



Giovanni Colletti (GiovanniColletti)

RIFERIMENTI CIRCOLARI E ITERAZIONI CON I FOGLI DI CALCOLO

29 October 2009

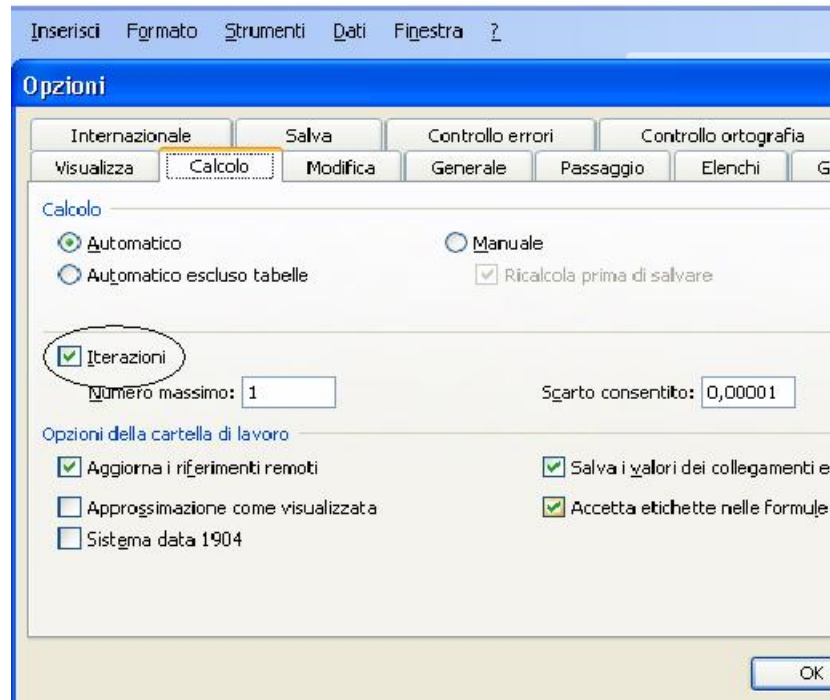
Introduzione

*Si premette che per la realizzazione dei suddetti esempi è stato utilizzato un **foglio di calcolo Excel**. Quando una formula fa riferimento direttamente o indirettamente alla propria cella, si verifica un **riferimento circolare** e il calcolo non viene eseguito. E' possibile, tuttavia, consentire il funzionamento di un riferimento circolare attivando la casella di controllo **Iterazioni**. In questo caso il calcolo viene eseguito utilizzando i risultati dell'iterazione precedente. Si mostrerà come tale procedura sia utilissima per risolvere, con pochissime formule, molti calcoli iterativi: **integrazioni** di funzioni, calcolo **radici** di equazioni, calcolo **equazioni differenziali**, ecc..*

Impostazione

Consentiamo, quindi, il funzionamento di un riferimento circolare.

1. Scegliere **Opzioni** dal menu **Strumenti**, quindi scegliere la scheda **Calcolo**.
2. Selezionare la casella di controllo **Iterazioni**;
3. Impostare **Numero massimo=1**;
4. Impostare il calcolo su **Manuale**. In tal modo: Tasto **F9** calcola le formule di tutte le cartelle di lavoro; Tasto **MAIUSC+F9** calcola solo le formule del foglio di lavoro attivo.

*Iterazione.JPG*

Con tale impostazione possiamo, scrivere adesso formule con riferimenti circolari. Ad esempio: ponendo la cella [A22] " $= [A22] + 1$ ", ad ogni F9 la cella [A22] aumenta di 1.

Alcune regole

Creazione di variabili e di funzioni

Per potere utilizzare l'iterazione è necessario che almeno una cella ad ogni iterazione vari il suo valore. Se, ad esempio, poniamo [A22] " $=A22+A21$ ", con [A21] " $=0,1$ " la [A22] ad ogni F9 si incrementa di 0,1 in questo modo abbiamo creato la **variabile** [A22]. Se scriviamo, allora, nella cella [A23] una formula contenente la variabile [A22] abbiamo reso la cella [A23] **funzione** della variabile [A22]. Iterando, infatti, n volte con F9 vengono calcolati n valore della funzione.

Condizioni iniziali

Con la formula [A22] " $=A22+A21$ " la variabile [A22] ad ogni iterazione si incrementa di A21. Per resettare la variabile e potere ripartire da zero, si può utilizzare una cella "test" e scrivere la formula con la condizione: [A22] " $= SE(A21;A22+1;0)$ " (che significa: se la cella A21="**VERO**" (ovvero diversa da zero) allora $A22=A22+1$ (**incremento**), se invece A21="**FALSO**" (ovvero uguale a zero) allora $A22=0$ (**azzeramento**). Per fare iniziare la variabile x (cella A21) con un valore x_0 deve

essere utilizzata un'altra cella in cui deve porsi la formula: “=A22+xo” (vedi applicazione).

Posizione delle celle

Bisogna tenere presente che nell'iterazione i calcoli non vengono eseguiti contemporaneamente in tutte le celle, ma iniziano dalla cella in alto a sinistra e finiscono con la cella in basso a destra. Pertanto la variabile deve essere posta prima della funzione. La funzione $y(x)$, per il suddetto motivo, rimane indietro rispetto alla variabile x di un incremento dx . Si può tenere conto di ciò indicando in altra cella il valore effettivo della variabile “=x-dx” (tale cella non potrà essere utilizzata in altre celle per i calcoli).

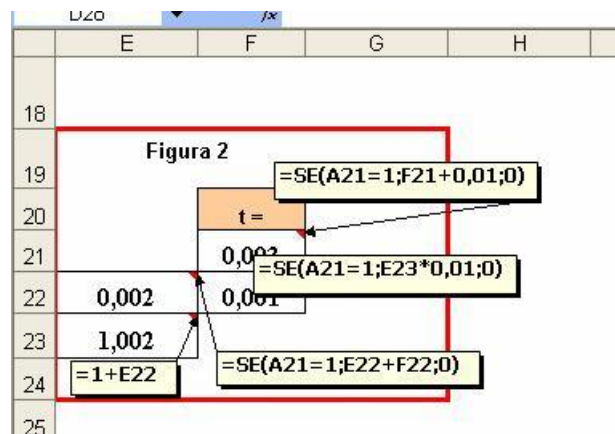
Numero Iterazioni

Se per il calcolo si pone: Numero massimo = n, ad ogni F9 il programma esegue n iterazioni. Si può, pertanto, utilizzare questa impostazione quando non è necessario conoscere i valori intermedi ma solo il valore finale del calcolo.

Applicazione

Vediamo ora di applicare l'**iterazione** al **metodo delle differenze** finite per la risoluzione delle equazioni differenziali. Consideriamo l'Eq. Diff. : $y' = y$, con la condizione iniziale $y_0 = 1$. Per il calcolo utilizziamo il metodo delle linee spezzate di Eulero, per cui la $y'(t) = y$, viene calcolata passo passo: $y_1 = y_0 + y'_0 * dt$; $y_2 = y_1 + y'_1 * dt$; ... (con $dt = 0.01$).

Per prima cosa, creiamo la cella “variabile”, ponendo [F21] = SE(A21=1;F21+0,01;0), in tal modo la cella ad ogni F9 si incrementa di 0.01.



Iteraz1.JPG

poniamo inoltre:

- $[E22] = SE(A21=1;E22+F22;0);$
- $[F22] = SE(A21=1;E23*0,01;0);$
- $[E23] = 1+E22$

cioè:

- la $[E22] = \Sigma(y'_i * dt)$ inizia da 0 e ad ogni iterazione si incrementa di $[F22]$;
- la $[F22] = y'_i * dt$ calcola l'incremento $[E23]*0,01$;
- la $[E23] = y_i$ aggiunge il valore iniziale $y_0 = 1$ a $\Sigma(y'_i * dt)$.

All'iterazione ennesima, pertanto, viene calcolato il valore y_n . Ponendo ($dt=0,01$) si ottiene $y(1)= 2.705$, mentre per $dt=0,001$ $y(1)= 2.717$ (il valore esatto è $EXP(1) = 2.718...$). (Una migliore approssimazione si ottiene se si applica la formula di Runge-Kutta). Per risolvere, quindi, una generica Equazione Differenziale $x' = f(x,t)$ con qualsiasi condizione iniziale x_0 , si può porre:

[A2] = 0.001 = dt incremento

[A4] = SE(B2;A4+A2;dt) = t variabile (incrementata di dt)

[B2] = Falso (0) , Vero (1) (nome "res") "Falso" per **azzerare; "Vero" per **iterare****

[C2] = 1 = x0 = valore iniziale;

[B6] = A4-A2 = t-dt valore effettivo di t (ritardato di un dt);

[C4] = C5+C8*dt = somma l'incremento corrente C8*dt a tutti gli incrementi precedenti C5;

[C5] = SE(B2;C4;0) cioè: se B2=1(vero) C5=C4 ; se B2=0(falso) C5=0 ;

[C6] = C2+C5 somma a tutti gli incrementi C5= $\Sigma(x_i*dt)$ il valore iniziale C2= x_0 ;

[C8] = C6 = x In questa cella viene scritta l' **Eq. Diff.** (nel nostro caso $x' = x$)

Nell'iterazione la [C8] (funzione integranda) rimane indietro rispetto a t di una iterazione dt, pertanto si fa partire il tempo t in anticipo di **dt** cioè: $[A4] = t = SE(B2;A4+A2; dt)$

Si noti che, per il calcolo di una generica E.D., devono essere cambiate solo le celle **[C2]** e **[C8]**. Le rimanenti 7 celle costituiscono la "struttura" del programma. Utilizzando altre celle è possibile calcolare contemporaneamente altre Eq.Diff.

Nella figura

	A	B	C	D	E	F	G
1	dt=	B2=res	x ₀ =	y ₀ =	z ₀ =		
2	0,0100	☐ RESET F9	1	1	1		
3	t+dt =		x = x ₀ + Σdx	y = y ₀ + Σdy	z = z ₀ + Σdz		
4	0,01		0,01	0,01	0,01	E4=E5+E8*dt	
5	A4=SE(B2;	t =	0	0	0	E5=SE(res;E4;0)	
6	A4+A2;dt)	0	1	1	1	E6=E2+E5	
7		B6=t-dt	x' = f(t,y)	y' = f(t,y)	z' = f(t,z)		
8			1,000	1,000	1,000		
9							
10			x ₀ =	y ₀ =	z ₀ =		
11			0	1,1	1		
12			v _{x0} =	v _{y0} =	v _{z0} =		
13			0,5	0	0		
14			a _x =	a _y =	a _z =		
15			0,000	-0,826	1,000		
16			0	-0,008264463	0,01	E16=E17+E15*dt	
17			0	0	0	E17=SE(res;E16;0)	
18			v _x =	v _y =	v _z =		
19			0,5	0	0	E19=E13+E17	
20			0,005	0	0	E20=E21+E19*dt	
21			0	0	0	E21=SE(res;E20;0)	
22			x=	y=	z=		
23			0	1,1	1	E23=E21+E11	

Iteraz2.JPG

con le celle [C1:E8] si possono calcolare 3 E.D. (ovvero un sistema di 3 E.D.) del 1° ordine, mentre, con le celle [C10:E23] si possono calcolare 3 E.D. (ovvero un sistema di 3 E.D.) del 2° ordine. Nella colonna F sono state riportate le espressioni che devono essere scritte nelle celle di colonna E.

Scritte le formule nelle celle in una colonna basterà trascinarle nelle altre 2 colonne per trascriverle.

Conclusione

Con tale procedimento:

- E' facile creare "programmi" senza alcuna riga di programmazione;
- I "programmi" in genere sono costituiti da pochissime celle;
- Ogni "programma" può essere clonato copiando il range di celle;
- Utilizzando le diverse funzioni logiche del foglio elettronico è possibile inserire nel "programma" svariate condizioni di calcolo;
- E' possibile eseguire contemporaneamente diversi tipi di calcoli;

- E' possibile fare interagire più "programmi" utilizzando le funzioni logiche del foglio di calcolo;
- Se, durante l'iterazione, i valori calcolati vengono riportati in una tabella, essi potranno essere rappresentati in un grafico a "dispersione (xy)".

Sono rimasto meravigliato ed entusiasta per la semplicità e potenza di calcolo di tale procedimento: **con poche cellette e senza alcuna riga di programmazione ho potuto calcolare integrali, radici di equazioni, equazioni differenziali, e risolvere contemporaneamente diverse equazioni o sistemi di equazioni differenziali !!!** Ritengo che le potenzialità di tale procedimento siano ancora poco conosciute e che molti altri aspetti devono essere studiati, sperimentati, e sviluppati. E' molto gradita, pertanto, la partecipazione degli utenti interessati alla creazione di nuovi "programmi " e allo sviluppo di tale procedimento di calcolo.

Molti altri problemi, infatti, possono essere studiati con il metodo iterativo: equazioni dinamiche discrete, equazioni di La Place, ... che spero di trattare in un prossimo articolo.

Alcuni files con il suddetto procedimento sono scaricabili dal [mio sito](#).

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Giovannicolletti:articolo3>"