conoscenza dei simboli (scelti tra L possibilità) da essa generati

$$H_s = E\{I_k\} = \sum_{k=1}^L p_k I_k = \sum_{k=1}^L p_k \log_2 \frac{1}{p_k} \text{ bit/simbolo} \quad (11.1)$$

che pesando in probabilità il valore di informazione associato ai diversi simboli, rappresenta il *tasso medio* di informazione per simbolo delle sequenze osservabili. Come mostrato nell'esercizio che segue, risulta che:

- se i simboli sono *equiprobabili* ($p_k = \frac{1}{L}$ con $\forall k$), la sorgente è *massimamente informativa*, e la sua entropia è la massima possibile per un alfabeto ad L simboli, e pari a $H_{s_{Max}} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \log_2 L = \log_2 L$ bit/simbolo;
- se i simboli non sono equiprobabili, allora $H_s < \log_2 L$;
- se la sorgente emette sempre e solo lo stesso simbolo, allora $H_s = 0$.

Da queste osservazioni discende l'espressione riassuntiva

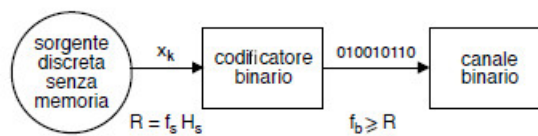
$$0 \leq H_s \leq \log_2 L \quad (11.2)$$

In realtà il termine **binit** è assai poco usato. Si preferisce usare sempre **bit**. Personalmente trovo poco indovinato "bit" per la misura dell'informazione: sarebbe stato meglio usare "binit" lasciando "bit" per i numeri. Inoltre trovo fuorviante "**Teoria dell'informazione**" perché il termine "informazione" rimanda ai contenuti e alla conoscenza, mentre la teoria in oggetto riguarda **l'efficienza tecnica delle trasmissioni**.

11.1.1.2 Intensità informativa e codifica binaria

Continuiamo a riferirci ad una sorgente discreta e senza memoria, caratterizzata da una entropia H_s bit/simbolo, ed i cui simboli x_k sono emessi ad una frequenza f_s simboli/secondo: il *flusso informativo* prodotto è dunque caratterizzato da una *intensità* o *velocità informativa* pari a

$$R = f_s \cdot H_s \quad \text{bit/secondo}$$



$$f_b \geq f_s \cdot H_b(p) = f_s \cdot H_s = R$$

Il rapporto $\bar{N} = \frac{f_b}{f_s} \geq H_s$ rappresenta il numero *medio* di cifre binarie emesse per ciascun simbolo della sorgente, e può essere valutato a partire dalle probabilità p_k dei simboli x_k , come $\bar{N} = \sum_k p_k N_k$. Il primo teorema di Shannon⁶, o della *codifica di sorgente*, afferma che *esiste* un modo di scegliere gli N_k binit associati ai simboli x_k tale che⁷

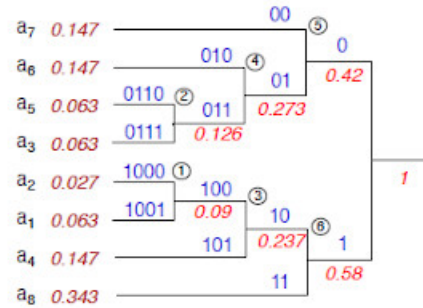
$$H_s \leq \bar{N} \leq H_s + \epsilon \quad (11.4)$$

con ϵ piccolo a piacere, e che si annulla in corrispondenza della codifica *ottima*, per la quale risulta $\bar{N} = H_s$. Ma non dice come fare.

In pratica, una codifica di sorgente ante litteram è l'alfabeto Morse: ai caratteri più frequenti (nella lingua inglese) lui attribuì parole di codice più brevi, così che in media i punti e le linee complessivi di un messaggio risultavano di meno. Un codice di sorgente largamente utilizzato, e "ottimo" se le probabilità dei simboli di sorgente sono conosciute a priori, è il **Codice di Huffman**.

Esempio una sorgente con $L = 8$ simboli è caratterizzata dalle probabilità di simbolo riportate in figura, a partire dalle quali si realizza un codice di Huffman mediante la costruzione grafica riportata, in cui le probabilità sono scritte *sotto* i rami ed accanto ai simboli, mentre i binit *sopra*. Dopo aver ordinato i simboli in base alle probabilità, si individuano i due nodi a prob.

Simbolo	p_k	Codeword
a_1	0.027	1001
a_2	0.063	1000
a_3	0.063	0111
a_4	0.147	101
a_5	0.063	0110
a_6	0.147	010
a_7	0.147	00
a_8	0.343	11



più bassa come a_1 e a_2 , che assommano prob. 0.09; dunque la coppia ora meno probabile è a_3 con a_5 , che cumulano prob. 0.126. Quindi, le due prob. minori divengono quelle di a_4 e della coppia a_1a_2 , per un totale di 0.237, e poi è il turno di raggruppare a_6 con a_3a_5 , per un totale di 0.273. Quest'ultimo nodo viene allora combinato con a_7 con prob. complessiva 0.42, quindi è il turno di a_8 con $a_1a_2a_4$ che totalizzano 0.58, ed infine questo nodo è collegato con il (5). A questo punto, partendo dalla radice a destra, si assegna un binit pari a 0 o 1 ad ogni coppia di rami, ripetendo l'assegnazione per le coppie discendenti, fino al risultato mostrato.

Esistono diversi altri metodi di codifica. Tali metodi sono usati ad esempio dalle applicazioni di **compressione** quali **Zip**, **Rar**, **Flac**, etc. compresi quelli con perdita come **Jpeg** e **mp3**.

Informazione nel canale

11.2 Codifica di canale

Come già fatto osservare al § 8.4.2, lo scopo della codifica di canale è quello di ridurre il tasso di errore di una trasmissione numerica ricorrendo alla aggiunta di ridondanza, ossia trasmettendo più binit di quanti necessari dopo l'attuazione della codifica di sorgente, e dunque (nel caso di una trasmissione *real-time*) occupare più banda dello stretto necessario.

E' quindi naturale chiedersi: fino a che punto si può arrivare, ovvero di quanto si può ridurre la P_e , e quanta ridondanza è necessario aggiungere? La risposta fornita in questa sezione è che, finché il tasso informativo R si mantiene inferiore al valore di una grandezza C denominata *capacità di canale*, definita ai § 11.2.3 e 11.2.4, il canale può trasportare l'informazione (teoricamente) *senza errori*! Mentre se al contrario $R > C$, non è possibile trovare nessun procedimento in grado di ridurre gli errori - che anzi, divengono praticamente *certi*. Infine per quanto riguarda la ridondanza che occorre aggiungere, pur senza spiegare come fare, la teoria assicura che questa può essere resa *trascurabile*! Ma prima di approfondire l'enunciazione di questi risultati, svolgiamo alcune riflessioni su come

- il processo di decisione svolto dal lato ricevente di un canale numerico può basarsi oltre che sulla conoscenza della statistica di *come avvengano* gli errori, anche su quella che descrive *come sono emessi* i simboli della sorgente;
- il verificarsi di errori costituisca una *perdita di informazione*.

L'**informazione mutua** usa il concetto di **probabilità condizionata**, ossia la probabilità dell'evento B dato che sia accaduto l'evento A. Ad esempio, dato un mazzo di 52 carte da gioco, qual è la probabilità che, avendo estratto una carta di cuori (evento A), la carta sia un asso (evento B)? La **probabilità condizionata** si indica con **$p(B/A)$** . L'evento congiunto "asso di cuori" ha probabilità $p(A)p(B/A)$ che in questo caso è $1/4 * 1/13 = 1/52$. Se l'evento B non dipende da A, i due eventi sono statisticamente indipendenti e $p(B/A) = p(B)$ e la probabilità dell'evento congiunto $p(A,B) = p(A)*p(B)$.

11.2.2 Informazione mutua media per sorgenti discrete

Abbiamo discusso di come l'entropia permetta di valutare la capacità informativa di una sorgente; estendiamo ora il concetto, per mostrare come l'*informazione condivisa* tra ingresso ed uscita di un canale consenta di determinare anche la quantità di informazione che viene persa a causa degli errori che si sono verificati.

Consideriamo una sorgente discreta che emette simboli x appartenenti ad un alfabeto finito di cardinalità L , ossia $x \in \{x_i\}$ con $i = 1, 2, \dots, L$, a cui è associata la distribuzione $p(x_i)$, ed indichiamo con $y \in \{y_j\}$ (con $j = 1, 2, \dots, L$) il simbolo ricevuto, in generale diverso da x , a causa di errori introdotti dal canale. Conoscendo le densità di probabilità $p(x_i)$, $p(y_j)$, e le probabilità congiunte $p(x_i, y_j)$, possiamo definire la quantità di informazione *in comune* tra x_i e y_j , denominata *informazione mutua*, come²⁶

$$I(x_i, y_j) = \log_2 \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)} = \log_2 \frac{p(x_i/y_j)}{p(x_i)} = \log_2 \frac{p(y_j/x_i)}{p(y_j)} \quad \text{bit} \quad (11.17)$$

Notiamo che

- se ingresso ed uscita del canale sono indipendenti, si ha $p(x_i, y_j) = p(x_i)p(y_j)$, e quindi l'informazione mutua è nulla;
- se $p(y_j/x_i) > p(y_j)$, e quindi la conoscenza della emissione di x_i rende la ricezione di y_j più probabile di quanto non lo fosse a priori, allora l'informazione mutua è positiva;
- la definizione di informazione mutua è simmetrica, ovvero $I(x_i, y_j) = I(y_j, x_i)$.

Per giungere ad una grandezza $I(X, Y)$ che tenga conto del comportamento del canale per qualsiasi simbolo di sorgente e ricevuto, occorre pesare i valori di $I(x_i, y_j)$ con le relative probabilità congiunte, ossia calcolarne il valore atteso rispetto a tutte le possibili coppie (x_i, y_j) , e quindi

$$I(X, Y) = E_{X,Y} \{I(x_i, y_j)\} = \sum_i \sum_j p(x_i, y_j) \log_2 \frac{p(x_i/y_j)}{p(x_i)} \quad (11.18)$$

Capacità del canale

11.2.3 Capacità di canale discreto

I risultati ora mostrati, pur permettendo di valutare la perdita di informazione causata dai disturbi, dipendono sia dalle probabilità in avanti $p(y_j/x_i)$ che effettivamente descrivono il comportamento del canale, sia da quelle a priori $p(x_i)$, che invece attengono unicamente alle caratteristiche della sorgente. Al contrario, vorremmo trovare una grandezza che esprima esclusivamente l'attitudine (o *capacità*) del canale a trasportare informazione, indipendentemente dalle caratteristiche della sorgente. Questo risultato può essere ottenuto provando a variare la statistica della sorgente in tutti i modi possibili, fino a trovare il valore

$$C_s = \max_{p(x)} I(X, Y) \quad \text{bit/simbolo} \quad (11.24)$$

che definisce la *capacità di canale* come il massimo valore dell'informazione mutua media, ottenuto in corrispondenza della migliore sorgente possibile²⁸. Il pedice s sta per *simbolo*, e serve a distinguere il valore ora definito da quello che esprime il massimo *tasso* di trasferimento dell'informazione espresso in bit/secondo, ottenibile una volta nota la frequenza f_s con cui sono trasmessi i simboli, fornendo per la capacità di canale il nuovo valore²⁹

$$C = f_s \cdot C_s \quad \text{bit/secondo} \quad (11.25)$$

L'importanza di questa quantità risiede nel *teorema fondamentale per canali rumorosi*³⁰ già anticipato più volte, che asserisce

Per ogni canale discreto senza memoria di capacità C

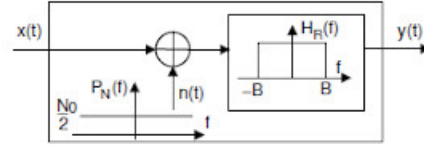
- esiste una tecnica di codifica che consente la trasmissione di informazione a velocità R e con probabilità di errore per simbolo p_e piccola a piacere, purché risulti $R < C$;
- se è accettabile una probabilità di errore p_e , si può raggiungere (con la miglior codifica possibile) una velocità $R(p_e) = \frac{C}{1-H_b(p_e)} > C$ in cui $H_b(p_e)$ è l'entropia di una sorgente binaria (11.3);
- per ogni valore di p_e , non è possibile trasmettere informazione a velocità maggiore di $R(p_e)$

Per valutare la capacità di un canale continuo bisogna come al solito passare dalle somme agli integrali

11.2.4 Capacità di canale continuo

Come anticipato fin da pag. 3, un canale numerico è in realtà una astrazione che ingloba internamente un codificatore di linea o *modem* che, a partire da una sequenza numerica, produce un segnale trasmissibile su di un canale analogico, che a sua volta può essere caratterizzato da un valore di capacità, espresso nei termini dei parametri che descrivono la trasmissione analogica sottostante.

Una situazione tipica è quella rappresentata in figura, in cui al segnale ricevuto è sommato un rumore $n(t)$ gaussiano, bianco e a media nulla, mentre il filtro di ricezione $H_R(f)$ impone una limitazione di banda $2B$, in modo che la potenza di rumore in ingresso al decisore vale $P_n = \sigma_n^2 = N_0 B$. Una tale descrizione viene indicata come *canale AWGN (additive white gaussian noise) limitato in banda*.



Indicando ora con $p(x)$, $p(y)$, $p(x/y)$, $p(y/x)$ le densità di probabilità marginali e condizionali che descrivono un campione dei processi di ingresso $x(t)$ ed uscita $y(t)$, entrambi limitati in banda $\pm B$, l'applicazione formale della (11.18) al caso continuo porta a scrivere l'espressione dell'informazione mutua media come

$$I(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{XY}(x, y) \log_2 \frac{p_Y(y/x)}{p_Y(y)} dx dy \quad \text{bit/campione} \quad (11.26)$$

che è una misura assoluta³³ del trasferimento di informazione per campione di uscita. Il massimo valore di (11.26) al variare di $p_X(x)$ consente anche questa volta di definire la capacità di canale per campione $C_s = \max_{p(x)} I(X, Y)$; in virtù della limitazione di banda, i campioni prelevati ad una frequenza di campionamento $f_c = 2B$ risultano indipendenti tra loro (vedi § 6.2.3), cosicché la capacità di canale risulta definita come

$$C = 2B \cdot \max_{p(x)} \{I(X, Y)\} \quad \text{bit/secondo} \quad (11.27)$$

Dopo qualche manipolazione:

$$\begin{aligned} C &= 2B \cdot \left\{ \frac{1}{2} \log_2 [2\pi e (\sigma_x^2 + \sigma_n^2)] - \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e \sigma_n^2) \right\} = \\ &= B \cdot \log_2 \frac{\sigma_x^2 + \sigma_n^2}{\sigma_n^2} = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_x}{P_n} \right) \quad \text{bit/secondo} \end{aligned}$$

che è proprio il risultato tanto spesso citato, che prende il nome di *legge di Shannon-Hartley*³⁴ e che esprime la capacità di canale per un canale additivo gaussiano. Tenendo conto che $P_n = \sigma_n^2 = N_0 B$ e che P_x è la potenza del segnale ricevuto P_s , riscriviamo l'espressione della capacità nella sua forma più nota:

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{N_0 B} \right) \quad \text{bit/secondo} \quad (11.29)$$

che, associata al teorema fondamentale della codifica espresso al § 11.2.3, stabilisce il massimo tasso informativo trasmissibile senza errori su di un canale AWGN limitato in banda come $R < B \cdot \log_2 (1 + P_s/N_0 B)$. Discutiamo ora delle conseguenze di questo risultato.

L'ultima formula è spesso scritta come

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

dove si vede che la **Capacità** del canale AWGN si mantiene **>0** anche con **rapporto segnale/rumore molto sfavorevole**, il cui il segnale ha una potenza molto inferiore a quella del rumore.

Codici di canale

Nonostante che i teoremi di Shannon garantiscano che esistono codici di canale in grado di rendere **piccola a piacere la probabilità di errore**, l'**individuazione** di tali codici **non è affatto semplice**.

E' stata compiuta molta **ricerca** in tal senso e, ormai da tempo, sono stati trovati **codici che si avvicinano molto ai limiti teorici**.

Come ho già scritto in precedenza, le **due categorie** principali sono:

- **Codici lineari a blocchi** (Codici sistematici, codici ciclici [codici BCH di cui noto è quello di Reed Solomon])

- **Codici convoluzionali**

La complessità dell'argomento non ci consente di approfondirlo.

Per gli stessi motivi non approfondiremo i temi dell'argomento che segue ma ci limiteremo a elencarli.

Codifica di sorgente multimediale

12.1.1 Codifica di forma d'onda

Questa classe di codificatori opera esclusivamente nel dominio del tempo, agendo campione per campione, e ottiene una qualità comparabile o superiore a quella del PCM sfruttando le caratteristiche di memoria presenti nel segnale, e/o adattando alcuni parametri di funzionamento alle caratteristiche tempo varianti del segnale.

- PCM (Pulse Code Modulation) è noto anche come ADC (Analog to Digital Conversion). Codifica i livelli campioni uno per uno in modo proporzionale o logaritmico. Si è evoluto in:
 - DPCM (Differential Pulse Code Modulation) che codifica la differenza di livello dal campione precedente, secondo un principio di "predizione" del segnale.
 - ADPCM (Adaptive Differential Pulse Code Modulation) che estende il principio di predittività modificando nel tempo la propria dinamica di azione.

12.1.2 Codifica basata su modello

I metodi fin qui discussi non tengono particolarmente conto della natura del segnale da codificare. Restrungendo viceversa il campo al solo caso di segnale vocale, le conoscenze relative alla sua particolare modalità di produzione possono essere usate per ridurre le informazioni da trasmettere, costituite ora dai parametri che caratterizzano un suo modello di generazione. Essendo questo il dominio delle scienze linguistiche e fonetiche, svolgiamo una piccola digressione in tal senso.

MPEG layer 3 Il gruppo di lavoro MPEG di ISO ha definito uno standard di codifica audio basato su tre livelli di complessità (e potere di compressione) crescente, ed il terzo (o MP3) è quello di gran lunga più popolare, anche grazie alla diffusione che ha avuto via Internet.

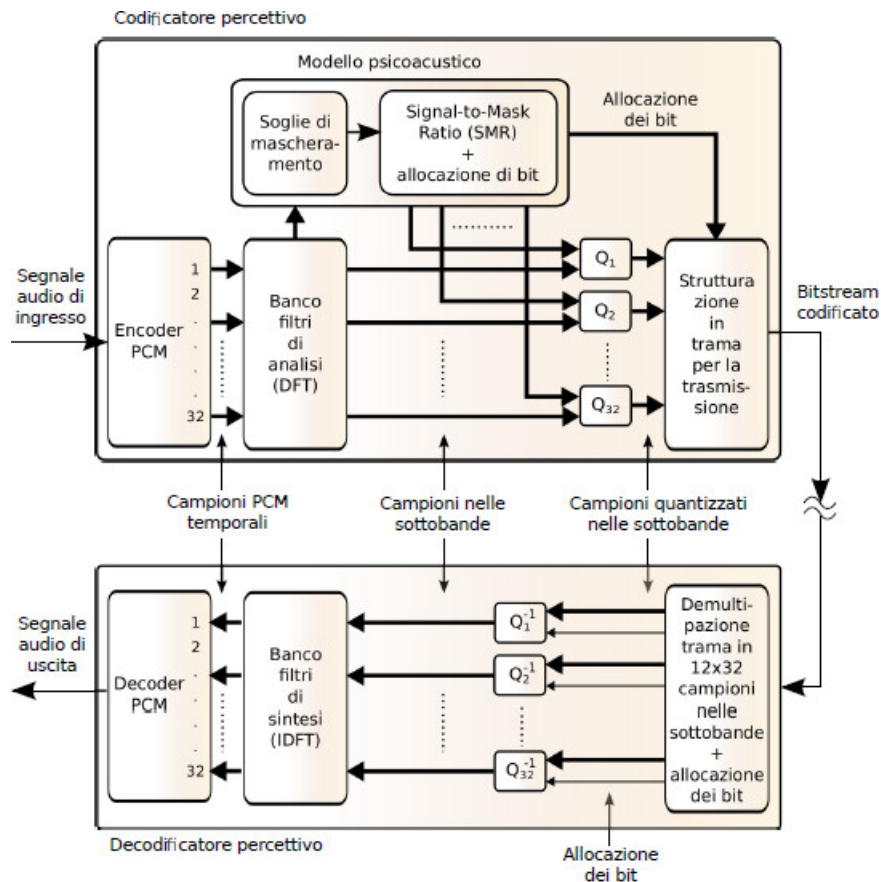


Figura 12.22: Codec percettivo MPEG

Lo schema di funzionamento di principio è mostrato in fig. 12.22: il segnale campionato in ingresso (a 32, 44.1 o 48 kHz) transita attraverso un *PCM encoder* che esegue un filtraggio²⁶ in 32 sottobande di eguale ampiezza, le cui uscite sono campionate a frequenza $1/32$ di quella di ingresso. Ogni 384 campioni di ingresso (pari a 12 msec se $f_c = 32$ kHz) sono quindi prodotti $384/32 = 12$ campioni per ogni sotto-banda, e per ognuna di esse è individuato il valore del campione più grande, che contribuisce sia ad impostare la dinamica del quantizzatore per quella banda, sia come parametro per il modello psicoacustico.

Il modello psicoacustico riceve le informazioni prodotte da un banco di filtri di analisi realizzati mediante una MDCT,²⁷ che produce una stima spettrale con risoluzione maggiore di quella del primo banco di filtri, su cui basare le valutazioni di mascheramento uditivo, che a loro volta determinano per ogni sottobanda l'indicazione di un *signal to mask ratio (SMR)*, che a sua volta determina *quanti bit utilizzare* (e quindi quanti livelli) per la quantizzazione Q dei campioni relativi alle singole sottobande. Quelle contraddistinte da una maggiore sensibilità (ovvero nelle quali si percepiscono anche suoni deboli) saranno quantizzate con più accuratezza, e quindi con più bit e meno rumore; mentre le sottobande caratterizzate da una sensibilità inferiore possono essere quantizzate con meno bit, almeno finché l'*SNR* di quantizzazione si mantiene superio-

re all'*SMR*, dato che in tal caso il rumore è mascherato, e dunque non viene udito. Quindi, i 12 campioni delle 32 sottobande sono quantizzati tenendo conto sia della dinamica effettiva, che del numero di livelli in cui suddividere la dinamica. Infine, viene prodotta una struttura di trama che contiene, oltre ai campioni, anche le informazioni sulla effettiva allocazione dei bit.

12.2 Codifica di immagine

Un segnale di immagine può essere di tipo *vettoriale*²⁸, come nel caso di un disegno prodotto da un *plotter*, e rappresentato mediante un linguaggio descrittivo che codifica le operazioni grafiche necessarie alla sua realizzazione; al contrario, un segnale di immagine è detto di tipo *bitmap*, o *raster* (griglia, reticolo), quando è il risultato di un campionamento spaziale, come nel caso di una foto digitale, di un fax, o del risultato di un processo di scansione elettronico. Mentre le immagini vettoriali sono pienamente scalabili e ridimensionabili senza perdita di definizione, quelle bitmap sono ottimizzate per essere riprodotte nelle loro dimensioni originali, avendo già operato un processo di distorsione tale da sfruttare al più possibile le caratteristiche di predicibilità e di sensibilità percettiva.

	<i>banda</i>	<i>linee</i>	<i>fps</i>	<i>aspetto</i>	<i>colonne</i>	<i>righe</i>	<i>colore</i>
PAL	6 MHz	625	25 int	4:3			
NTSC	5 MHz	525	30 int	4:3			
HDTV		1080		4:3	1440	1152	
				16:9	1920	1152	
PDFA				4:3	1024	768	
4:2:2		625/525	50/60 non int	4:3	720	576/480	360 x 576/480
4:2:0		625/525	25/30 int	4:3	720	576/480	360 x 288/240
VGA				4:3	640	480	
SIF		625/525	25/30 non int	4:3	360	288/240	180 x 144/120
CIF			30 non int	4:3	360	288	180 x 144
QCIF			15:7.5 non int	4:3	180	144	90 x 72

Tabella 12.1: Griglia dei parametri corrispondenti ai formati video

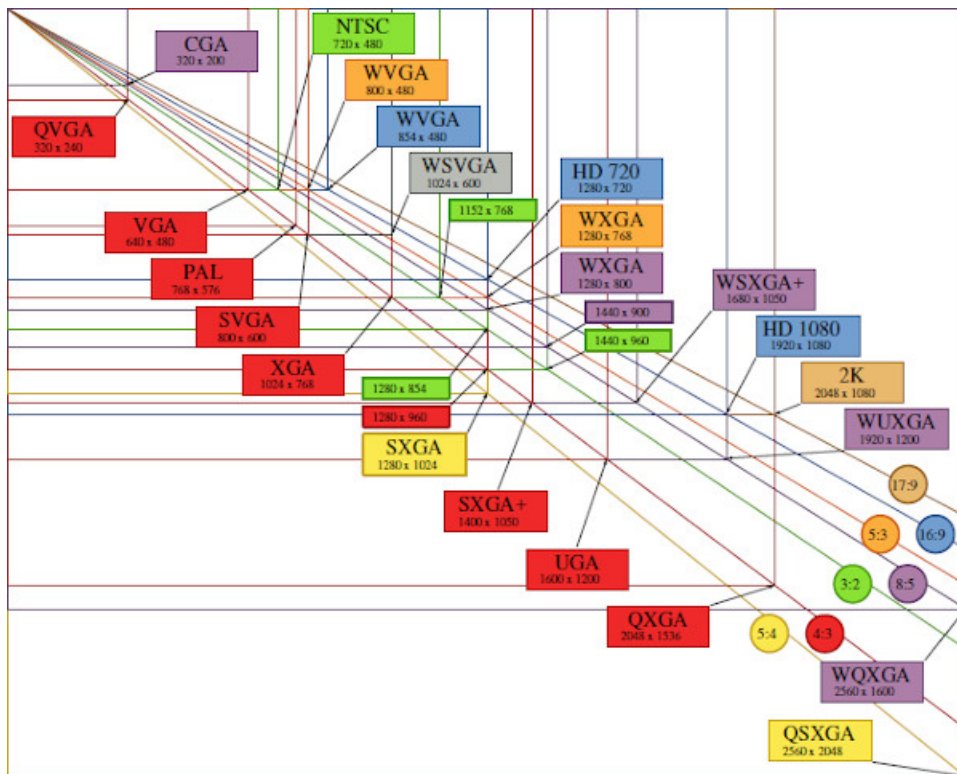
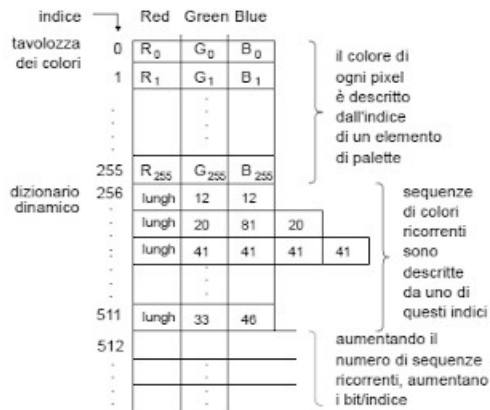


Figura 12.23: Risoluzioni standard o modalità video digitale

12.2.3 Formato GIF

Il *Graphics Interchange Format* è un formato ad 8 bpp definito da *CompuServe* nel 1987³⁵ e da allora ha continuato ad essere molto popolare. Usa una *palette* con cui rappresentare 256 colori scelti tra 16 milioni, e quindi comprime l'immagine mediante l'algoritmo LZW, individuando sequenze ricorrenti dei valori di colore. Un singolo file può contenere più immagini (ognuna con la sua palette) in modo da realizzare brevi animazioni. Il numero ridotto di colori rende il formato poco idoneo alla riproduzione di fotografie, ma più che adatto ad immagini più semplici, come ad es. un logo di pagina web. Per rappresentare i colori assenti dalla palette, il codificatore può ricorrere ad una operazione di *dithering*, alternando colori che, osservati da lontano, ricreano l'effetto della tonalità mancante.

Il metodo di compressione è illustrato con l'ausilio della figura seguente, e adotta come anticipato l'algoritmo LZW³⁶, il cui dizionario è inizialmente composto dalla palette, o meglio dai 256 valori ad 8 bit che indicizzano la terna RGB a 24 bit nella palette. Quando si incontra una sequenza di codici di colore già osservata, viene aggiunta una riga al dizionario, ed il valore dell'indice corrispondente viene usato per rappresentare tutta la sotto-sequenza; eventualmente, il numero di bit usati per indicare le righe del dizionario viene aumentato di uno. Per disegnare le sequenze di pixel rappresentate da indici inclusi nella sezione dinamica della tabella, occorre dunque individuare prima le rispettive terne RGB nella tavolozza.



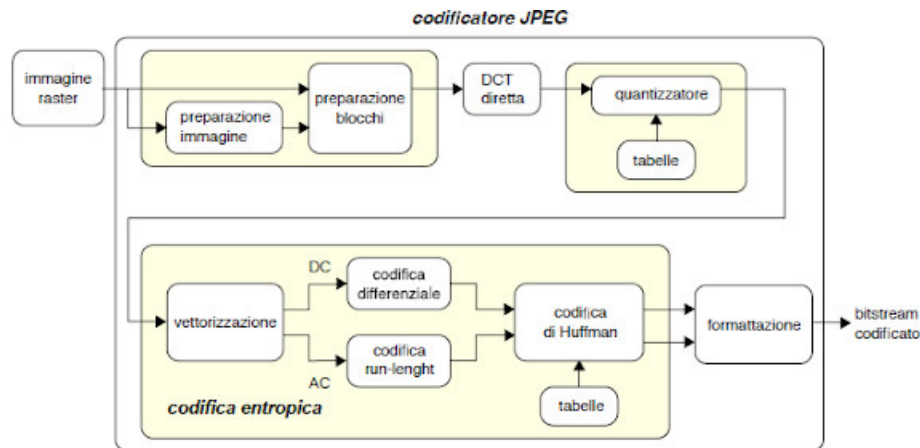


Figura 12.26: Stadi di elaborazione nella compressione jpeg

12.2.4 Codifica JPEG

Il *Joint Photographic Experts Group* è un comitato congiunto ISO/ITU che ha definito lo standard internazionale per la compressione di immagini ISO 10918-1³⁸, particolarmente adatto alla codifica di immagini fotografiche. Descriviamo di seguito il funzionamento della modalità operativa detta *baseline*, o *lossy sequential mode*, che è quella che offre il migliore grado di compressione, e che prevede cinque stadi di elaborazione, mostrati alla fig. 12.26: preparazione dei blocchi, Discrete Cosine Transform (DCT), quantizzazione, codifica entropica, e formattazione.

12.3 Codifica video

In accordo al metodo di realizzazione dei segnali video analogici, in cui i singoli quadri sono codificati indipendentemente gli uni dagli altri, la codifica video digitale può essere realizzata semplicemente applicando tecniche di codifica di immagine (come JPEG) ad ognuno dei quadri che costituiscono la sequenza video: questo tipo di approccio prende il nome di *moving JPEG* o MJPEG.

D'altra parte, i quadri relativi ad istanti temporali vicini sono spesso molto simili tra loro, anche se quanto siano simili, e per quanto tempo, dipende dal tipo di filmato. La presenza di *memoria* nella sorgente determina quindi la possibilità di ridurre il tasso informativo prodotto dalla codifica ricorrendo a tecniche predittive, tentando quindi di *stimare il movimento* presente in quadri contigui, e trasmettere solo l'informazione necessaria a *compensare* l'errore di predizione. Nella parte destra di fig. 12.30 è mostrata l'immagine differenza ΔY tra la componente di luminanza di due quadri consecutivi, consentendo di apprezzarne la relativa semplicità. Considerando poi che alcune regioni si sono mosse più di altre, il quadro da codificare è scomposto in sottoimmagini, per ognuna delle quali si ha un diverso spostamento, e viene calcolata una specifica differenza rispetto alla sotto-immagine precedente (e spostata); questa tecnica prende il nome di *compensazione del movimento*.

Il *Moving Pictures Expert Group* di ISO emette una serie di standard ognuno orientato ad un particolare dominio applicativo di segnali multimediali, come

- MPEG-1 adotta un formato SIF di 352x288 pixel inteso per la *memorizzazione* audio-video a qualità VHS su CDROM, a velocità fino a 1.5 Mbps;
- MPEG-2 è orientato alla *memorizzazione e trasmissione* audio-video secondo quattro livelli di risoluzione, per ognuno dei quali diversi profili individuano tecniche alternative di codifica;
- MPEG-4 è stato inizialmente concepito per applicazioni simili a quelle dell'H.263, ma il suo uso si è successivamente esteso ad un'ampia gamma di applicazioni Internet.

Nel mondo della codifica video occorre tenere presente la **distinzione** tra **Codec** (Codificatori/decodificatori) che comprimono le immagini e **Contenitori**, che "pacchettizzano" i dati del codec e li rendono disponibili agli utilizzatori. Si presentano come file identificati dall'estensione, come .avi o .mp4

La **codifica video** è un **mondo in continua evoluzione**, un vero ginepraio impossibile da riassumere qui.

Conclusione della 3a parte

Con questa terza parte si conclude l'exkursus sulla **descrizione dei segnali** e delle loro caratteristiche. Seguirà la descrizione degli aspetti tecnici legati alla trasmissione.

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Clavicordo:tlc-bignami-3a-parte>"