Giovanni Schgör (g.schgor)

CONSIDERAZIONI SUI FILTRI PASSIVI

10 January 2012

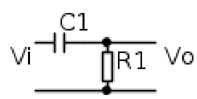
In un argomento recentemente trattato nel Forum si è discusso sulla composizione di filtri passivi, rispettivamente un **passa-alto** ed un **passa-basso**, per creare un **passa-banda**.
In particolare si è evidenziato il problema che i risultati delle simulazioni non corrispondevano alle aspettative "teoriche".
Vediamo ad es. che un filtro passa-alto a 100 Hz, seguito da un passa-basso, sempre a 100 Hz, dà si un passa-banda, ma l'attenuazione a 100 Hz risulta ca. 10 dB, anziché i classici 6 dB (G = -3 dB per ciascun filtro in corrispondenza della frequenza di taglio).
La domanda posta era allora: perché?
La risposta data nel Forum è stata:
Il fatto di considerare il circuito come composto da 2 filtri indipendenti è un'approssimazione comoda, ma che non corrisponde all'analisi circuitale che, se fatta in modo rigoroso, dovrebbe considerare il filtro passa-basso come "carico" del primo, cioè del passa-alto.

Per ottenere quindi l'indipendenza dei filtri, dovrebbe essere interposto un operazionale "inseguitore" (amplificatore non invertente, a guadagno unitario), cioè "disaccoppiare" fra loro i 2 circuiti.

Questa nota ha lo scopo di chiarire meglio quanto affermato, esemplificando procedure di calcolo e di simulazione.

Calcolo filtri passivi

Supponiamo di voler fare un filtro passa-alto a 100Hz con un semplice circuito RC.



La relazione che lega la frequenza di taglio ai valori di R1 e di C1 è:

$$f_t = \frac{1}{2\pi \cdot R1 \cdot C1}$$

quindi fissando ad es. ft=100Hz e C1=1uF si può calcolare R1 con:

$$R1 = \frac{1}{100 \cdot 2\pi \cdot 10^{-6}} = 1.6\,\mathrm{kohm}$$

Abbiamo con questo dimensionato il filtro, ma se vogliamo vederne il comportamento, dobbiamo ricorrere alla **funzione di trasferimento**, cioè del rapporto fra segnale d'uscita e quello d'ingresso.

Applicando il metodo di Laplace al circuito del filtro, otteniamo :$Vo = \frac{Vi}{\frac{1}{C1 \cdot s} + R1} \cdot R1$

Quindi la funzione del passa-alto (highpass) è : $Ghp = \frac{Vo}{Vi} = \frac{R1 \cdot C1 \cdot s}{1 + R1 \cdot C1 \cdot s}$

Possiamo vedere questa come la composizione di 2 funzioni elementari: un differenziale puro $(R1C1s)$, ed una costante di tempo $(\frac{1}{1+R1C1s})$, e far calcolare ad un programma matematico (qui MathCad) l'andamento del diagramma di Bode (sostituendo $j\omega$ ad s):

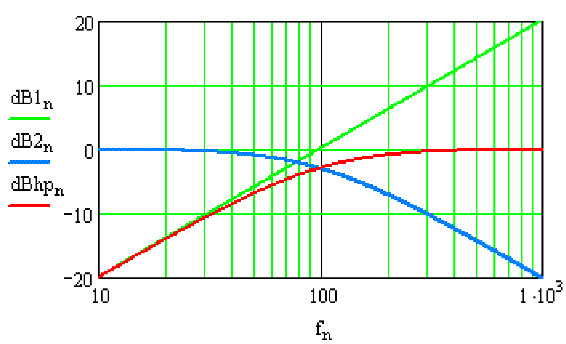
$$R1 := 1.6 \cdot 10^{3} \qquad C1 := 1 \cdot 10^{-6} \qquad j := \sqrt{-1}$$

$$n := 10..10000 \qquad \omega_n := n \qquad f_n := \frac{\omega_n}{2 \cdot \pi}$$

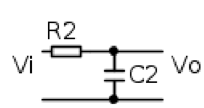
$$G1_n := R1 \cdot C1 \cdot j \cdot \omega_n \qquad dB1_n := 20 \cdot \log\left(\left|G1_n\right|\right)$$

$$G2_n := \frac{1}{1 + R1 \cdot C1 \cdot j \cdot \omega_n} \qquad dB2_n := 20 \cdot \log\left(\left|G2_n\right|\right)$$

$$Ghp_n := G1_n \cdot G2_n \qquad dBhp_n := 20 \cdot \log\left(\left|Ghp_n\right|\right)$$



La traccia rossa è la composizione delle 2 funzioni elementari, cioè il comportamento del filtro passa-alto che, come si vede, "attenua" tutte le frequenze < 100Hz.
Lo stesso calcolo può essere fatto per un filtro passa-basso:



Dove ora é : $Vo = \frac{Vi}{R2 + \frac{1}{C2 \cdot s}} \cdot \frac{1}{C2 \cdot s}$

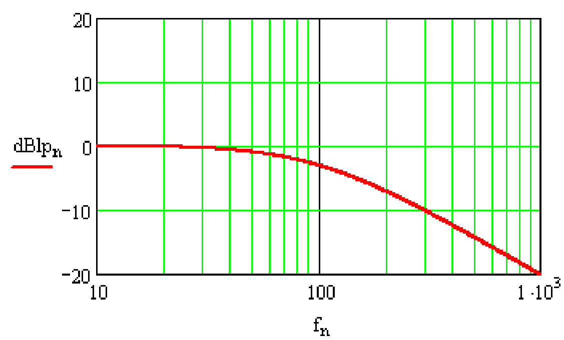
e la funzione di trasferimento (lowpass): $Glp = \frac{Vo}{Vi} = \frac{1}{1 + R2 \cdot C2 \cdot s}$

Il calcolo in MathCad è :

$$R2 := 1.6 \cdot 10^{3} \qquad C2 := 1 \cdot 10^{-6} \qquad j := \sqrt{-1}$$

$$n := 10 .. 10000 \qquad \omega_n := n \qquad f_n := \frac{\omega_n}{2 \cdot \pi}$$

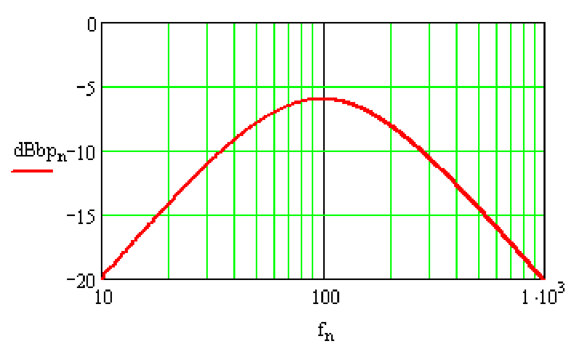
$$Glp_n := \frac{1}{\left(1 + R2 \cdot C2 \cdot j \cdot \omega_n\right)} \qquad dBlp_n := 20 \cdot \log\left(\left|Glp_n\right|\right)$$



e come si vede, attenua tutte le frequenze >100Hz.

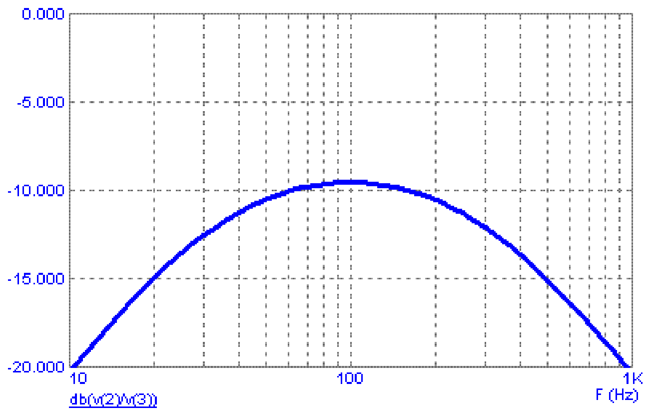
Il filtro passa-banda

Viene ora naturale pensare che mettendo i 2 filtri uno di seguito all'altro si possa ottenere un filtro passa-banda a 100Hz, sommando quindi semplicemente nel diagramma di Bode il comportamento dei 2 circuiti.
Cioè ottenere questo:



(la scala dB è stata ingrandita per vedere in dettaglio il guadagno a 100Hz che risulta Gbp=-6dB.

Il problema da cui siamo partiti è che se si prova a tracciare il diagramma di Bode del circuito con un simulatore (MicroCap), si ottiene questo:



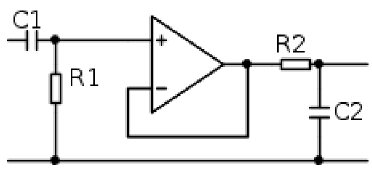
che mostra nettamente un "guadagno" a 100Hz di ca. -9dB.
La differenza non è trascurabile: nel primo caso si ha

$$Vo = 10^{\frac{-6}{20}} \cdot Vi = 0.5 \cdot Vi$$

nel secondo

$$Vo = 10^{\frac{-9}{20}} \cdot Vi = 0.35 \cdot Vi$$

La domanda posta era proprio: perché questa differenza?
Rileggiamo ora la risposta data nel Forum:
Il fatto di considerare il circuito come composta da 2 filtri indipendenti è un'approssimazione comoda, ma che non corrisponde all'analisi circuitale che, se fatta in modo rigoroso, dovrebbe considerare il filtro passa-basso come "carico" del primo, cioè del passa-alto.
E' evidente che R2C2 risultano in "parallelo" ad R1, quindi "squilibrano" il primo filtro.
Ecco allora la soluzione:
Per ottenere quindi l'indipendenza dei filtri, dovrebbe essere interposto un operazionale "inseguitore" (amplificatore non invertente, a guadagno unitario), cioè "disaccoppiare" fra loro i 2 circuiti.
cioè così:



La simulazione dimostra infatti in questo caso un andamento perfettamente coincidente con il calcolo precedente,

Conclusione

Questa nota evidenzia che qualsiasi filtro passivo segue l'andamento teorico solo se la sua uscita **non ha alcun "carico"**.
Si osserva che anche l'uscita della configurazione passa-banda ora vista andrebbe "disaccoppiata" con un ulteriore inseguitore nel caso fosse presente un circuito utilizzatore.
Come si vede, per le applicazioni reali dei filtri, il dimensionamento semplificato può riservare sorprese ed è quindi consigliabile una verifica, almeno con una simulazione del suo comportamento effettivo.

Altra considerazione importante è che se va introdotto un amplificatore operazionale, è più pratico utilizzare questo in configurazione di **filtro attivo**, che dà anche la possibilità di maggiori prestazioni.
Ciò però apre tutto un altro campo, che non fa parte della presente nota e che potrà essere trattato se perverranno specifiche richieste nel Forum.

Estratto da "http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:G.schgor:considerazioni-sui-filtri-passivi"