

denandre

Risoluzione dei circuiti coi sistemi di equazioni

5 April 2024

Premetto che questo articolo non è niente di che, ma ha solo lo scopo di dare un piccolo aiuto a quanti, pur avendo delle basi in elettrotecnica, hanno qualche difficoltà a scrivere correttamente le equazioni alle maglie e ai nodi, solitamente utilizzate nei circuiti piuttosto complessi. Non nego che all'inizio anche io mi confondevo un po', con questo metodo come con quello dei partitori (*cioè dove si calcola la resistenza equivalente serie-parallelo e casomai triangolo-stella*). Per impostare il sistema di equazioni si possono usare diversi criteri (*vedi ad esempio il metodo di Maxwell, che purtroppo non ricordo più*), tutti principalmente basati sulle due leggi fondamentali di Kirchhoff, nonché sulla legge di Ohm. Qui di seguito descrivo quello che uso io.

Qualche definizione

Generatore di tensione

È un bipolo attivo che impone tra i due punti in cui è inserito una differenza di potenziale, quindi una polarità; questo anche quando non è attraversato da corrente.

Generatore di corrente

Impone il verso e il valore della corrente nel ramo che lo contiene. La d.d.p. su un generatore di corrente dipende dal resto del circuito.

Polarità

Ai capi di ciascun componente definisce il punto a potenziale più alto e più basso. Nei resistori è **sempre** legata al verso della corrente:

[resistori.png](#)

resistori.png

Di conseguenza, se in un resistore per qualche motivo non circola corrente, ai suoi capi non ci sarà alcuna caduta tensione, quindi sarà privo di polarità.

Per quanto riguarda i generatori di corrente e tensione, se nel circuito ne abbiamo uno solo (*senza nessun altro bipolo attivo*), la corrente esce sicuramente dal polo positivo.

Maglia

Insieme di rami che formano un anello chiuso

[maglie.png](#)

maglie.png

Principali passaggi

Di solito quando dobbiamo risolvere un circuito, ci vengono date le d.d.p. sui generatori di tensione (*indicate con la lettera E*), le correnti erogate dai generatori di corrente (*indicate con la lettera I*), le resistenze.

Dobbiamo quindi calcolare le correnti (*I*) nei rami che non contengono il generatore di corrente, le d.d.p. sui generatori di corrente (*indicate con la lettera V*)

- Assegniamo un verso a piacere alle correnti incognite, di conseguenza le polarità ai resistori interessati
- Scegliamo a piacere anche la polarità dei generatori di corrente
- In base al II principio di Kirchhoff, la somma **algebrica** di tutte le cadute di tensione (o d.d.p.) presenti in una maglia è pari a 0. Per scrivere correttamente l'equazione ad una maglia, immaginiamo di percorrerla secondo un verso orario o antiorario; la caduta di tensione su ciascun bipolo va presa con segno positivo o negativo a seconda della polarità con cui lo si incontra.
- Tenendo presente che dobbiamo ricavare tante equazioni quante sono le incognite, se necessario completiamo il sistema con le equazioni ai nodi.
- Una volta ottenute le soluzioni del sistema, se una corrente risulta negativa, bisognerà invertirne il verso, quindi la polarità dei resistori casomai interessati.
- Allo stesso modo, la vera polarità di un generatore di corrente, ci viene indicata dal segno davanti al valore della sua d.d.p. (*V*). Questa regola può esserci utile anche per le polarità dei generatori di tensione o dei resistori, nel caso ci trovassimo di fronte ad una *E* o ad una *R* incognita, come vedremo negli esempi di seguito.

Nell'esempio sotto, le due linee chiuse blu rappresentano il senso di percorrenza che ho stabilito per le due maglie che ho scelto; in questo caso per entrambe ho scelto il verso orario. A ridosso di ciascuna di queste due linee ho scritto le cadute di tensione, che non sono altro che i termini dell'equazione alla maglia. Naturalmente ho ipotizzato il verso alle correnti *I*₁, *I*₂, quindi la polarità ai resistori *R*₁, *R*₂, *R*₃, *R*₄; il generatore di corrente impone il valore ed il verso della corrente *I*, quindi possiamo dire di conoscere la vera polarità del resistore *R*₅; ho ipotizzato anche la polarità della d.d.p. sul generatore di

corrente ($V1$).

Percorrendo la **maglia 1** in senso orario incontriamo:

- La caduta di tensione $E1$, che incontriamo con segno negativo
- Le c.d.t. sui resistori $R1$ e $R5$, che incontriamo entrambi con polo negativo
- La c.d.t. sul generatore di corrente, che incontriamo con polarità positiva
- La caduta sul resistore $R4$, con segno negativo
- Otteniamo quindi: $-E1 - R1I1 - R5I + V1 - R4I1 = 0$

Allo stesso modo ricaviamo l' **equazione alla maglia 2**: $E2 + R3I2 - V1 + R5I + R2I2 = 0$

Dato che le incognite sono tre ($I1$, $I2$, $V1$) completiamo il sistema con un' **equazione al nodo**: $I1 + I2 = I$

[equazioni-alle-maglie.png](#)

equazioni-alle-maglie.png

Altri esempi

Esempio 1

Calcolare $R7$, affinché nel ramo AB non circoli corrente

Le incognite del sistema saranno tutte le correnti, esclusa quella del ramo AB che è 0, nonché la caduta di tensione (*che chiameremo $VR7$*) sulla resistenza da calcolare. Nello scrivere le equazioni alle maglie, la caduta di tensione su $R2$ non verrà considerata in quanto sarà sicuramente nulla (*attenzione, se per ipotesi il ramo AB contenesse anche un generatore di tensione, la sua d.d.p. andrebbe considerata*).

Il circuito è quello qui sotto, dove ho iniziato a stabilire a piacere i versi delle correnti, quindi le polarità dei resistori (*tranne $R2$*), nonché le maglie da considerare e il loro verso di percorrenza.

[circuit2.png](#)

circuit2.png

Osservandolo, possiamo capire subito che il sistema ci restituirà delle incognite negative: dato che la corrente nel ramo AB è nulla, I_1 e I_2 non possono convergere entrambe nel nodo A; inoltre al nodo C abbiamo tre correnti, tutte entranti. Ad ogni modo scriviamo le equazioni:

$$1) R_{11} \cdot I_1 - E_1 + R_1 \cdot I_1 - R_{10} \cdot I_3 = 0$$

$$2) -R_3 \cdot I_2 - R_4 \cdot I_2 - R_5 \cdot I_4 - E_2 = 0$$

$$3) E_1 - R_{11} \cdot I_1 + R_9 \cdot I_5 - R_8 \cdot I_6 - R_1 \cdot I_1 = 0$$

$$4) E_2 + R_5 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_8 + V_{R7} - R_8 \cdot I_6 = 0$$

$$A) I_1 + I_2 = 0$$

$$B) I_3 = I_4 + I_6$$

$$C) I_3 = I_4 + I_6$$

$$D) I_4 = I_2 + I_8$$

Sostituendo con i valori e risolvendo:

$$I_1 = 57,8 \text{ mA} \quad I_5 = -6,58 \text{ mA}$$

$$I_2 = -57,8 \text{ mA} \quad I_6 = 53,4 \text{ mA}$$

$$I_3 = -51,2 \text{ mA} \quad V_{R7} = -6,713 \text{ V}$$

$$I_4 = -104,6 \text{ mA} \quad I_8 = -46,8 \text{ mA}$$

A questo punto, conoscendo la d.d.p. V_{R7} , basterà applicare la legge di Ohm per calcolare la resistenza incognita. Bisogna però fare attenzione al segno dell' incognita V_{R7} che ci ha restituito il sistema: questo ci indica l' effettiva polarità del resistore, che deve essere concorde col verso effettivo della corrente I_8 ; in caso contrario significherebbe che in realtà non esiste un valore di R_7 che soddisfi la condizione richiesta (vedi [qui, esempio 3](#)). Nel nostro caso è concorde, quindi non ci rimane che eseguire questa semplice operazione:

$$R_7 = \frac{V_{R7}}{I_8} = 143,401 \text{ Ohm}$$

Nello schema sotto ho riscritto i versi e le polarità corrette. Volendo completare il lavoro, potremmo stabilire un punto di riferimento a potenziale 0 (*nei simulatori coincide con il simbolo della massa*), quindi determinare i potenziali.

Prima di pubblicarlo qui ho preferito darlo in pasto ad un [simulatore](#), anche perchè è un attimo avere una svista nello scrivere le equazioni.

[circuit1.png](#)

circuit1.png

Esempio 2

Dato il circuito di seguito, dobbiamo determinare le correnti e la tensione ai capi del condensatore nelle varie fasi di carica-scarica

Come sappiamo, un condensatore di fatto non è mai attraversato da corrente; tuttavia, in fase di carica-scarica, nel ramo in cui è contenuto, abbiamo un flusso di elettroni, che diminuisce gradualmente fino a cessare quando il condensatore è in condizione stabile. Per svolgere questo esercizio, potremmo assimilare il condensatore ad un generatore di tensione. Detto questo, supponiamo come condizione iniziale l' interruttore aperto ed il condensatore stabile. Si tratta quindi di determinare la tensione del "generatore" $V1$, chiamiamolo così, affinché nel ramo che lo contiene non circoli corrente, in questo caso in tutto il circuito, dato che abbiamo un ramo solo.

Assegnamo una polarità a piacere a $V1$ e scriviamo l' equazione alla maglia (vedi fig. 1):

$$- E1 - E3 + V1 = 0$$

$$- 24 - 20 + V1 = 0$$

$$- 44 = - V1$$

$$V1 = 44V$$

Quindi il condensatore è stabile a 44V, con polarità corrispondente a quella ipotizzata.

[circuit \(2\).png](#)

circuit (2).png

Non appena chiudiamo l' interruttore , la condizione iniziale del circuito è quella descritta in figura 2; questa volta $V1$ non è un' incognita ma un valore noto, cioè 44V. Per maggior chiarezza **ho segnato in rosso i valori incogniti**.

$$1) - 24 + 100I1 + 200I2 + 12 = 0$$

$$2) - 12 - 200I2 - 150I3 - 20 + 44 - 300I3 = 0$$

$$A) I1 + I3 = I2$$

$$I1 = 34,8mA;$$

$$I2 = 42,58mA;$$

$$I3 = 7,74mA$$

[circuit \(3\).png](#)

circuit (3).png

Il circuito si stabilizza come mostrato in figura 3.

$$1) -24 + 100I_1 - 200I_2 + 12 = 0$$

$$2) -12 + 200I_2 - 20 + V_1 = 0$$

$$A) I_1 + I_2 = 0$$

$$I_1 = 0,04A$$

$$I_2 = -0,04A$$

$$V_1 = 40V$$

[circuit \(4\).png](#)

circuit (4).png

Volendo determinare i potenziali nei vari punti, ho stabilito a piacere il punto C a potenziale 0.

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1 = 100 \cdot 0,04 = 4 \text{ Volt}$$

La polarità di R_1 ci dice che il punto A è a potenziale più basso (di 4 Volt) rispetto al punto C, quindi nel punto A avremo un potenziale di $-4V$

La simulazione potete trovarla [qui](#). Per vedere la condizione del circuito non appena si apre o chiude l'interruttore, impostate al minimo o quasi la velocità di simulazione.

Un cordiale saluto a tutti.

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Denandre:risoluzione-dei-circuiti-coi-sistemi-di-equazioni>"