

EdmondDantes

RISONANZA SERIE

19 July 2010

Introduzione

Il fenomeno della **risonanza** può manifestarsi solo in circuiti che presentano proprietà **induttive-capacitive**. In un circuito esclusivamente *ohmico-induttivo* o *ohmico-capacitivo* il fenomeno della risonanza *non può avere luogo*.

Con le dovute eccezioni, nelle applicazioni di potenza il fenomeno della risonanza è da evitare, poiché porta alla genesi di tensioni interne di gran lunga maggiori di quelle imposte, se il **fattore di merito** è maggiore di uno. Tale condizione di funzionamento è pericolosa sia per l'incolumità delle persone che per l'integrità e il corretto funzionamento delle apparecchiature alimentate.

In altre situazioni, invece, il fenomeno della risonanza è il principio fisico su cui è basato il funzionamento stesso dell'apparecchiatura. Si pensi ai convertitori risonanti che permettono di eseguire le commutazioni con tensione e/o corrente nulla, all'amplificazione dei livelli di tensioni in alcune applicazioni di segnali e ai metodi a ponte in alternata nei quali il punto di equilibrio si realizza ricercando la condizione di risonanza.

Impedenza del circuito al variare della pulsazione

Il bipolo **RLC** di *figura 1* è costituito dalla serie di un resistore di resistenza **R**, di un condensatore di capacità **C** e di un induttore di induttanza **L**, alimentato dalla tensione $u(t) = U_M \sin(\omega t)$.

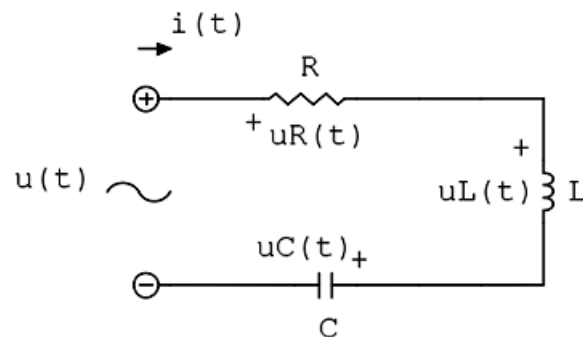


Fig.1 Bipolo RLC

Il circuito si trova in regime sinusoidale.

L'impedenza del bipolo di *figura 1* risulta:

$$\dot{Z} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

L'ampiezza della tensione di alimentazione è mantenuta costante, la pulsazione, invece, viene variata al fine di studiare il **comportamento in frequenza** del bipolo stesso.

Il modulo dell'impedenza, ritenendo costanti i parametri del bipolo, è funzione della pulsazione ω della tensione di alimentazione:

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$$

il cui andamento è rappresentato in *figura 2*

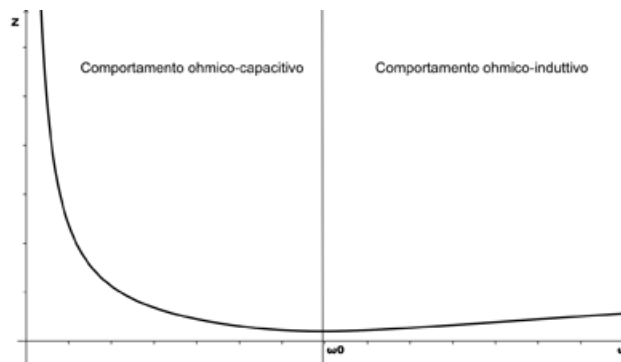


Figura 2 Modulo impedenza

Un ragionamento analogo è valido per l'argomento dell'impedenza:

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

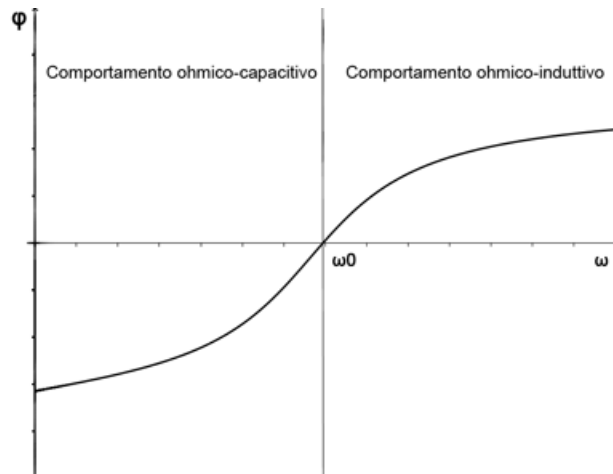


Figura 3 Argomento dell'impedenza

Esiste un valore della pulsazione ω , ω_0 , per la quale le due reattanze, induttiva e capacitiva, si uguagliano:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0.$$

Quando la pulsazione della tensione di alimentazione è pari ad ω_0 , il modulo dell'impedenza assume il valore minimo

$$Z(\omega_0) = R$$

In corrispondenza del valore minimo, la natura dell'impedenza è puramente resistiva e il suo argomento è nullo:

$$\varphi(\omega_0) = 0.$$

Questa particolare condizione di funzionamento prende il nome di risonanza serie e si dice che il generatore è in risonanza col circuito. Dalla condizione di uguaglianza delle due reattanze si ricava l'espressione della pulsazione ω_0 , chiamata pulsazione di risonanza:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Dallo studio della funzione $Z(\omega)$ scaturiscono le seguenti considerazioni:

- per valori di pulsazioni inferiori alla pulsazione di risonanza prevale il comportamento capacitivo del circuito, quindi il bipolo RLC si comporterà come un circuito **RC**.

Inoltre:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} Z(\omega) = \infty$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

- per valori di pulsazioni superiori alla pulsazione di risonanza prevale il comportamento induttivo del circuito, quindi il bipolo RLC si comporterà come un circuito **RL**.

Inoltre:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z(\omega) = \infty$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$

Funzionamento in risonanza

Il valore massimo della corrente al variare della pulsazione è data dalla relazione:

$$I_M = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

il cui andamento è riportato in *figura 4*

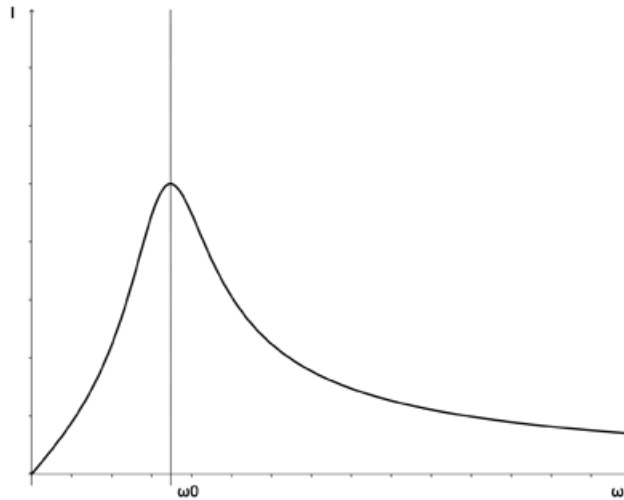


Figura 4 Ampiezza massima della corrente

Alla pulsazione di risonanza, l'ampiezza della corrente assume il suo valore massimo

$$I_M = \frac{U_M}{R}$$

e la corrente sarà in fase con la tensione di alimentazione dato il comportamento puramente ohmico del bipolo RLC.

Il diagramma fasoriale in condizione di risonanza è riportato in *figura 5* (il diagramma è qualitativo)

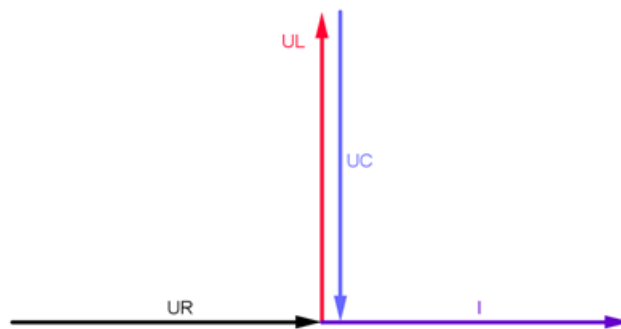


Figura 5 Diagramma fasoriale

I fasori delle tensioni dell'induttanza e della capacità sono uguali in modulo e in opposizione di fase, pertanto la tensione sul resistore coincide con la tensione di alimentazione. Il bipolo serie assorbe **solo** potenza attiva.

La tensione sull'induttore alla risonanza vale:

$$U_L = j \frac{U}{R} \omega_0 L$$

dalla quale si ricava

$$Q_0 = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

Il parametro adimensionale Q_0 prende il nome di **fattore di merito** (o *fattore di qualità*) del circuito. Se il riferimento è la tensione sul condensatore otteniamo l'espressione

$$Q_0 = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

e, ancora, sostituendo la relazione della pulsazione di risonanza in una delle due relazioni precedenti otteniamo:

$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Le precedenti espressioni sono *equivalenti*.

In particolare, il fattore di merito esprime il rapporto tra i valori efficaci delle tensioni dell'elemento reattivo e di alimentazione, alla pulsazione di **risonanza** (e non in qualsiasi condizione di funzionamento).

Il fattore di merito rappresenta un importante **indice della selettività** del bipolo: quanto maggiore è Q_0 , tanto più marcate sono le variazioni in modulo ed argomento della impedenza nell'intorno della pulsazione di risonanza (circuito selettivo: banda passante più stretta). Se i valori di R, L e C danno luogo a $Q_0 > 1$ si assiste ad una amplificazione del valore massimo della tensione. Infatti, in regime di risonanza con $Q_0 > 1$ la tensione ai capi di ogni singolo elemento reattivo è maggiore della tensione ai capi della serie. Il fattore di merito pertanto influisce decisamente sulle tensioni e correnti. Per chiarire questa dipendenza, studiamo il modulo del rapporto tra fasore corrente e corrente I_M (il rapporto è una funzione complessa), funzione della pulsazione ω scelto Q_0 come parametro:

$$M(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

Rappresentando graficamente la funzione si evince che al crescere del parametro Q_0 , la curva sottende un'area sempre più stretta nell'intorno della pulsazione di risonanza.

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Edmonddantes:risonanza>"