



Isidoro KZ (IsidoroKZ)

PROGETTO TERMOSTATO VI: RASSEGNA BIBLIOGRAFICA E LINEARIZZABILITA`

7 December 2011

Introduzione

Questo e` un articolo di rassegna in cui sara` fatta una rapida carrellata sui circuiti proposti nel passato per la linearizzazione di un NTC per mezzo di circuiti lineari.

Il problema della linearizzazione e` stato affrontato nel passato in svariati modi, con l'uso di reti resistive lineari, incluse soluzioni "ad occhio" [1], reti con due o piu` NTC, reti con moltiplicatori e amplificatori logaritmici, convertitori analogico digitali non lineari, oppure ancora con oscillatori che forniscono una frequenza linearmente proporzionale alla temperatura o addirittura con reti neurali. Oltre a queste soluzioni circuitali, ultimamente sono divenute di moda le linearizzazioni con un microcontrollore oppure con un PC e programmi quali LABVIEW [6].

Tutte queste soluzioni descritte in letteratura cercano di ottenere da un componente con caratteristica non lineare, che ha una resistenza dipendente esponenzialmente dalla temperatura [1a][1b], una tensione piu` o meno lineare in modo da poter realizzare un termometro con l'uso di un semplice voltmetro. La rapida rassegna bibliografica riportata qui riguarda solo le tecniche di linearizzazione facenti uso di soli circuiti lineari (resistori e amplificatori). Per ciascun articolo sara` fornito solo lo schema e il riferimento bibliografico, senza nessun calcolo e rimandando per questi agli articoli stessi.

Verra` poi mostrato un importante risultato da cui sara` chiaro perche' non ho riportato i conti degli articoli della rassegna.

Non verranno analizzati circuiti non lineari per la linearizzazione, in quanto troppo complicati e richiedenti una mole di lavoro notevole per ogni singolo circuito.

Rassegna bibliografica di circuiti di linearizzazione

Negli ultimi 70+ anni sono state pubblicate letteralmente decine e decine di circuiti per convertire la variazione di resistenza di una NTC in una tensione (quasi) lineare con la temperatura. Una numerosa classe di questi circuiti e` formata da soli resistori ed eventualmente amplificatori operazionali, nelle piu` varie configurazioni. Di seguito saranno mostrati un po' di schemi tratti da questi lavori. Tutti i circuiti presentati comprendono un solo elemento non lineare, l'NTC, il resto e` formato solo da resistenze ed eventualmente operazionali.

Beakley 1951

L'articolo pubblicato da Beakley nel 1951 [2] sembra essere il primo a discutere la linearizzazione di una NTC per mezzo di un partitore e di un ponte di Wheatstone. I due circuiti analizzati sono mostrati nella figura seguente:

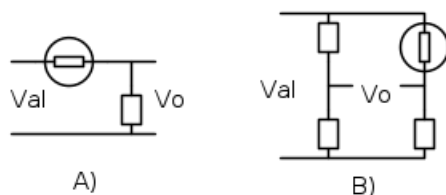


Figura 1

L'articolo presenta una trattazione analitica rigorosa dei due circuiti, trattazione che sembra essere andata dimenticata perché molti articoli successivi rifanno le stesse cose, talvolta senza la precisione di Beakley.

Soble 1957

Uno dei primi articoli che trattano la linearizzazione della resistenza è quello di Soble [3], in cui l'autore cerca di ottenere un bipolo la cui resistenza o conduttanza sia più o meno lineare con la temperatura, in modo da poter poi inserire questo bipolo in una rete di misura. Gli schemi base proposti e analizzati sono nella figura seguente:

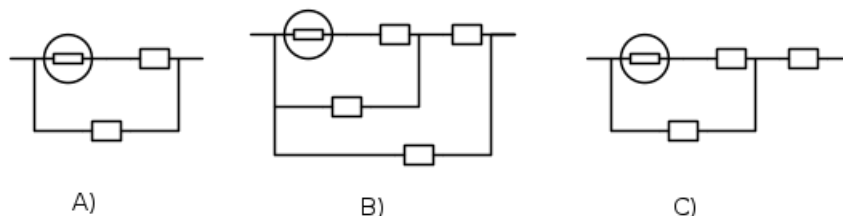


Figura 2 - Linearizzazione resistenza

Lo stesso autore ha anche pubblicato una lettera nella stessa rivista sull'uso dei termistori per stabilizzare la polarizzazione degli amplificatori in classe B a transistori al germanio, amplificatore realizzato con trasformatore di ingresso e di uscita [4]

Boel-Erickson 1965

In questo articolo del 1965 [7] viene analizzato il comportamento del ponte di Wheatstone in cui uno dei rami è formato dall'NTC, e viene calcolata la tensione a vuoto, trovando le equazioni

dell'errore. In appendice sono sviluppati tutti i conti dettagliati. Lo schema utilizzato e' lo stesso di di figura 1, circuito B.

Bowman 1970

Bowman in [8] studia in dettaglio il comportamento di un termistore messo in un ponte di Wheatstone, in diverse condizioni di funzionamento, ad esempio ponte bilanciato o sbilanciato alla temperatura di riferimento, strumento di misura con impedenza interna molto alta, molto bassa o intermedia... e con diversi possibili errori, quali ad esempio resistenza dei cavi del sensore. I circuiti considerati in questo articolo sono rappresentati nella figura seguente:

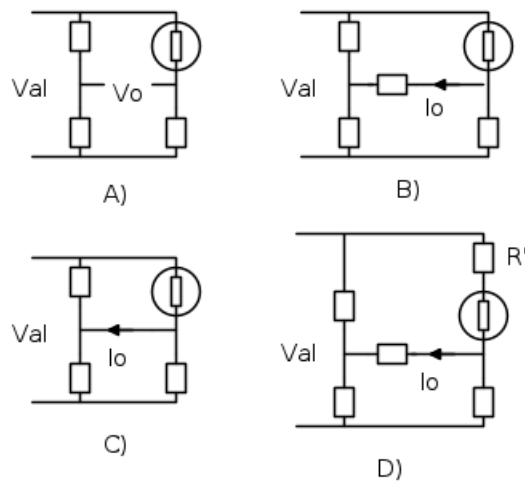


Figura 3 - Ponte in diverse configurazioni

Broughton 1974

Nel 1974 Broughton [9] ha pubblicato un articolo in cui analizza 6 circuiti, dal semplice partitore, come usato nella sezione della linearizzazione a tre punti, fino a circuiti a ponte e con operazionali. I circuiti, mostrati nella figura 4 seguente, sono tutti analizzati in dettaglio con ampi formuloni :)

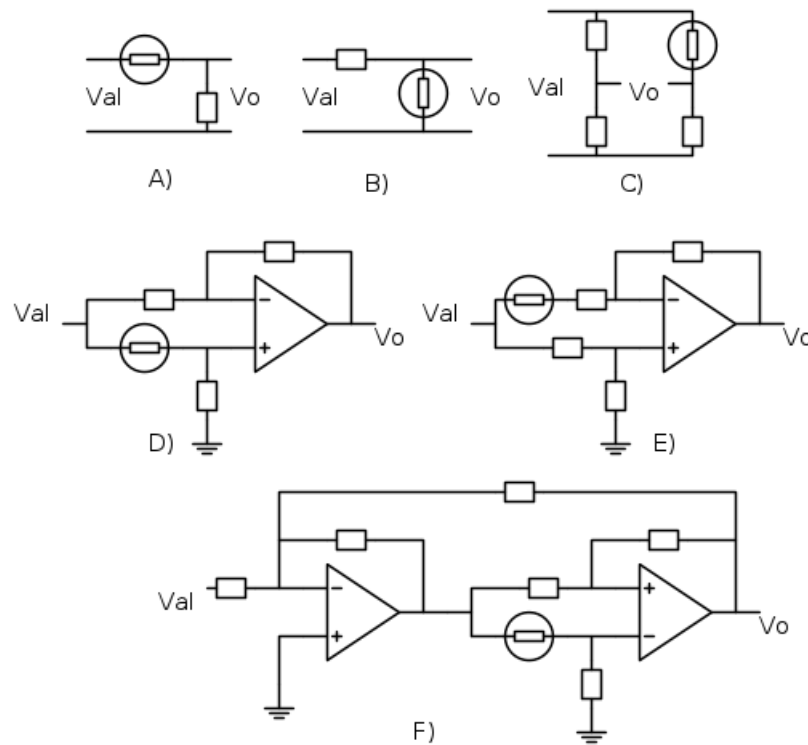


Figura 4 - 6 circuiti di linearizzazione

Stockert-Nave 1974

Sempre nel 1974, Stockert e Nave, che lavoravano presso un ospedale, presentarono un loro circuito per l'utilizzo di un termistore come termometro clinico [10], usato durante interventi di cardiocirurgia. Lo schema proposto, senza tante analisi teoriche, e' mostrato in figura 5.

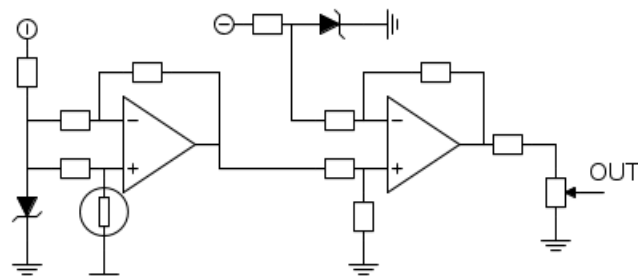


Figura 5 - Termometro clinico

Il secondo stadio e' un semplice circuito di condizionamento, mentre la linearizzazione e' effettuato dal primo stadio, che e' praticamente identico allo schema D di figura 3.

Jackman et alii, 1977

Pare che il problema di misurare la temperatura dell'acqua sia di importanza fondamentale, così` questo articolo di Jackman e altri [11] del 1977 dà` la sua soluzione, provando anche a dimostrare che il circuito descritto, mostrato in figura 6, funziona meglio di un ponte di misura (ad esempio il circuito B di figura 1 o il circuito C di figura 3).

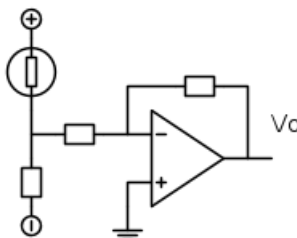


Figura 6 - Altro termometro

Il circuito finale prevede anche un VCO per trasformare la tensione in un suono a frequenza audio e poterlo registrare su un registratore a cassette per fare data logging.

Hoge 1979

Questo lavoro pubblicato da Hoge nel 1979 [12] e` una rassegna e sistematizzazione di precedenti pubblicazioni. L'autore cerca di rendere confrontabili i risultati presentati in modi diversi in vari lavori e analizza le prestazioni di 8 diversi circuiti, partendo dalla linearizzazione con resistenza in parallelo all'NTC, simile alla figura 2A, con partitore semplice, figura 1A, ponte di Wheatstone di figura 1B, poi continua il confronto con il circuito di Stockert, figura 5, di Jackman, figura 6, e degli schemi D, E ed F di figura 4, proposti da Boughton.

Dopo svariati calcoli, non riportati nei dettagli, in cui mantiene la stessa metodologia in modo da poter confrontare i risultati, Boughton arriva alla conclusione che

Circuits such as those shown in Fig. 2 [figura del suo articolo, contenente i circuiti indicati sopra] are all equal in their inherent capability to linearize the signal produced in a 1-thermistor circuit.

E continua aggiungendo:

The choice of a linearizing circuit should be made on other grounds, such as simplicity, stability, accuracy, or convenience of adjustment.

WOW! Tanto lavoro di decenni per (quasi) nulla: *non c'e` un circuito lineare che sia intrinsecamente migliore di un altro!*

Equivalenza dei circuiti di linearizzazione

Il risultato trovato da Hoge [12] era già stato pubblicato nel 1970 da Diamond, in uno splendido articolo [5], in cui osservava che se la rete di linearizzazione è lineare, tutto il sistema alimentazione, NTC e morsetti di misura, si può ridurre al seguente schema:

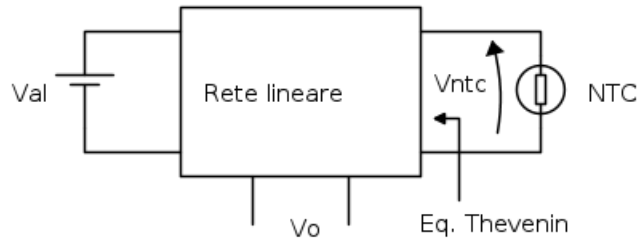


Figura 7 - Circuito equivalente del sistema

La tensione ai capi dell'NTC, V_{NTC} può essere trovata per mezzo del circuito equivalente di Thevenin di tutta la rete, che, va ricordato, è lineare. In figura 8 è rappresentato il circuito equivalente di Thevenin:

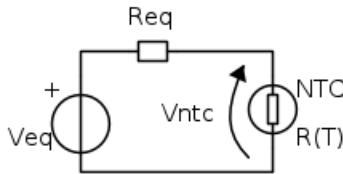


Figura 8 - Circuito equivalente Thevenin

Non ha importanza quanto è complicata la rete collegata all'NTC, purché sia lineare: avrà comunque e sempre un equivalente come quello in figura 8, e la tensione sull'NTC sarà data da un semplice partitore:

$$(1) \quad V_{NTC} = V_{eq} \frac{R(T)}{R(T) + R_{eq}}$$

La tensione di uscita V_o , essendo la rete lineare, è solo una combinazione lineare delle varie tensioni sorgenti della rete, in particolare può essere vista come combinazione lineare delle tensioni V_{al} e V_{NTC} , con una espressione di questo genere:

$$(2) \quad V_o = A V_{NTC} + B V_{al}$$

dove A e B sono due costanti che dipendono dalla rete lineare. L'equazione (2) significa che la tensione di uscita può solo essere linearmente proporzionale alla tensione sull'NTC più eventualmente uno scalamento (offset).

Tutti i possibili circuiti lineari che ci si può inventare sono tutti equivalenti fra di loro, poiché la loro linearità è data solo da quella del partitore mostrato in figura 2. Tutti i circuiti discussi ed analizzati nella rassegna bibliografica del punto precedente (e sono solo una scelta di tutti gli articoli pubblicati) sono **tutti equivalenti!** ed essenzialmente sono un lavoro inutile.

Lo studio della linearizzazione con un circuito lineare e delle prestazioni che si ottengono può essere fatto sul circuito di figura 2, senza scomodare altri circuiti più complicati. Quello che si vuole ottenere è in generale una caratteristica di tensione linearmente proporzionale alla temperatura.

Caratteristiche linearizzabili

Usando il semplice circuito di figura 8, è possibile vedere in modo immediato quali tipi di caratteristiche sono potenzialmente linearizzabili, cioè quali caratteristiche possono generare una tensione lineare con la temperatura, almeno su un piccolo intervallo.

Variazione lineare di tensione vuol dire che la derivata prima della tensione sull'NTC in funzione della temperatura è costante, oppure che la derivata seconda è nulla. Queste condizioni rappresentano un punto di flesso, in cui la concavità di una funzione cambia verso.

Derivando l'equazione (1), o meglio ancora il rapporto di partizione $K = \frac{R(T)}{R_{eq} + R(T)}$ si ottiene:

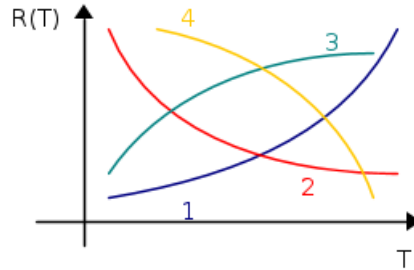
$$(3) \quad \frac{dK}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{R(T)}{R_{eq} + R(T)} \right) = \frac{R_{eq} R'(T)}{(R_{eq} + R(T))^2}$$

dove è indicato con $R'(T)$ la derivata prima della resistenza in funzione della temperatura.

Se si vuole poter sperare che la derivata prima sia costante, almeno su un piccolo intervallo, è necessario che se $R(T)$ cresce con la temperatura, anche $R'(T)$ cresca con la temperatura, in modo che sia numeratore che denominatore crescano. In modo analogo se $R(T)$ diminuisce con la temperatura, anche la derivata prima $R'(T)$, che è negativa, deve decrescere in modulo.

Se invece la resistenza e la sua derivata prima hanno comportamento opposto, una cresce e l'altra in modulo diminuisce, allora il componente non è linearizzabile, non si riesce a trovare nessun intervallo, anche piccolo con derivata prima costante.

Facendo riferimento alla figura 10, dove sono mostrate possibili caratteristiche resistenza-temperatura, si è limitati a poter linearizzare le curve 1 e 2, che corrispondono al sensore resistivo al nickel e alla NTC.

Figura 9 - Possibili funzioni $R(T)$

Con circuiti lineari, non è invece possibile linearizzare la caratteristica 3, che rappresenta la curva di resistenza-temperatura del platino e la caratteristica 4. In pratica sono linearizzabili solo le caratteristiche che presentano nel grafico resistenza-temperatura la concavità verso l'alto.

Per verificare questo si può calcolare la derivata seconda di K rispetto alla temperatura, uguagliarla a zero, imponendo così che la derivata prima sia costante (punto di flesso), e vedere se si trova una condizione sulla derivata seconda della resistenza $R''(T)$.

$$(4) \quad \frac{d^2 K}{dT^2} = \frac{R_{eq}}{(R_{eq} + R(T))^3} ((R_{eq} + R(T))R''(T) - 2R'^2)$$

Da questa relazione si trova che per avere $\frac{d^2 K}{dT^2} = 0$ bisogna imporre che

$$(5) \quad (R_{eq} + R)R'' - 2R'^2 = 0 \rightarrow R'' = \frac{2R'^2}{R_{eq} + R}$$

dove ho tralasciato l'indicazione che la resistenza e le sue derivate sono funzioni della temperatura.

Dato che la resistenza equivalente R_{eq} deve essere positiva, si ha la condizione di linearizzabilità data da

$$(6) \quad \frac{2R'^2}{R} \geq R'' \geq 0$$

La stessa condizione deve valere contemporaneamente anche per la conduttanza, oltre che per la resistenza [5].

Le relazioni presentate sono assolutamente generali, e anche se sono state presentate in funzione della temperatura, si possono applicare a qualunque trasduttore in cui la resistenza è funzione (anche non diretta) di una qualunque grandezza fisica, ad esempio luce (fotoresistenza), forza (piezoresistenza).

In alcuni casi, al posto di linearizzare la curva in funzione della temperatura, la si linearizza in funzione del reciproco della temperatura studiando la funzione $K(T^{-1})$: in questo modo ad esempio si riesce a linearizzare la caratteristica del platino.

Per analizzare il caso dell'NTC e verificare che la linearizzazione sia realizzabile, facciamo i conti con il modello esponenziale, per il quale la resistenza funzione della temperatura, e successive derivate valgono:

$$(7) \quad \begin{cases} R = R_{\infty} e^{B/T} \\ R' = -\frac{B R_{\infty} e^{B/T}}{T^2} \\ R'' = \frac{B R_{\infty} e^{B/T}}{T^4} (B + 2T) \end{cases}$$

Sostituendo queste espressioni nell'equazione (6) si ottiene che perche' la linearizzazione sia possibile, deve essere

$$(8) \quad \frac{2B}{B + 2T} > 1$$

che e' verificata se $T < \frac{B}{2}$. Questa condizione e' 'sempre' vera perche' il coefficiente B e' dell'ordine delle migliaia di kelvin, mentre le NTC sono usate a temperature notevolmente piu' basse.

Conclusioni

Tanto lavoro per nulla, sembrerebbe di poter dire. I risultati pubblicati nel 1970 da Diamond [5] che solo alcune caratteristiche presentano un flesso, e quindi sono linearizzabili e che tutti i circuiti lineari per la linearizzazione sono equivalenti, dovevano chiudere la ricerca di nuovi schemi lineari di linearizzazione. Purtroppo pero' non tutti conoscevano quel lavoro e hanno continuato a pubblicare circuiti quasi inutili.

Bibliografia

- [1] IsidoroKZ, [Progetto Termostato V - Linearizzazione "Ingenua" di una NTC](#), Electroyou 2011.
- [1a] IsidoroKZ, [Progetto Termostato I - Proprieta' delle NTC](#) - Electroyou 2011
- [1b] IsidoroKZ, [Progetto termostato IV - NTC: errori dei modelli e tolleranze](#) - Electroyou 2011
- [2] Beakley W.R., The Design of Thermistor Thermometers with Linear Calibration, J. Sci. Instr., Vol 28, June 1951, p. 176-179.
- [3] Soble A.B., Bounds for Thermistor Compensation of Resistance and Conductance, IRE Trans. on Component Parts, Vol. 4, No. 3, Sept 1957, p. 96-101.
- [4] Soble A.B., Thermister Compensation of Transistor Amplifiers, IRE Trans. on Component Parts, Vol. 4, No. 3, Sept 1957, p. 290-291.

- [5] Diamond J.M., Linearization of Resistance Thermometers and Other Transducers, The Review of Scientific Instruments, Vol. 41, No. 1, January 1970, p. 53-60.
- [6] Tsai C.F., Li L.T., Li C.H., Young M.S.; Implementation of Thermistor Linearization Using LabVIEW, Fifth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, IHH-MSP '09., Kyoto Sept 2009, p. 530-533
- [7] Boel M., and Erickson B., Correlation Study of a Thermistor Thermometer, Rev. Sci. Instrum., Vol. 36, No. 7, July 1965, p. 904-908
- [8] Bowman M.J., On the Linearity of a Thermistor Thermometer, Radio and Electronic Engineer, Vol. 39, No. 4, Apr. 1970, p. 209-214.
- [9] Broughton M.B, Analysis and Design of Almost-Linear One-Thermistor Temperature Transducers, IEEE Trans. on Instr. and Meas. Vol. IM-23, No 1, March 1974, p. 1-5.
- [10] Stockert J. and Nave E. R., Operational Amplifier Circuito for Linearizint Temperatur Reading from Thermistors, IEEE Trans. on Biomed. Eng., Vol. 21, No. 2, March 1974, p. 164-165.
- [11] Jackman A.P., Noble R.D., and Bonouvrie H.D., Inexpensive Recording Thermometer, Rev. Sci, Instrum., VOL 48, No. 7, July 1977, p. 865-869.
- [12] Hoge H.J., Comparison of Circuits for Linearizing the Temperature Indication of Thermistors, Rev. Sci. Instruments, Vol. 50, No. 3, Mar. 1979, p. 316-320.

Estratto da "<https://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Isidorokz:progetto-termostato-vi-rassegna-bibliografica-e-linearizzabilita>"