

Giovanni Schgör (g.schgor)

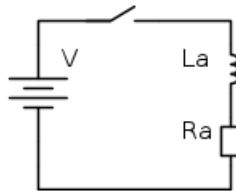
PROGRAMMI MATHCAD PER SIMULAZIONE MOTORI IN CONTINUA (2)

20 November 2012

Proseguendo quanto detto nell' [articolo precedente](#) sull'uso di **Mathcad Express** nella simulazione del comportamento di un motore in continua, vediamo ora il calcolo dei parametri che definiscono il comportamento dinamico del motore.

CdT elettrica

Un primo transitorio è l'andamento della corrente d'armatura, supposto di applicare istantaneamente la tensione V (andamento "a gradino"). Poiché l'avvolgimento rotorico ha una resistenza (R_a) ed un'induttanza (L_a), possiamo schematizzare il circuito così:



Si suppone inoltre che il rotore sia bloccato, in modo da non generare alcuna fcm. Possiamo allora scrivere l'equazione del circuito:

$$V = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt}$$

e ponendo : $T_e = \frac{L_a}{R_a}$

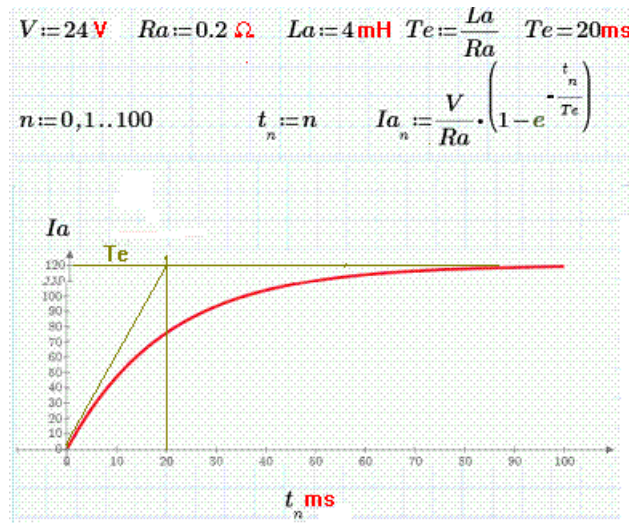
si può scrivere:

$$\frac{V}{R_a} = I_a + T_e \cdot \frac{dI_a}{dt}$$

E' quindi un'equazione differenziale in I_a , che ha per soluzione:

$$I_a = \frac{V}{R_a} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_e}})$$

Con Mathcad Express, possiamo allora tracciare l'andamento di I_a :



I valori di T_e possono variare, a secondo della taglia del motore fra 10 e 100ms.

Si evidenzia che una prova del genere (a rotore bloccato) può essere solo simulata, poiché la corrente raggiungerebbe un valore in questo caso 5 volte la corrente nominale del motore. Ove si dovesse fare, per es. per ricavare sperimentalmente il valore di L_a , occorrerebbe ridurre in proporzione la tensione applicata.

CdT meccanica

La costante di tempo meccanica **T_m** è un parametro che riguarda la rapidità di variazione di velocità del motore.

Per la sua determinazione si suppone che la coppia motrice sviluppata sia tutta destinata all'accelerazione del rotore (quindi senza carico e senza perdite per attrito). Si osserva inoltre che è opportuno misurare la velocità di rotazione in rad/s anziché in g/min (indicandole rispettivamente ωr ed ω) ed in questo caso il parametro $k\Phi$ coincide con il parametro $K\Phi$, per cui possiamo chiamarli entrambi **K** .

:

Le equazioni del motore, viste nella prima parte, possono allora essere così riscritte:

$$V = R_a \cdot I_a + \omega r \cdot K$$

$$C = I_a \cdot K = J \cdot \frac{d\omega r}{dt}$$

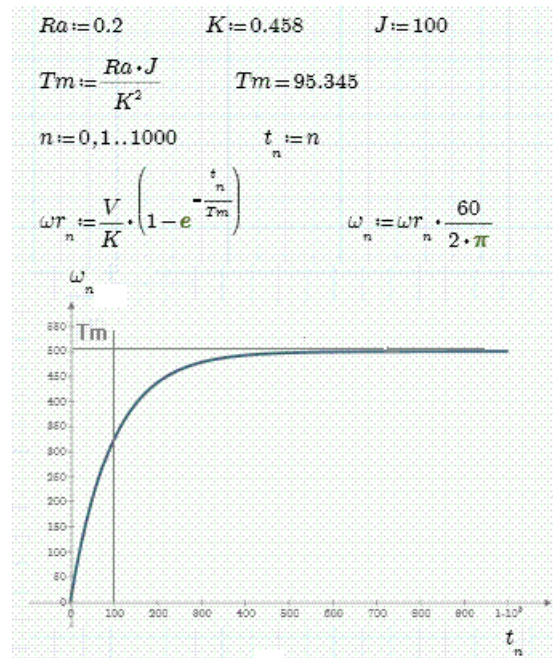
da cui, ponendo : $T_m = \frac{R_a \cdot J}{K^2}$, si ricava l'equazione differenziale:

$$\frac{V}{K} = T_m \cdot \frac{d\omega r}{dt} + \omega r$$

Come si vede , la struttura di questa è simile alla precedente, quindi la soluzione è un andamento esponenziale dello stesso tipo:

$$\omega r = \frac{V}{K} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_m}})$$

Ed ecco il programma in Mathcad Express:



J è il [momento d'inerzia](#) del rotore (espresso in : $kg_m \cdot m^2$), ed è il prodotto della massa per il [raggio giratore \(o di inerzia, vedi pag.14\)](#).

T_m dipende anche dalla resistenza di armatura R_a e dal coefficiente K , che esprime l'influenza della corrente di eccitazione. Si noti che essendo K elevato al quadrato, una diminuzione della corrente di eccitazione ha come effetto un notevole aumento di T_m (dimezzando I_e , T_m si quadruplica).

La costante T_m è normalmente nell'ordine dei decimi di secondo, quindi decisamente maggiore della costante elettrica T_e , per cui l'effetto di quest'ultima diventa trascurabile (quando $T_m > 4T_e$). Se le costanti sono vicine possono influenzarsi a vicenda, generando oscillazioni smorzate.

Nella pratica industriale è più comune, al posto di T_m , usare un parametro fittizio chiamato **tempo di avviamento, T_{avv}** . Questo è definito come tempo impiegato a raggiungere da fermo la velocità nominale, sotto l'azione della coppia motrice nominale costante (quindi con variazione lineare della velocità).

L'espressione è : $T_{avv} = T_m \cdot \frac{V}{Ra \cdot I_a}$, e nel caso del motore precedente varrebbe 458ms.

Calcoli pratici diretti

Abbiamo finora visto degli andamenti, cioè come variano le varie grandezze in gioco in base ai parametri del motore. Ma dal punto di vista pratico è spesso richiesto di determinare valori singoli, in definite condizioni di funzionamento.

Penso quindi sia utile mostrare un programma di calcolo che, partendo dai dati di targa, dalla rilevazione di R_a e dalla valutazione della coppia richiesta dal carico C_r (coppia resistente), dia i valori di corrente, quindi di potenza realmente assorbita, di velocità e di rendimento. Ecco un esempio di **foglio di calcolo**:

Dati		
$V := 24 \text{ (V)}$	$P := 600 \text{ (W)}$	$\omega := 500 \left(\frac{g}{min} \right)$
$R_a := 0.2 (\Omega)$	$C_r := 6 \text{ (Nm)}$	
Calcolo		
vel.nom.rotazione:	$\omega_r := \omega \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60}$	$\omega_r = 52.36 \left(\frac{rad}{s} \right)$
corr.arm.nomin.:	$I_{an} := \frac{P}{V}$	$I_{an} = 25 \text{ (A)}$
coppia mot.nomin.:	$C_m := \frac{P - R_a \cdot I_{an}^2}{\omega_r}$	$C_m = 9.07 \text{ (Nm)}$
costante:	$K := \frac{C_m}{I_{an}}$	$K = 0.36$
corr. a carico:	$I_{ac} := \frac{C_r}{K}$	$I_{ac} = 16.53 \text{ (A)}$
vel.rot. a car.:	$\omega_{rc} := \frac{V - R_a \cdot I_{ac}}{K}$	$\omega_{rc} = 57.03 \left(\frac{rad}{s} \right)$
	$\omega_c := \omega_{rc} \cdot \frac{60}{2 \cdot \pi}$	$\omega_c = 544.55 \left(\frac{g}{min} \right)$
pot. ass. a car.:	$P_c := V \cdot I_{ac}$	$P_c = 396.83 \text{ (W)}$
rendimento%:	$\eta := \frac{V - R_a \cdot I_{ac}}{V} \cdot 100$	$\eta = 86.22$

Di particolare importanza fra i risultati sono la velocità di rotazione ω_c corrispondente alla coppia resistente C_r stabilita, la corrente effettivamente prelevata I_{ac} (ad es. per il dimensionamento di capacità della batteria), ed infine il rendimento in quel particolare punto di funzionamento (il rendimento cambia infatti in condizioni diverse e lascio al lettore volenteroso il tracciamento di η in funzione di C_r). Dovrebbe essere infine superfluo ricordare che, una volta impostato il foglio di calcolo, qualsiasi variazione dei dati comporta l'automatico ricalcolo di tutti i risultati.

Conclusioni

Gli argomenti trattati in questi articoli sono largamente noti e particolarmente semplici. Proprio per questo sono stati scelti come approccio all'uso di sistemi di calcolo, ormai indispensabili in ogni progetto.

Sebbene il Mathcad Express (in edizione gratuita) abbia capacità estremamente ridotte rispetto al Mathcad completo (manca ad es. la possibilità di calcolo simbolico), costituisce pur sempre un grande aiuto nello svolgimento di qualsiasi tipo di calcolo. Spero vivamente che questi esempi servano da stimolo per chi non ha ancora

familiarità con tali potenti mezzi, dichiarandomi disponibile per eventuali richieste di aiuto per la loro applicazione.

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:G.schgor:programmi-mathcad-per-simulazione-motori-in-continua-2>"