



Claudio Di Girolamo (jordan20)

LA TECNICA PCM: IL TESORO "NASCOSTO" DELLA TRASMISSIONE DATI (PARTE I)

29 January 2013

Preludio

"**Trama**", "**multitrama**", "**allineamento**" e "**sincronismo**"; questi termini riecheggiano ancora nella mia mente sin dai tempi delle scuole superiori, in particolare dal IV anno di I.T.I.S., quando l'orario scolastico prevedeva, tra gli altri, il corso di Telecomunicazioni e laboratorio. Ripenso ancora con quale passione e dedizione il nostro professore, tipo giovane e brillante, peraltro ex responsabile del reparto aziendale presso il quale oggi presto servizio, ci illuminava sull'intricato mondo delle telecomunicazioni, partendo da Fourier, passando per Shannon e Nyquist, fino a "toccare" le codifiche di sorgente e di canale, i codici di rivelazione e correzione d'errore e poi da lì ripartire verso altri orizzonti oscuri... Ricordo però che, quando approdammo alla tecnica di modulazione PCM, quel docente scherzoso ed alla mano si fece serio e quasi si incupì nell'introdurre l'argomento con (circa) queste parole: "imparate ed interiorizzate molto bene quello che sto per spiegarvi perché nessun'altra tecnica, obsoleta o sperimentale che essa sia, potrà eguagliare quella ottima ed efficiente offerta dalla PCM, il tesoro 'nascosto' della trasmissione dati".

Oggi, a distanza di ormai quasi nove anni, capisco (forse) a cosa alludeva il professore con l'aggettivo "nascosto"; in effetti, da un lato, la teoria che sta alla base del funzionamento delle moderne tecniche di trasmissione dati, come l'ADSL o lo standard UMTS, giusto per citare a caso due "accrocchi" dei giorni nostri, è ben più complicata ed avanzata di quel tesoro recondito tanto celebrato dal docente... Dall'altro canto però, avendo per lavoro quotidianamente a che fare con problematiche inerenti la trasmissione dati, devo riconoscere che la tecnica PCM è effettivamente la base "invisibile" ai nostri occhi, "nascosta" appunto, ma insostituibile di quei sistemi di comunicazione che ci consentono ancora oggi di poter eseguire azioni all'apparenza elementari, di routine, come telefonare, connettersi ad internet, scambiare informazioni e così via.

Sì, perché ad esempio tutti i collegamenti HDSL utilizzati da comuni, ospedali, banche, utilizzano flussi simmetrici a 2 Mb/s "affasciati" mediante tecnica PCM; lo stesso vale per i centralini telefonici comunali che utilizzano accessi ISDN PRA utilizzando flussi a 2Mb/s; molti collegamenti dedicati CDN (Circuiti Diretti

Numerici) utilizzati per le transazioni dalle Poste Italiane o dalla Lottomatica sono (brutalmente parlando) estratti da una trama PCM; tutte le centrali di commutazione "parlano" tra loro mediante la tecnica PCM; tutte le dorsali in fibra ottica che scambiano dati ad altissima velocità supportando la moderna Gerarchia Numerica Sincrona (SDH), lo fanno grazie alla tecnica PCM che ne costituisce il fondamento, il "mattoncino", la "cella elementare" (prendendo in prestito dalla fisica dei semiconduttori il paragone del "famoso" cristallo di silicio) che fa funzionare molto bene tutto questo, ancora nel 2013.

Con il presente articolo intendo pertanto mettere in luce gli aspetti fondamentali ed i principi della tecnica PCM e di come questa costituisca il primo passo evolutivo degli odierni sistemi di trasmissione dati, presentando anche qualche apparato "in carne ed ossa" che giornalmente ritrovo a dover (tele)gestire e "tenere a bada".

A rigore, il livello teorico degli argomenti richiederebbe alcune conoscenze di base (ed alcune avanzate) di Teoria Dei Segnali e di Elaborazione e Trasmissione Numerica Dei Segnali ma ritengo che, per quello che voglio illustrarvi, questo approccio appesantirebbe inutilmente la trattazione che assumerebbe inevitabilmente un carattere eccessivamente "h-demico" (come usa dire il mio carissimo amico [RenzoDF](#)). Per cui ne farò uso laddove sia strettamente necessario.

Vi anticipo sin da subito che all'inizio non potrò fare a meno di richiamare diversi concetti base riguardanti campionamento, codifica e quantizzazione, i quali potrebbero risultare per qualcuno forse un po' formali e noiosi, ma che sono l'immane fondamento dal quale partire per comprendere a fondo la tecnica PCM.

Ad ogni modo, vi ringrazio in anticipo per l'attenzione e vi auguro buona lettura!

1 Il problema della qualità nella trasmissione dati

Nel campo delle telecomunicazioni è risaputo che, per trasmettere a distanza un'informazione, è necessario trasformarla in "qualcosa" che ne consenta il transito attraverso un mezzo trasmissivo come un cavo coassiale o un doppino: quel "qualcosa" è rappresentato da un *segnale elettrico*. I segnali elettrici impiegati nelle trasmissioni sono o di tipo *analogico* o di tipo *digitale*. Semplificando molto la trattazione rigorosa formale che richiederebbe il contesto, possiamo dire che un **segnale analogico** è rappresentato da una funzione continua del tempo, come il seguente segnale sinusoidale (ad esempio il tono di prova ad 800 Hz usato per il test/collaudato dei circuiti telefonici):

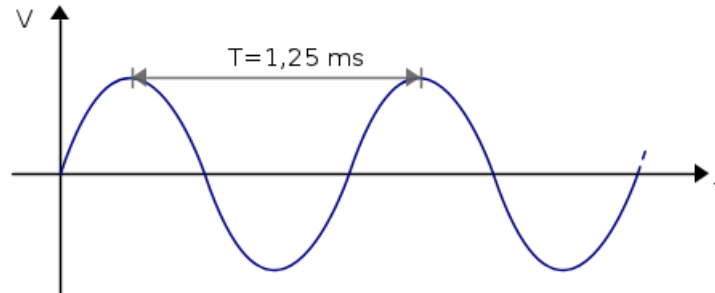


Fig.1 - Tono di prova a 800 Hz

Un segnale analogico può quindi assumere, in un generico istante di tempo t , un qualunque degli infiniti valori entro il proprio campo di variabilità delle ampiezze.

Un **segnale digitale**, detto anche **numerico** o **binario** o **discreto**, è rappresentato da una funzione del tempo che può assumere solo due valori denominati, rispettivamente, livello *basso* e livello *alto* (indicati rispettivamente con **L** e con **H** nel gergo dell'elettronica digitale); un esempio è rappresentato dalla seguente sequenza di impulsi di selezione:

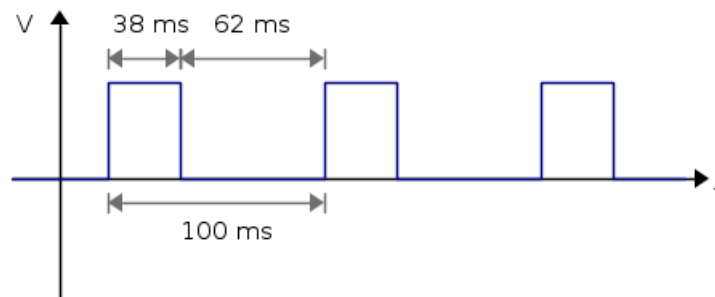


Fig.2 - Impulsi di selezione

I segnali analogici sono molto sensibili ai fenomeni di *distorsione* e *rumore* che si manifestano durante la trasmissione. Sotto la voce *rumore* possiamo annoverare il rumore termico, i disturbi dovuti ad interferenze di altri apparati di trasmissione, le induzioni da sorgenti ad alto potenziale (come gli elettrodotti) o da scariche atmosferiche. Sotto la voce *distorsioni* possono invece essere considerate tutte le degradazioni indotte sul segnale originario a causa delle inevitabili imperfezioni degli apparati di trasmissione; pensiamo alla distorsione d'ampiezza o di frequenza, ingenerata dalla limitazione dello spettro del segnale transitante a causa dell'azione filtrante insita nella natura di ogni sistema reale, che avrà sempre una propria banda limitata attorno ad una frequenza di lavoro; oppure alle classiche distorsioni da non linearità introdotte appunto dalla non perfetta linearità dei dispositivi elettronici, come ad esempio gli amplificatori. Tali fenomeni provocano quindi variazioni nei livelli di tensione del segnale che deformano, in modo più o meno marcato, il segnale che si intende trasmettere. Al ricevitore giunge un segnale sostanzialmente **diverso**

da quello trasmesso.

I segnali digitali, per contro, sono **meno sensibili** alle distorsioni e ai rumori. Un sistema di ricezione di tipo digitale deve solo riconoscere se il livello di tensione ricevuto, in un certo istante, è maggiore o minore di una prefissata tensione di soglia. In altre parole (sempre semplificando al massimo una opportuna trattazione rigorosa) nella trasmissione di segnali discreti, il problema non sta tanto nel mantenimento della forma iniziale da parte del segnale ma piuttosto nella possibilità del segnale stesso di rendersi **inequivocabilmente riconoscibile in ricezione con la minima probabilità di errore**.

Quanto detto si può sintetizzare nel concetto di **qualità della trasmissione**: è evidente che la rete di telecomunicazioni dovrà, per quanto fattibile, far giungere a destinazione il segnale elettrico di partenza in modo da degradare il meno possibile l'informazione originaria. Questa qualità dovrà essere determinata sia mediante misure di determinati parametri degli apparati di trasmissione, sia con particolari segnali che simulano le informazioni stesse (come nel caso del tono di prova ad 800 Hz rappresentato in *Fig.1* sul quale, nell'ambito della telefonia, vengono eseguite misure di attenuazione e distorsione per certificare la qualità del circuito telefonico da fornire ad un potenziale cliente).

Dalle considerazioni fatte finora, **i sistemi numerici sono da preferire a quelli analogici** anche perché i circuiti elettronici di tipo digitale sono più **semplici**, più **affidabili** e **meno costosi** di quelli analogici. Inoltre, utilizzando tecniche numeriche è possibile impiegare sistemi informatici computerizzati in grado di soddisfare tutta una serie di servizi supplementari che migliorano e potenziano la trasmissione delle informazioni. I moderni sistemi di comunicazione di fonia e di dati numerici sono **tutti** realizzati in tecnica digitale.

1.1 Numerizzazione delle informazioni continue

Le conclusioni a cui si è giunti nel precedente paragrafo possono farci porre la domanda: *"è possibile e conveniente rendere numeriche anche le informazioni continue al fine di poter ottenere gli stessi vantaggi e la stessa immunità propri della trasmissione di informazioni discrete?"*

A tale domanda è possibile rispondere **affermativamente** grazie alla tecnica della **numerizzazione** delle informazioni continue che consiste nel rendere numerico un segnale continuo mediante *discretizzazione* nel tempo (e vedremo anche in ampiezza), verificando se tale operazione sia possibile senza introdurre un significativo degrado sull'informazione contenuta nel segnale originario.

Il primo campo di impiego di tale tecnica è stato quello della telefonia allorquando, a partire dagli anni sessanta, è stato possibile realizzare tecnologicamente ed in larga scala di integrazione (grazie al collaudato impiego dei transistori) quanto già studiato teoricamente e sperimentalmente nei laboratori statunitensi della *Bell Telephon*

intorno agli anni quaranta, sulla base del brevetto di *Alec H. Reeves* che nel 1938 ebbe per primo l'idea di trasmettere i segnali vocali impiegando impulsi codificati di ampiezza costante, simili a quelli che si adoperavano in telegrafia. Si deve quindi proprio a Reeves la messa a punto della **Modulazione ad Impulsi Codificati PCM (Pulse Code Modulation)**. Nello stesso periodo, numerosi scienziati ed ingegneri, come *Hartley, Nyquist, Pierce* e *Shannon*, costruirono quel grande apparato teorico e sperimentale che ancora oggi è alla base delle più moderne tecniche di trasmissione numerica. In particolare nel 1948 *Claude E. Shannon* enunciò e dimostrò un **teorema** noto come **del campionamento**, che consente di stabilire sotto quali condizioni è possibile trasformare un segnale analogico in segnale numerico. Venendo subito al "succo" della questione, il teorema di Shannon afferma che assegnato un segnale analogico a **spettro limitato (ipotesi 1)** e indicando con f_M la massima frequenza contenuta nel segnale, esso può essere **completamente e perfettamente ricostruito** con una **serie di campioni della sua ampiezza rilevati ad uguali intervalli di tempo T_C** . La **frequenza di campionamento $f_c = 1 / T_C$** deve essere **almeno il doppio (ipotesi 2)** di f_M (*condizione di Nyquist*). In formule:

$$f_c \geq 2f_M$$

Stiamo quindi dicendo che, fermo restando queste condizioni (ideali), l'operazione di campionamento su di un segnale continuo è possibile e non introduce alcun degrado sull'informazione trasmessa.

In campo telefonico la **banda di fonìa** è imposta da opportuni filtri di centrale che consentono il transito dei segnali solo se compresi entro la **banda netta** 300 ÷ 3400 Hz; pertanto, per rispettare a rigore il teorema di Shannon il campionamento dei segnali di fonìa dovrebbe essere effettuato ad una frequenza pari a:

$$f_c \geq 6,8 \text{ kHz}$$

A livello internazionale si è scelta come **frequenza di campionamento telefonico**:

$$f_c = 8 \text{ kHz}$$

In termini pratici questo significa che un segnale fonico potrà essere perfettamente ricostruito se si dispone di almeno 8000 campioni al secondo.

Il reciproco della frequenza di campionamento definisce l'*intervallo di campionamento*:

$$T_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{8000} = 0.125 \times 10^{-3} = 125 \text{ } \mu\text{s}$$

In telefonia, oltre alla banda netta, 300 ÷ 3400 Hz, si definisce anche una **banda lorda** $B = 0 \div 4000$ Hz; tale banda contiene quella netta e presenta una interbanda di 600 Hz, tra 3400 Hz e 4000 Hz. L'interbanda non solo è indispensabile per

soddisfare le richieste del teorema di Shannon ma è anche utilizzata per trasmettere i **criteri di segnalazione**, cioè l'insieme delle informazioni (*sgancio*, *invio* del numero telefonico, segnalazione di utente *occupato*, ecc.) scambiate tra utente e centrale e tra centrale e centrale al fine di stabilire e segnalare lo stato del collegamento telefonico.

Convenzionalmente lo spettro del canale telefonico in banda base è rappresentato da un triangolo rettangolo come nella seguente figura, dove la zona ombreggiata indica la banda netta:

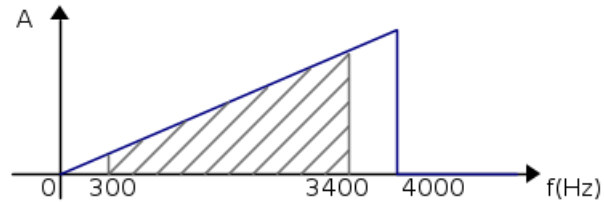


Fig.3 - Canale telefonico in banda base

1.2 Lente di ingrandimento sul teorema di Shannon

Pensiamo per adesso al *campionatore* come un blocco **moltiplicatore** che, dato un segnale continuo in ingresso, ne fornisce uno discreto in uscita, moltiplicandolo per un opportuno segnale campionario, come si può vedere nella figura seguente:

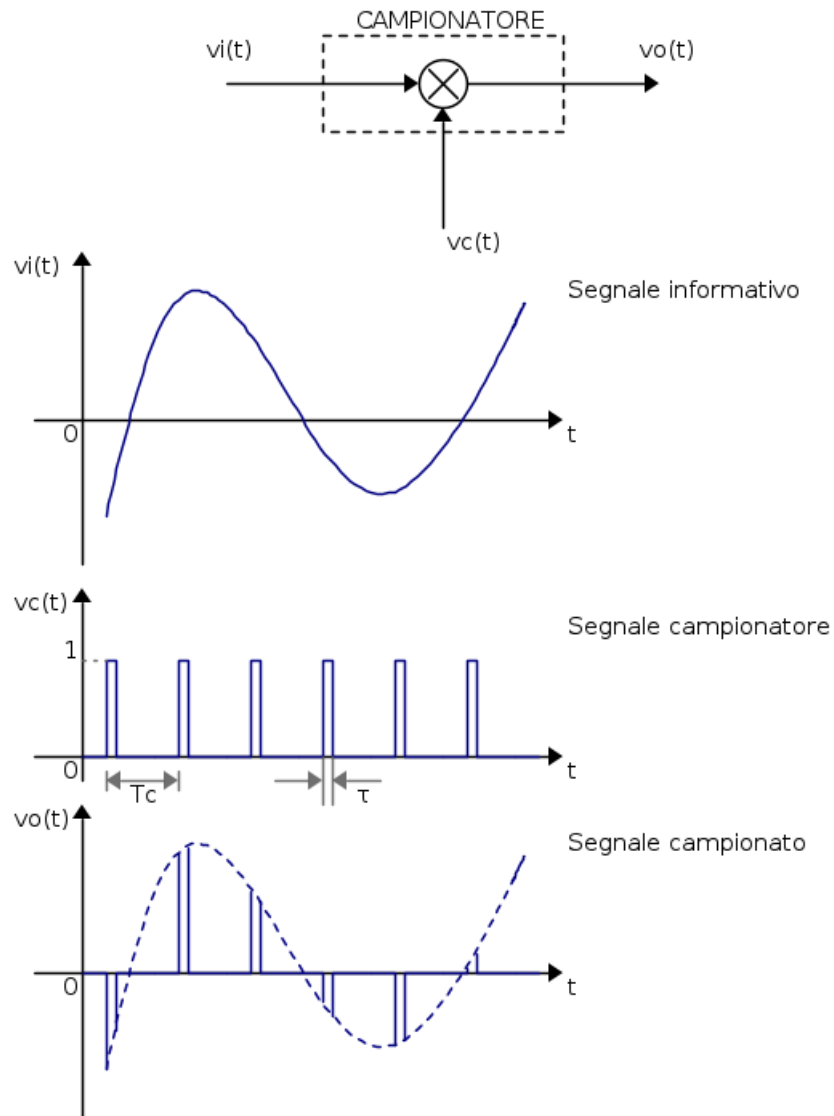


Fig.4 - Campionamento di un segnale continuo

La linea tratteggiata rappresenta l'*inviluppo* delle ampiezze degli impulsi del segnale campionato. Si deduce allora che tale inviluppo costituisce la **ricostruzione** dell'informazione analogica che si intende trasmettere.

Il segnale campionatore (in gergo definito *treno di impulsi*) è caratterizzato da un *duty cycle* pari a:

$$\delta_c = \frac{\tau}{T_c}$$

e spesso, più che altro per semplicità analitica, si considera $\tau \ll T_c$ in maniera tale da poter assumere le ampiezze dei campioni costanti. Dal momento che questo

segnale è *periodico*, è possibile **espanderlo in serie di Fourier**; supponendo sempre per semplicità che il segnale informativo sia di tipo sinusoidale, cioè:

$$v_i(t) = V_m \cos(\omega_m t)$$

tralasciando tutti i passaggi si giunge alla seguente forma d'onda per il segnale in uscita dal campionatore:

$$v_o(t) = v_i(t) \cdot v_c(t) = A_0 \cos(\omega_m t) + \frac{A_1}{2} [\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t] + \frac{A_2}{2} [\cos(2\omega_c - \omega_m)t + \cos(2\omega_c + \omega_m)t]$$

dove:

$$A_0 = \delta_c \cdot V_m = \frac{\tau \cdot V_m}{T_c}$$

$$A_1 = 2\delta_c \cdot V_m \cdot \left[\frac{\sin(\pi\delta_c)}{\pi\delta_c} \right] = 2\delta_c \cdot V_m \cdot \text{sinc}(\delta_c)$$

$$A_2 = 2\delta_c \cdot V_m \cdot \left[\frac{\sin(2\pi\delta_c)}{2\pi\delta_c} \right] = 2\delta_c \cdot V_m \cdot \text{sinc}(2\delta_c)$$

Questo segnale avrà una sua rappresentazione **duale** nel dominio della frequenza grazie alla **trasformata di Fourier**; in particolare lo **spettro d'ampiezza** del segnale sarà di questo tipo (spettro *a pettine*):

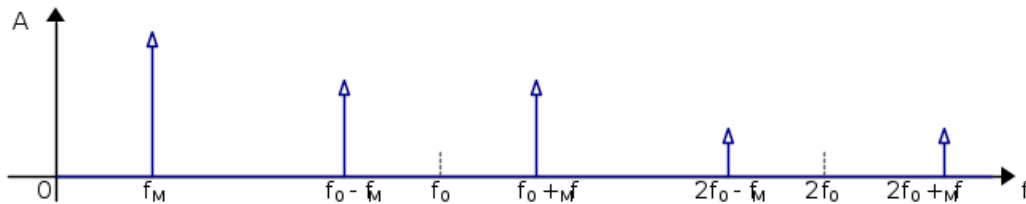


Fig.5 - Spettro d'ampiezza del segnale campionato

L'analisi svolta mette quindi in evidenza che il segnale campionato $v_o(t)$ trasporta con sé l'informazione relativa al segnale $v_i(t)$ con l'aggiunta di una serie di armoniche centrate intorno alle frequenze f_c , $2f_c$, ecc. Inoltre, si ricava che le ampiezze delle armoniche non sono costanti ma dipendono dai valori della funzione *seno cardinale* $\text{sinc}(n\delta_c)$, a sua volta dipendente dagli indici $n = 1, 2, 3, \dots$

Nel caso di segnale fonico con spettro in frequenza del tipo illustrato in *Fig.3*, lo spettro del segnale campionato a frequenza f_c sarà come la seguente figura, dove sono rappresentate le tre possibili condizioni di **sovracampionamento** (ponderato, vedremo successivamente perché), **campionamento minimo** e **sottocampionamento**:

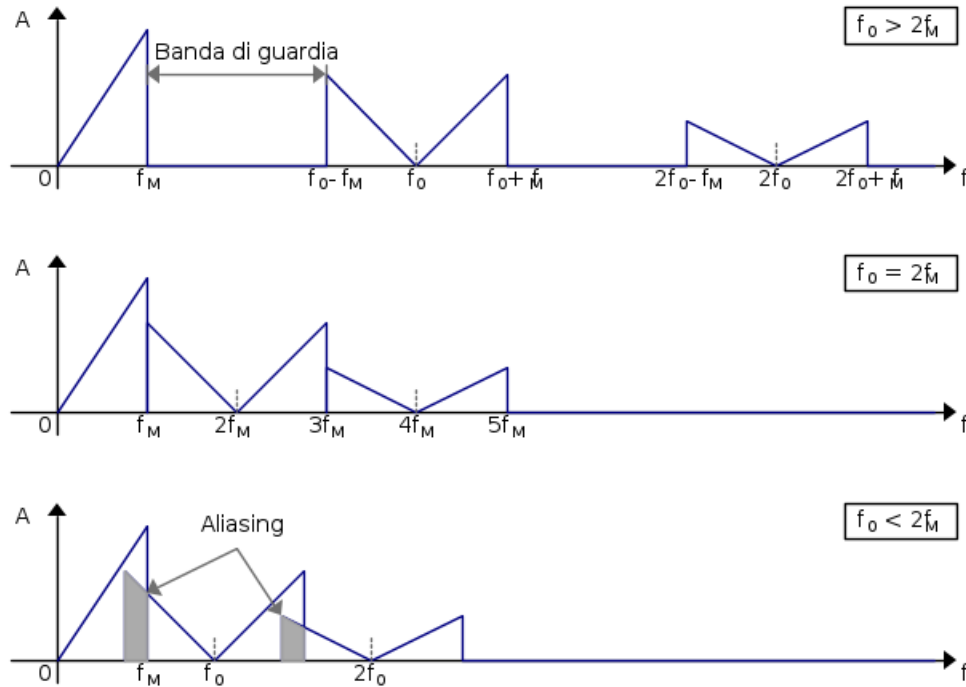


Fig.6 - Spettri d'ampiezza del segnale fonico campionato a tre diverse frequenze

Cosa è deducibile da queste rappresentazioni? Anzitutto che è possibile il recupero completo del segnale analogico **solo se non si hanno sovrapposizioni** delle varie bande di frequenza; ciò si verifica se esiste una banda di guardia diversa da zero tale che sia abbia:

$$(f_c - f_M) - f_M \Rightarrow f_c > 2f_M$$

che è un pò la dimostrazione euristica del teorema di Shannon. Al ricevitore, per estrarre il segnale informativo è sufficiente inserire un **filtro passa-basso** la cui sagoma consenta di racchiudere per intero lo spettro del segnale originario in banda base, cioè progettandolo con una **frequenza di taglio che sia maggiore della frequenza massima del segnale informativo**:

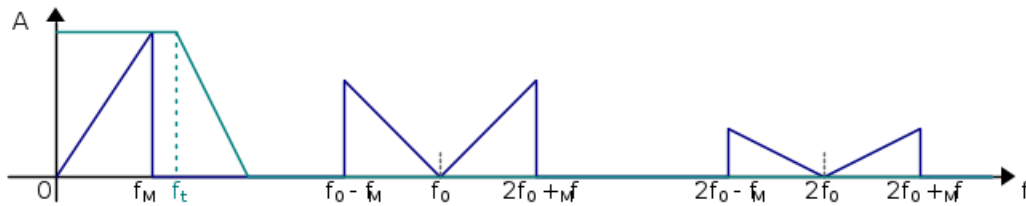


Fig. 7 - Sagoma del filtro passa basso in ricezione

Nella realtà sarà inoltre necessario inserire in cascata al filtro un amplificatore di tensione poiché, come si può vedere dalla forma d'onda del segnale campionato e più chiaramente in *Fig.5*, il processo di campionamento comporta un'**attenuazione** dell'ampiezza delle armoniche **proporzionale** alla durata dell'impulso τ di campionamento.

Il caso di minimo campionamento è una situazione ideale nella quale si richiede un filtro passa-basso con frequenza di taglio coincidente con quella massima del segnale informativo e questo rende il sistema fisicamente irrealizzabile. La situazione di sottocampionamento è invece da evitare in quanto comporta il fenomeno della sovrapposizione degli spettri in frequenza, noto come **aliasing**, che non consente il corretto recupero dell'informazione originale; infatti in ricezione arriveranno delle frequenze spurie non presenti nel segnale originario, comportando una distorsione della forma d'onda del segnale campionato nel dominio del tempo (nota come **folden distortions**, fenomeno duale a quello in frequenza dell'aliasing) e quindi una potenziale intellegibilità del contenuto informativo.

Per concludere, è importante fare la seguente considerazione: il teorema di Shannon stabilisce che per ricostruire un segnale analogico è necessario solo che ci sia una banda di guardia diversa da zero, come mostrato in *Fig.6*. Pertanto, **non ha alcun senso** aumentare la frequenza di campionamento oltre il necessario (sovracampionamento non ponderato) in quanto ciò non comporta miglioramento alcuno nel recupero dell'informazione analogica. Anzi, come si potrà vedere più avanti in merito alla moltiplicazione di segnali PCM, un aumento della frequenza di campionamento riduce il tempo a disposizione T_C tra due campioni successivi rendendo più problematica la moltiplicazione di più informazioni sullo stesso canale fisico.

2 Modulazione PCM

Al fine di introdurre questa tecnica, è necessario discutere prima un altro tipo di modulazione, cioè la **Modulazione PAM (Pulse Amplitude Modulation)**, dove l'**ampiezza** degli impulsi del segnale portante (il nostro segnale campionario dell'esempio precedente) viene fatta **variare in modo proporzionale a quella**

del segnale modulante. Perché introdurre preliminarmente la PAM? Abbiamo già detto che il segnale campionato che vogliamo trasmettere deve assumere le stesse caratteristiche di quello numerico puro, ossia discreto sia nel tempo che nelle ampiezze; ora, un modulatore PAM fornisce in uscita un segnale che è proprio discreto nel tempo ma non ancora nelle ampiezze. Servirà allora qualche altro blocco (come vedremo fra poco) in cascata al modulatore PAM, che sia in grado di "discretizzarne" le ampiezze (e non solo) per renderlo idoneo alla trasmissione su un canale di comunicazione. E' chiaro che in ricezione dobbiamo avere corrispondentemente dei blocchi che eseguano le operazioni duali a quelle previste per la trasmissione. Diciamo allora che il sistema PAM costituisce un primo *sottoinsieme* del più complesso e generale apparato PCM.

Le forme d'onda e lo spettro d'ampiezza di un segnale PAM sono perfettamente analoghe a quelle riportate in *Fig.5* e *Fig.6*; si è già detto che una delle due ipotesi del teorema del campionamento, richiede la limitazione della banda del segnale informativo alla massima frequenza f_M : e se il nostro segnale avesse uno spettro "più largo"? In tal caso occorre ancora in aiuto un filtro passa-basso che va inserito prima del campionatore, in grado di lasciar passare solo i segnali a frequenza compresa nell'intervallo $[0, f_M]$ e prende il nome di **filtro di pre-campionamento**.

Vediamo allora lo schema a blocchi di massima rappresentativo di un sistema di trasmissione PAM:

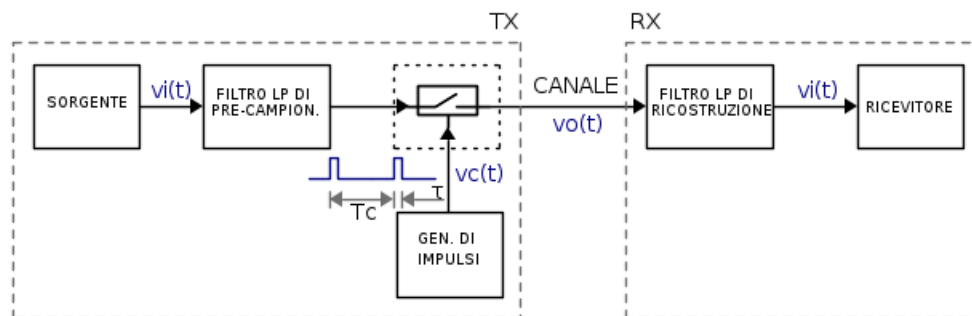


Fig.8 - Sistema PAM

Il campionatore è schematizzabile come un interruttore elettronico comandato dal treno di impulsi fornito da un generatore di segnali; il funzionamento è elementare: nell'intervallo di tempo τ in cui l'interruttore è chiuso il segnale di uscita è $v_o(t) = v_i(t)$, mentre quando l'interruttore è aperto risulta $v_o(t) = 0$. Inoltre, per un corretto funzionamento del circuito, il segnale di campionamento deve rispettare le seguenti esigenze:

- la frequenza di campionamento f_c deve soddisfare il teorema di Shannon, per cui se $v_i(t)$ è un segnale periodico a spettro limitato con frequenza massima f_M allora f_c deve essere almeno il doppio di f_M ;

- la durata di ciascun impulso di campionamento τ deve essere **molto più piccola** del periodo di campionamento T_c ; idealmente τ dovrebbe essere nullo (campionamento istantaneo).

Gli apparati telefonici reali operano con i seguenti valori stabiliti da norme internazionali:

$$f_c = 8 \text{ kHz} \quad T_c = 125 \text{ } \mu\text{s} \quad \tau = 2 \text{ } \mu\text{s}$$

Il valore dell'intervallo di campionamento $\tau = 2 \text{ } \mu\text{s}$ è il risultato di un compromesso tra il campionamento ideale istantaneo e quello reale; infatti con questo valore si può verificare che la variazione in ampiezza percentuale del segnale modulante è di circa il 5% (sempre ragionando in termini più teorici che realistici per adesso) e questo giustifica la possibilità di considerare costante l'ampiezza dei campioni costituenti il segnale $v_c(t)$. Se supponiamo infatti di avere un segnale informativo sinusoidale (questa ipotesi è decisamente forte, infatti un segnale sinusoidale non porta con se alcuna informazione nella realtà, essendo di tipo **deterministico**, cioè **prevedibile nel tempo**):

$$v_i(t) = V_M \sin(\omega t)$$

Deriviamo rispetto al tempo:

$$\frac{dv_i}{dt} = \omega V_M \cos(\omega t)$$

La variazione d'ampiezza del segnale di ingresso nel tempo τ risulterà quindi:

$$\Delta v = \tau \cdot \frac{dv_i}{dt} = \tau \omega V_M \cos(\omega t)$$

Il valore di massima escursione di tensione Δv che si ottiene per $f = f_M$ e $\cos(\omega t) = 1$, fornisce una *variazione relativa* pari a:

$$\frac{(\Delta v)_{max}}{V_M} = 2\pi f_M \tau$$

Posto quindi $f_M = 4 \text{ kHz}$ ed esattamente $\tau = 2 \text{ } \mu\text{s}$ otteniamo una variazione relativa molto esigua:

$$\frac{(\Delta v)_{max}}{V_M} = 2\pi f_M \tau = 50,26 \times 10^{-3}$$

in percentuale:

$$\frac{(\Delta v)_{max}}{V_M} \% \approx 5\%$$

Considerando infine che il **maggior contenuto energetico** del segnale fonico è dovuto alle **armoniche intorno alla frequenza di 1 kHz**, si ottiene una **ulteriore riduzione** della variazione relativa che si attesta circa intorno all'1%, valore **abbondantemente adeguato** ai fini della **fedeltà** e della **intelligibilità** relativa alla riproduzione del segnale telefonico.

2.1 Quantizzazione e codifica in un sistema PCM

La modulazione PAM appena descritta, fornisce un segnale campionato discreto nel tempo ma **non ancora** nelle ampiezze. Infatti i campioni PAM sono impulsi di ampiezza proporzionale a quella dell'informazione analogica che si intende trasmettere. E' giunto quindi il momento di "discretizzare" anche in ampiezza questi campioni; le operazioni necessarie allo scopo sono sintetizzabili nel **processo di quantizzazione** che, in linea di massima, **associa** ad ogni campione PAM un **numero binario** la cui **codifica** rappresenta l'**ampiezza** del campione PAM. In questo modo sui mezzi trasmissivi viaggiano segnali numerici costituiti da impulsi a due livelli **0** e **1**. Il numero di bit assegnato per la codifica è stato fissato da norme internazionali a **8 bit**, mentre il tipo di codice impiegato dipende dalla natura del canale di comunicazione e dalla velocità di trasmissione. Il bit più significativo del codice (MSB) indica la **polarità** del campione PAM mentre gli altri 7 bit realizzano **discretizzazione** dell'ampiezza in $2^7 = 128$ livelli.

Per poter fare uso dei normali canali di comunicazione (cavi in rame, fibre ottiche, ecc.) gli 8 bit di codice sono inviati sul mezzo trasmissivo in **forma seriale**; essendo la frequenza di campionamento del segnale telefonico di $f_c = 8$ kHz, la **velocità di trasmissione del segnale numerico PCM a 8 bit** risulta:

$$V = 64 \text{ kbit/s}$$

Vediamo quindi come è realizzato lo schema a blocchi del modulatore-demodulatore PCM:

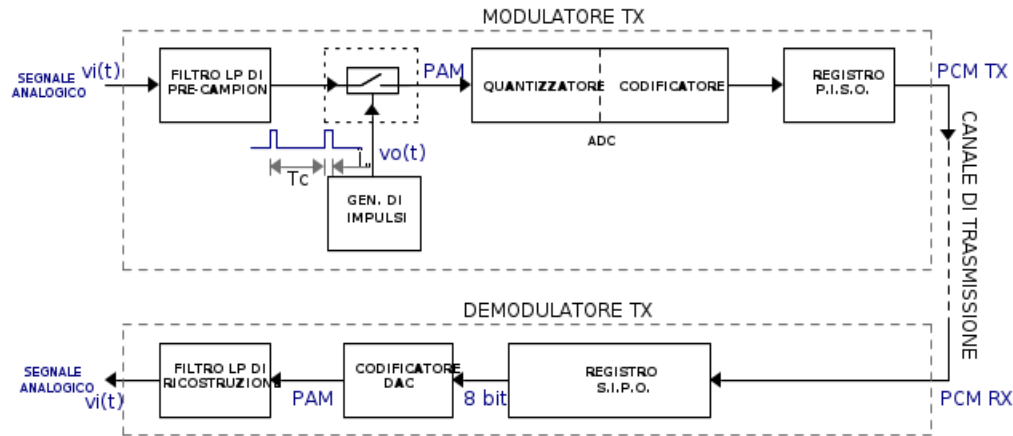


Fig.9 - Sistema PCM

Poiché il modulatore PCM deve quantizzare le ampiezze del segnale PAM è necessario che la durata degli impulsi di campionamento τ sia tale da consentire la corretta conversione analogico-digitale. E' noto infatti, che un convertitore ADC necessita di un proprio **tempo di conversione** t_c funzione della tecnologia costruttiva e del metodo impiegato per la conversione. Inoltre, è necessario che il segnale analogico **mantenga costante la propria ampiezza durante il tempo di conversione**. Tali richieste sono soddisfatte da un circuito campionatore di tipo **sample-hold (campiona-mantieni)** che rappresenta, nella categoria dei **campionamenti a tenuta**, un esempio di campionamento **di tensione**, la cui logica di funzionamento si basa sulla possibilità di porre "direttamente" in contatto il dispositivo di memoria (che sarà un condensatore) con il filtro passa basso di pre-campionamento (ho voluto evidenziare appositamente il termine "direttamente" in quanto, fino agli inizi anni '80, prima del transito dalle centrali analogiche a quelle numeriche, non venivano ancora utilizzati stadi di disaccoppiamento con amplificatori operazionali).

Lo schema elettrico è mostrato di seguito:

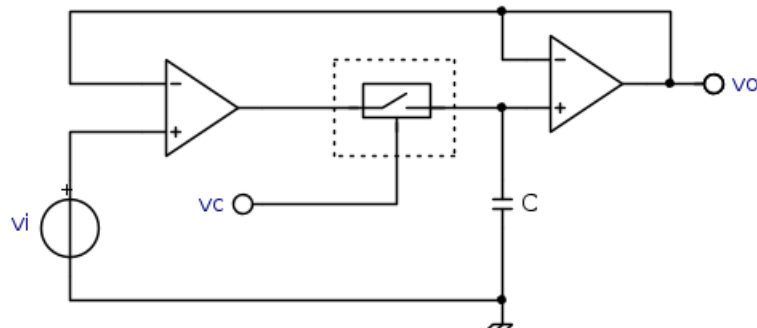


Fig.10 - Circuito sample-hold

Il funzionamento del circuito è il seguente: quando l'interruttore elettronico, interno al modulo sample-hold, è chiuso, l'uscita risulta $v_o(t) = v_i(t)$ e il circuito è in fase di *sample*. Nell'istante in cui l'interruttore si apre, la tensione ai capi del condensatore mantiene memorizzato (prende infatti il nome di *condensatore di memoria*) il valore istantaneo della $v_i(t)$ poiché quest'ultimo non può scaricarsi essendo isolato, da un lato, dall'alta impedenza di ingresso dell'operazionale, dall'altro, dall'interruttore aperto. E' questa la fase di *hold* in cui la tensione di uscita $v_o(t)$, coincidente con quella presente ai capi del condensatore, è mantenuta costante per tutto il tempo in cui l'interruttore elettronico è aperto. In realtà il condensatore tende a scaricarsi seppur lentamente; per ottenere una scarica lenta si deve scegliere un condensatore di grossa capacità che però renderebbe lunga la risposta al transitorio che si manifesta quando l'interruttore cambia stato. Una capacità di piccolo valore, d'altra parte, rende rapido sia il transitorio di commutazione che la scarica del condensatore. Come in ogni progetto, si giunge alla scelta ottima attraverso un **compromesso**, in questo caso tra tensione trasferita e costanza in ampiezza del campione nel tempo, tale da permettere un'opportuna elaborazione di un campione e sufficiente a farlo scaricare prima dell'arrivo del successivo campione, evitando così potenziali fenomeni di **diafonia**. Valori tipici sono intorno a qualche nano farad. I circuiti sample-hold sono naturalmente disponibili in forma integrata; un esempio di tali dispositivi è fornito della serie LFXXX della Texas Instruments ([qui](#) qualche data sheet). Nei moderni sistemi PCM commerciali, il modulo sample-hold è incorporato in un unico circuito integrato che svolge tutte le funzioni richieste dalla modulazione PCM (di cui si parlerà più avanti).

L'apparato ricevente PCM, ossia il **demodulatore** deve svolgere chiaramente delle operazioni complementari a quelle del modulatore. Il registro S.I.P.O. (Serial Input Parallel Output) trasforma il segnale PCM in un dato numerico a 8 bit che è trasformato in impulsi PAM dal convertitore DAC (Digital to Analog Converter). Il segnale PAM attraversa quindi il filtro passa-basso di ricostruzione che restituisce finalmente il segnale analogico $v_i(t)$.

Prima di passare al blocco di quantizzazione, voglio annoverare un altro tipo di circuito campionatore che veniva utilizzato nelle centrali di commutazione, cioè quello basato sulla logica del **campionamento di energia (o risonante)** ed avente il seguente schema elettrico:

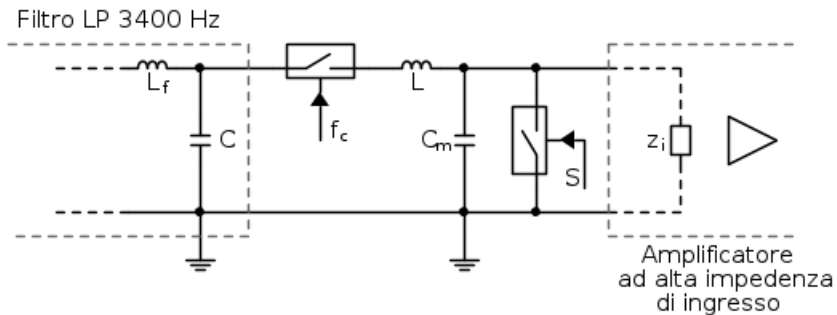


Fig.11 - Campionatore risonante

L'interruttore comandato dal segnale S è il **dispositivo anti-diafonia** che consente la scarica totale del condensatore di memoria, dopo l'elaborazione di un campione, prima che arrivi quello successivo.

Sostanzialmente, ciò che si viene a creare è un **circuito risonante** $C - L - C_m$; al momento della chiusura dell'interruttore pilotato dal segnale di campionamento a frequenza f_c , tende ad innescarsi un "palleggiamento" di cariche tra C e C_m a carattere oscillatorio tale che, dopo **mezzo periodo** di oscillazione, la tensione ai capi di C si scarica da un valore di tensione iniziale V_i a 0 volt, mentre C_m si carica passando da 0 a V_i volt se $C = C_m$.

Se dopo mezzo periodo di oscillazione il campionatore si riapre, si è riusciti quindi a **trasferire** sul condensatore di memoria l'**energia prima immagazzinata** da C ; la durata dell'impulso campionatore τ_c deve quindi essere tale da durare quanto un semi-periodo di oscillazione del circuito risonante $C - L - C_m$; è dimostrabile che, a tale scopo, questo tempo deve valere:

$$\tau_c = \pi\sqrt{LC}, \quad \text{se } C = C_m$$

Evidentemente il condensatore C , con il transitorio tipico del filtro passa-basso, tenderà da capo a portarsi al nuovo valore di tensione che gli imporrà il segnale di ingresso al filtro stesso.

Prima dell'avvento degli stadi di disaccoppiamento e dell'uso di campionatori integrati, il metodo a trasferimento risonante era da preferirsi a quello di tensione in quanto eventuali disturbi impulsivi (quindi istantanei e di ampiezza elevata), ma pur sempre di limitato contenuto energetico, non alteravano in modo apprezzabile il valore della tensione ai capi del condensatore di memoria.

Ricordiamo ancora una volta che con l'operazione di campionamento sono stati resi **discreti nel tempo** i messaggi da trasmettere; ora devono essere resi **discreti nelle ampiezze** al fine di poter essere a tutti gli effetti definiti **NUMERICI** e poi trasmessi come un segnale numerico binario (PCM).

Rendere discreto nelle ampiezze un campione PAM e cioè quantizzarlo, equivale

a rendere **finiti** (e quindi numerabili) i suoi possibili livelli di ampiezza all'interno di una dinamica prefissata; infatti, prima della quantizzazione vera e propria, il campione può assumere invece infiniti livelli di ampiezza all'interno della dinamica e quindi è ancora a tutti gli effetti una grandezza analogica (cioè "analogica" al messaggio di partenza).

Entrando un po' più nel contesto specifico, si può dire che quantizzare consiste nel **paragonare i campioni PAM ad una scala di tensioni prefissate ed associare al campione il valore di tensione a cui esse più si avvicina**. A tal proposito soffermiamo la nostra attenzione sulla seguente figura:

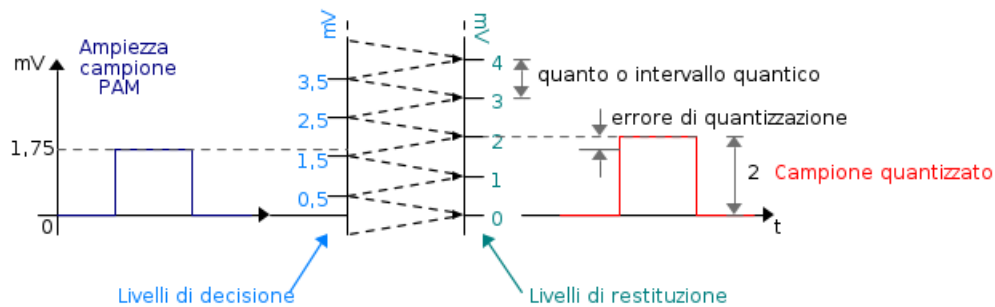


Fig.12 - Esempio di quantizzazione di un campione PAM

Il campione PAM discreto nel tempo ha un'ampiezza pari ad 1,75 mV, ricadente nel range di tensione [1,5;2,5](mV), appartenente all'insieme discreto dei **livelli di decisione** con cui vengono paragonati e raggruppati i livelli continui del segnale di ingresso. Il quantizzatore pertanto opta una **scelta di soglia**, che ricade su un corrispondente valore di tensione (in questo caso 2 mV) appartenente all'insieme discreto dei **livelli di restituzione**, a cui sono associati in uscita ciascun raggruppamento.

2.1.1 Quantizzazione lineare

I livelli di restituzione si definiscono **livelli quantici** ed il salto tra due livelli quantici adiacenti si definisce **quanto**; iniziamo a considerare adesso la quantizzazione **lineare**, dove il salto tra un livello ed il successivo ha **sempre la stessa ampiezza** (caso di Fig.12).

Il segnale in uscita dal circuito di quantizzazione è un segnale numerico multi-livello; per renderlo binario (come già anticipato) bisogna ricorrere ad una **codifica** che gli organismi internazionali hanno standardizzato ad **8 bit per campione**. In realtà questa scelta è, come molte altre, dettata da un compromesso tra costo degli impianti e qualità del servizio: vediamo perchè.

In Fig.9 possiamo vedere che il sottosistema che esegue le operazioni di quantizzazione e codifica è il **convertitore analogico digitale (ADC)** che per il momento consideriamo **unipolare**, nel senso che la sua trans-caratteristica di

funzionamento risiede interamente nel *primo(terzo)* quadrante (valori tutti di un segno):

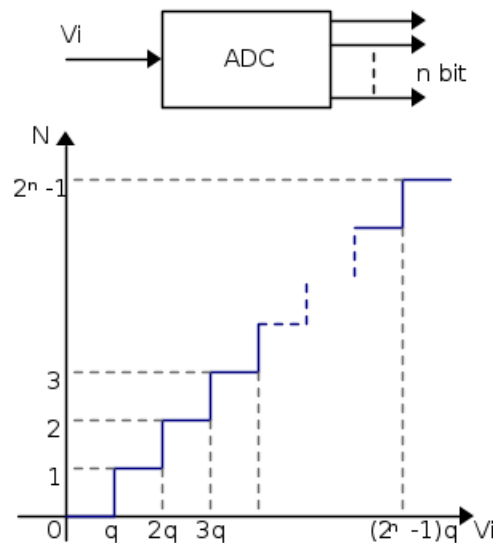


Fig. 13 - Schema a blocchi e caratteristica di trasferimento di un convertitore ADC

Il salto quantico è indicato con q ; come già detto, le ampiezze del segnale PAM possono assumere, nell'intervallo di lavoro, infiniti valori di tensione mentre i valori numerici in uscita dal codificatore sono soltanto $2^8 = 256$. In un sistema di conversione unipolare, le 256 combinazioni rappresentano tutti i numeri interi compresi tra **0 (00000000)** e **255 (11111111)**.

Le variazioni di tensione di ingresso sono comprese nel range:

$$K \cdot q < V_i < (K + 1) \cdot q$$

dove $K = 0, 1, 2, \dots$ e lasciano inalterato il codice binario di uscita.

La relazione tra tensione di ingresso V_i e il corrispondente codice decimale N associato al numero binario a n bit, si può porre nella forma:

$$V_i = q \cdot N$$

dove N è compreso tra 0 e $2^n - 1$. Ad esempio se il quanto è pari a $q = 1$ mV ed abbiamo a disposizione 8 bit per la rappresentazione, l'uscita può assumere solo 256 valori compresi tra $N = 0 \div 255$. La corrispondente tensione di ingresso è compresa conseguentemente tra zero e 255 mV.

Esisterà naturalmente un limite per questo convertitore e cioè il massimo numero binario a cui corrisponde ovviamente il massimo valore di tensione convertibile in ingresso:

$$V_{imax} = (2^n - 1) \cdot q$$

Per un ADC si può definire il valore di *fondo scala* V_{FS} pari a:

$$V_{FS} = q \cdot 2^n$$

e visto che nel contesto pratico che stiamo discutendo risulta $q \ll V_{FS}$, si assume $V_{imax} \equiv V_{FS}$. Un altro parametro caratteristico di un ADC è la **gamma dinamica DR** (Dynamic Range) espressa dalla seguente relazione:

$$(DR)_{dB} = 20 \cdot \text{Log}2^n = 20n \cdot \text{Log}2 = 6,02 \cdot n$$

che consente di calcolare il numero di bit necessari per coprire l'intera gamma dinamica di un segnale analogico.

Tornando al caso dei segnali telefonici, la gamma dinamica è teoricamente compresa tra -65dBm0 e $+3\text{dBm0}$ dove il livello di potenza espresso in dBm0 indica che la misura è riferita all'origine del collegamento e che il parlatore medio è caratterizzato da un livello di circa -15dBm0 . Quindi il DR di un sistema telefonico vale:

$$3 - (-65) = 68 \text{ dBm0}$$

Possiamo ricavare il numero di bit del convertitore ADC utilizzando il risultato sopra ritrovato per la gamma dinamica espressa in decibel:

$$6,02 \cdot n = 68 \Rightarrow n = 12\text{bit}$$

Pertanto, a parità di altre condizioni, se si impiega un convertitore ADC a 12 bit, si **soddisfa completamente** il problema della conversione del segnale PAM in segnale numerico PCM con una risoluzione sicuramente soddisfacente ai fini della intelligibilità del segnale trasmesso. Una conversione a 12 bit risulta però **eccessiva** ai fini pratici poiché, come descriveremo nel seguito, si avrebbe, da un lato, un inutile incremento del rapporto segnale/rumore agli alti livelli del segnale analogico e dall'altro, un aumento del numero di bit da trasmettere in linea. In particolare, quest'ultimo effetto produrrebbe un **aumento** della velocità di trasmissione del segnale numerico e, a parità di banda del canale trasmissivo, una **minore** possibilità di moltiplicare più canali nello stesso mezzo fisico.

Si è detto che i livelli di quantizzazione devono coprire tutta la dinamica dei segnali PAM, pertanto l'operazione di quantizzazione sarà inevitabilmente affetta da un errore che andrà sotto il nome di **errore di quantizzazione** (visibile nell'esempio della *Fig.12*) che è definibile come la **differenza tra il livello di restituzione e quello di decisione**:

$$\varepsilon = V_r - V_i$$

Il massimo errore che si può commettere nel quantizzare il segnale è, in valore assoluto pari a $q / 2$; a tutti i campioni le cui ampiezze differiscono di $\pm q/2$ rispetto ciascun livello di restituzione del quantizzatore, si fa corrispondere la medesima ampiezza.

L'errore di quantizzazione si traduce in poche parole in un *rumore*, misurabile in ricezione, che va sotto il nome di **rumore di quantizzazione**.

Tale caratteristica (da non sottovalutare) è di notevole importanza in quanto, dal punto di vista della percezione acustica di chi alza ad esempio un microtelefono, comporta una notevole qualità della trasmissione; infatti, in **assenza di segnale** e cioè quando si ha la **massima sensibilità percettiva**, il circuito telefonico risulta essere **completamente privo di disturbi**, mentre in **presenza di segnale**, il rumore di quantizzazione viene completamente **mascherato** dal segnale stesso e quindi **NON** percepito dall'ascoltatore.

Nel caso del quantizzatore lineare che stiamo analizzando, il **valore efficace** del rumore di quantizzazione è **costante indipendentemente** dall'ampiezza del passo di quantizzazione, ma **dipende direttamente** dall'ampiezza del gradino di quantizzazione stesso, infatti:

$$N_q = \sqrt{\frac{1}{q} \int_{-q/2}^{+q/2} q^2 dq} = \frac{q}{2\sqrt{3}}$$

Nella figura che segue, sono evidenziati gli errori di ampiezza dei vari campioni PAM di un segnale fonico in funzione del tempo:

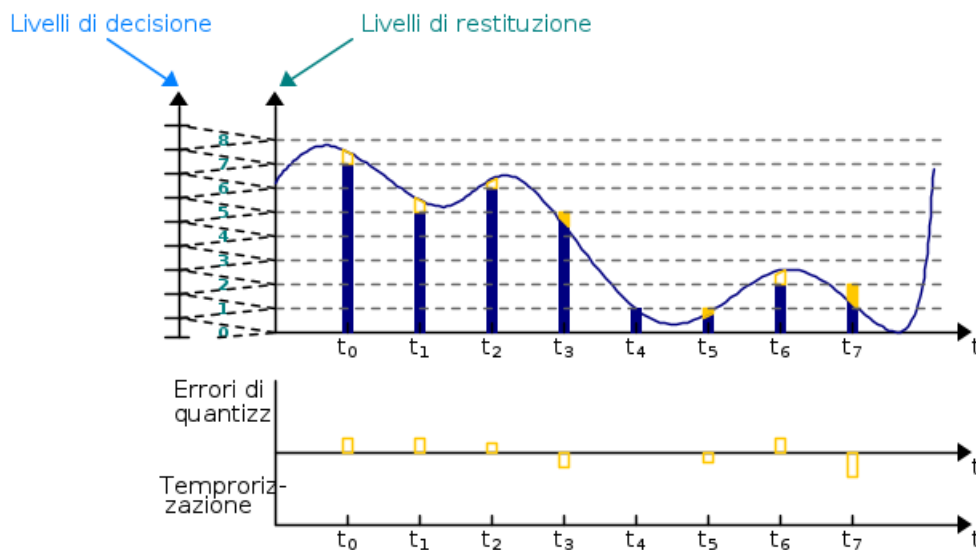


Fig. 14 - Errori di quantizzazione

In quest'altra invece si può vedere come al ricevitore ci sia il segnale recuperato in banda base dal filtro di ricostruzione e il rumore di quantizzazione ad esso sovrapposto (nella figura sono separati per meglio evidenziarli):

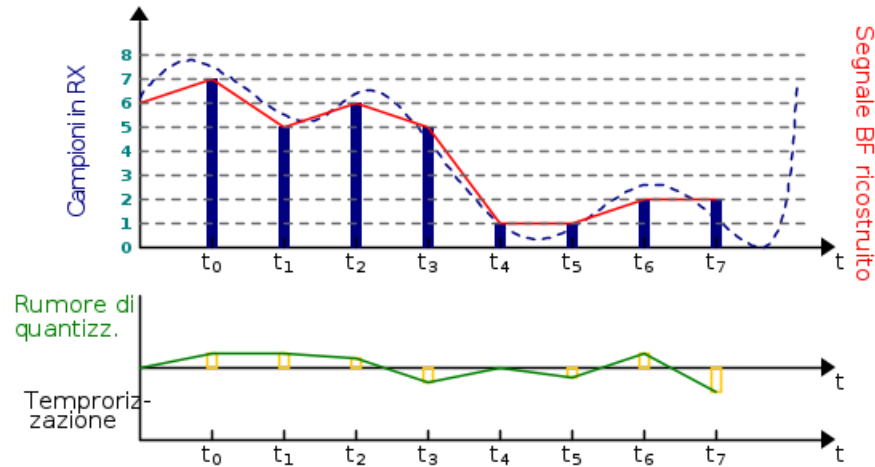


Fig.15 - Segnale utile e rumore di quantizzazione

Quando si effettuano misure di qualità per di collaudo di una linea adibita a trasmissione dati da vendere, ad esempio, ad un ente pubblico che ne ha acquistato i servizi, sul verbale di collaudo non possiamo indicare pedissequamente parametri come l'errore o il rumore di quantizzazione o la gamma dinamica del convertitore (informazioni superflue per l'utente che, pagando, pretende semplicemente un adeguato funzionamento del servizio senza doverne necessariamente conoscere le caratteristiche) ma tutto è sintetizzato in un parametro chiamato **rapporto segnale-rumore (SNR - Signal to Noise Ratio)** (noto anche come **marginale di rumore**) comunemente **espresso in decibel**, che fornisce una misura immediata di quanto "sporco" possa essere il segnale informativo in relazione al rumore di quantizzazione:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{\text{dB}} = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{S}{N_q}\right) = 20 \cdot \text{Log} N \cdot \sqrt{6} = 7,78 + 20 \cdot \text{Log} N$$

dove N , ad esempio nel caso di una codifica a 8 bit (con un bit destinato al segno) può assumere tutti i valori compresi tra zero e $2^7 = 127$. Questa relazione mostra che in una quantizzazione lineare i **bassi** livelli del segnale fonico sono caratterizzati da un rapporto segnale rumore **inaccettabile**. Inoltre, si deve osservare che i livelli del segnale analogico che superano il valore massimo V_{imax} consentito dal quantizzatore, sono **cimati** e **compressi** al valore di V_{imax} ; in questo caso la precedente relazione usata per definire l'SNR non va più bene e si assiste ad una netto degrado dell'SNR.

Se scegliamo $N = 2^n - 1$, l'SNR si può così scrivere:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{\text{dB}} = 7,78 + 20 \cdot \text{Log}(2^n - 1) \cong 7,78 + 20 \cdot \text{Log}2^{n-1} = 7,78 + 20 \cdot (n-1) \cdot \text{Log}2$$

da cui, sviluppando tutti i passaggi:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{\text{dB}} = 1,76 + 6,02 \cdot n$$

La precedente relazione è teorica ed è valida se si **suppone** che tutte le frequenze della banda fonica producano la **stessa** sensazione uditiva. In realtà si deve tenere conto dell'*effetto psofometrico* secondo il quale l'orecchio ha una sensibilità che varia in funzione della frequenza del segnale sonoro. In particolare sono privilegiate le frequenze foniche intorno al **kHz**. Tenendo in considerazione tale effetto si può dimostrare che l'SNR risulta:

$$\left(\frac{S}{N_q}\right)_{\text{dB}} = 5,4 + 6,02 \cdot n$$

Quest'ultima relazione ci mostra che **ad ogni aumento di 1 bit del codice binario il rapporto segnale/rumore migliora di circa 6 dB**. Di seguito si riporta l'andamento del rapporto segnale/rumore in funzione del numero di bit associati alla codifica. L'asse delle ascisse è tarato in funzione della tipica dinamica dei segnali telefonici. E' evidente la drastica diminuzione del margine di rumore (a cui si accennava prima), per elevati livelli del segnale analogico superiori alla dinamica di lavoro del quantizzatore:

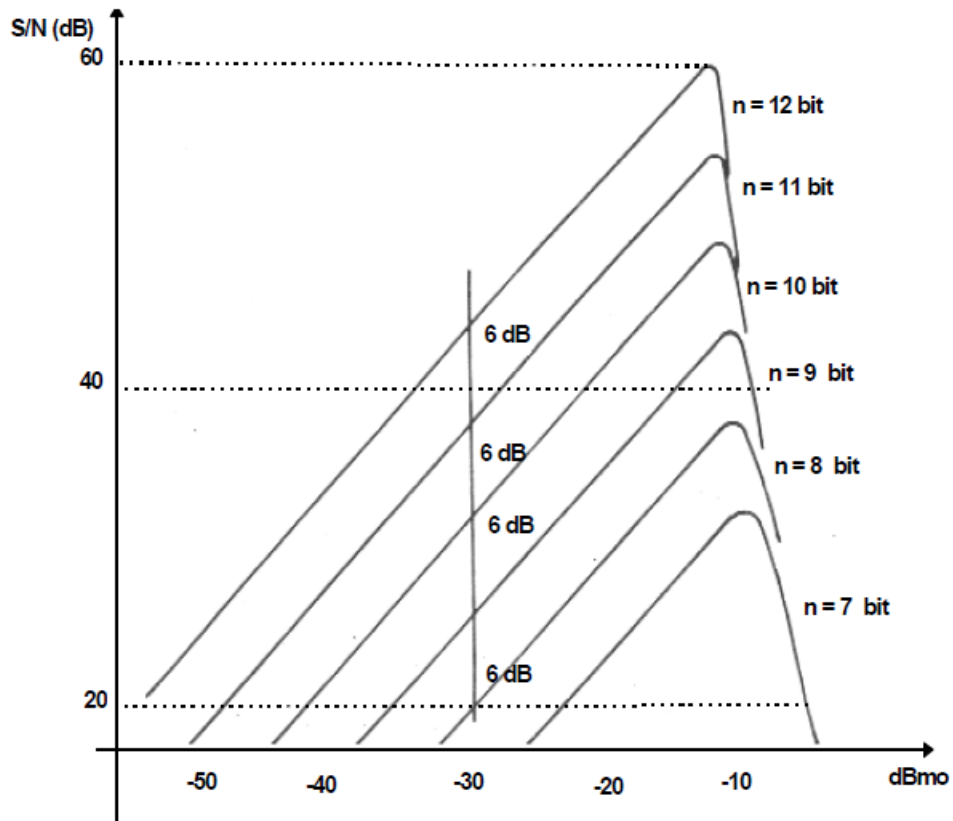


Fig.16 - SNR in un quantizz. lineare al variare dei bit del codice PCM

SNR.png

Un altro problema rilevante che influisce sulla qualità della trasmissione dati è introdotto dalla trans-caratteristica adottata dal quantizzatore; si possono infatti individuare 2 tipi di caratteristiche di quantizzazione:

- **silenziata;**
- **non silenziata.**

Supponendo di considerare adesso un quantizzatore *bipolare* (quindi con caratteristica di trasferimento antisimmetrica rispetto all'origine) distinguiamo quindi il quantizzatore silenziato:

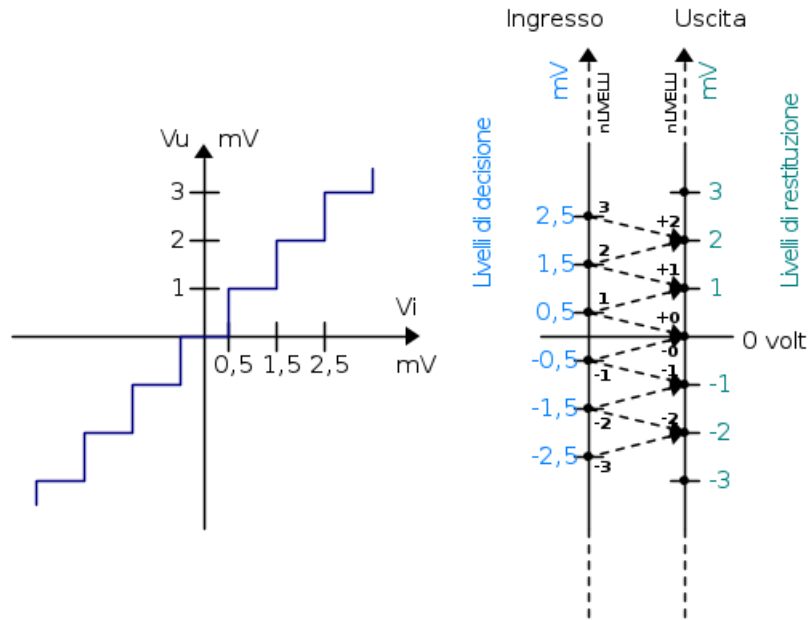


Fig.17 - Caratteristica di un quantizzatore silenziato

e quello non silenziato:

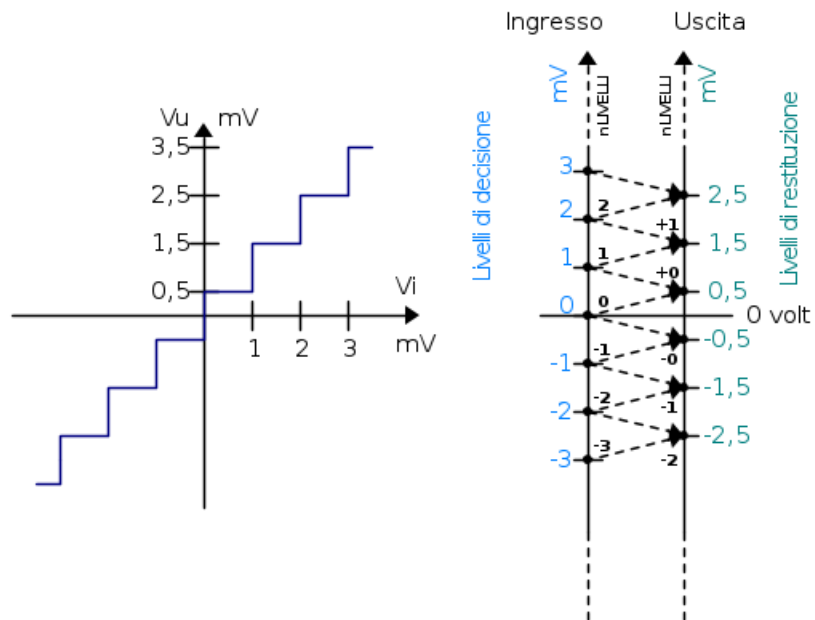


Fig.18 - Caratteristica di un quantizzatore non silenziato

La denominazione *silenziato* si giustifica dal fatto che la rispettiva caratteristica (vedi Fig.17) ha i valori di decisione per esempio a: $\pm 0,5$; $\pm 1,5$; $\pm 2,5$ mV e così via con i relativi valori di restituzione a: 0; ± 1 ; ± 2 mV; pertanto "silenzia" e cioè **non**

assegna nessun livello quantico a segnali minori di $\pm 0,5$ mV, come per esempio i livelli bassissimi della dinamica, i disturbi dovuti alla diafonia ed i rumori di fondo.

Nella Fig.18 è invece mostrata la caratteristica non silenziata: in questo caso, anche "0 volt" è un livello di decisione ragion per cui **qualsiasi** segnale di ingresso (anche molto basso) viene restituito con ampiezza, in questo caso, pari a $\pm 0,5$.

Se viene adottata la prima soluzione (quantizzazione silenziata) si ha allora una **limitazione** della dinamica ai livelli bassi che **non** vengono più riprodotti; infatti i segnali di ampiezza inferiore ad 1 quanto vengono restituiti come segnali nulli.

Ciò influisce **negativamente** sulla qualità di trasmissione in quanto introduce un effetto di "granulosità" particolarmente fastidioso e che incide negativamente sull'intelligibilità della conversazione.

Di contro tale soluzione permette un buon silenziamento dei canali rendendoli immuni dal rumore di fondo e dalla diafonia con canali adiacenti.

Se invece viene adottata la seconda soluzione (quantizzazione non silenziata) anche i segnali minimi vengono restituiti con ampiezza pari a mezzo quanto, pertanto vengono **esaltati** i segnali di disturbo come rumore di fondo e diafonie, mentre non viene effettuata alcuna limitazione nella parte della dinamica del segnale.

Ora, **nei sistemi PCM a standard europeo è stata adottata la caratteristica non silenziata**, per cui ci si dovrà attendere una **doppia codifica** del livello di restituzione **zero**, dovendo tenere conto sia del segno positivo che di quello negativo. Indipendentemente dal fatto che la caratteristica del quantizzatore sia silenziata o meno, è interessante individuare il livello minimo del segnale sinusoidale che non riesce ad essere riprodotto in uscita in quanto la sua ampiezza picco-picco **NON** supera un intervallo quantico; il valore efficace in dBm0 di tale segnale viene comunemente chiamato **limite inferiore di sensibilità** T_{min} . Prendiamo ad esempio un quantizzatore lineare a 256 livelli dove è stato fissato $T_{max} = +3,14$ dBm0; allora il limite inferiore di sensibilità risulta:

$$T_{min} = 3,14 - 20 \cdot \text{Log}256 \cong -45 \text{ dBm0}$$

Se pensiamo che la dinamica di un canale telefonico deve arrivare **minimo** a -55 dBm0, il valore ottenuto è evidentemente ancora alto; quindi per ampliare la dinamica utile dovremmo necessariamente aumentare i livelli di quantizzazione.

Pertanto, al fine di **non influenzare i livelli quantici** e per **rendere accettabile** il margine di rumore ai bassi livelli del segnale fonico, è necessario ricorrere ad una **distribuzione non uniforme** degli intervalli quantici. Vediamo come.

2.1.2 Quantizzazione non lineare

Per migliorare l'SNR in corrispondenza dei bassi livelli, si rende necessario ridurre il rumore di quantizzazione, il che può avvenire riducendo l'ampiezza del quanto. Tale riduzione, a parità di dinamica dei segnali PAM, comporterebbe un **aumento dei bit** di codice con conseguente **incremento di velocità del segnale di linea e banda**

occupata.

Più precisamente, per ogni raddoppio dei livelli di quantizzazione (e cioè ad ogni aumento di 1 bit del codice PCM) si ha un **miglioramento** del margine di rumore pari a 6 dB, poiché a parità di **S** il disturbo si dimezza (come si può vedere in Fig.16). L'organismo internazionale che ha standardizzato il metodo di quantizzazione per il sistema PCM è il **CEPT**, il quale ha fissato a **256** il numero dei livelli di quantizzazione come risultato del consueto compromesso tra costo e qualità della trasmissione del messaggio telefonico. Da prove soggettive, si può già ritenere trascurabile (grazie all'effetto di mascheramento visto nell'ambito quantizzazione lineare) un rumore di quantizzazione che sia ad un livello di **25 dB al di sotto del segnale utile**; sono quindi stati adottati degli opportuni "accorgimenti" per garantire su tutta la dinamica rapporti di SNR dell'ordine di **30 dB**. Questi "accorgimenti" a cui si fa riferimento sono quelli con i quali si vuole, in buona sostanza, raggiungere un margine di rumore decente per i livelli bassi del segnale, senza che per quelli alti tale margine raggiunga **inutilmente** valori elevati non apprezzabili dall'orecchio umano, quindi mantenendo **fisso** il numero di livelli quantici a 256.

In sostanza si vuole arrivare al concetto di **quantizzazione non lineare** con la quale **i gradini di quantizzazione non sono più uniformi ma via via si allargano all'aumentare dell'ampiezza del segnale**; in tal modo si raggiunge il risultato di eguagliare praticamente il rapporto segnale/rumore in tutto l'arco della dinamica, dato che per segnali bassi sono interessati quanti ravvicinati e per segnali elevati quanti più distanziati, come si può vedere nella seguente figura:

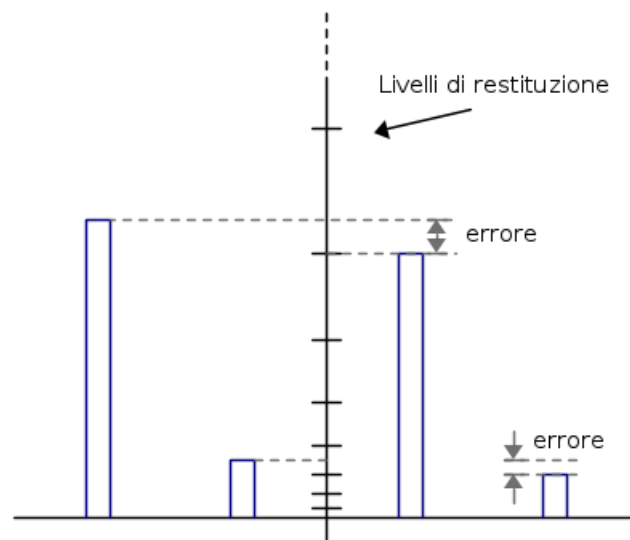


Fig.19 - Esempio di quantizz. non lineare di due campioni di diversa ampiezza

Realizzare un margine di rumore soddisfacente anche ai livelli più bassi risulta a maggior ragione vantaggioso se consideriamo che proprio questi sono **statisticamente più probabili** nella conversazione del parlatore medio. Qual è

quella distribuzione non uniforme in grado di ottenere tutto questo? E' una **legge di distribuzione logaritmica** che consente di raggiungere il risultato di un rapporto costante fra segnale e rumore **indipendentemente** dal livello del segnale.

Pertanto, disgiuntamente dal modo con il quale si otterrà la distribuzione non uniforme dei livello di quantizzazione, è importante soffermarsi:

1. sulla necessità che tale distribuzione ricalchi una legge logaritmica;
2. sulla scelta effettuata in ambito CEPT relativamente all'equazione matematica di tale legge ed alla sua approssimazione pratica.

Tale curva (e la relativa legge matematica) prende il nome di **Companding Law** cioè **legge di compressione (COMpression)** e di **espansione (ExPANsion)**, in quanto i primi sistemi PCM a multiplazione di frequenza (**FDM**) usavano, per realizzare la quantizzazione non lineare, la tecnica della compressione del segnale in trasmissione e dell'espansione in ricezione:

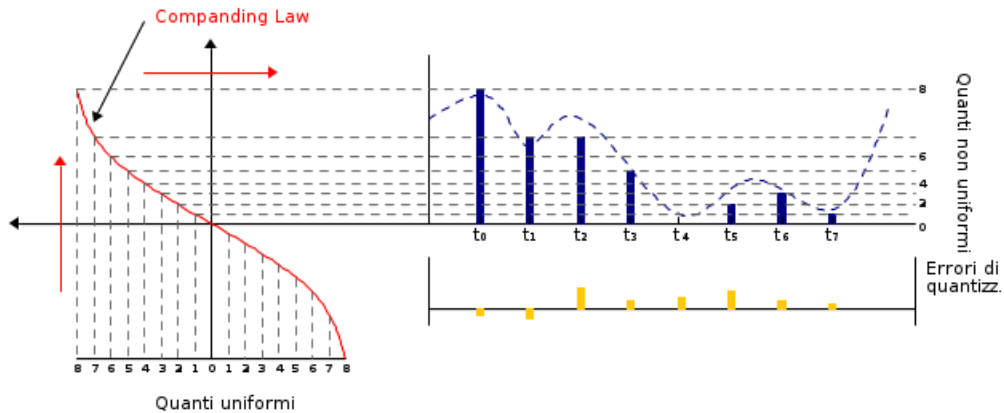


Fig.20 - Passaggio da una scala uniforme di quantizzazione ad una non uniforme

Cioè il meccanismo adottato consente di giungere ad una distribuzione non uniforme dei quanti, partendo da una lineare.

Poiché è necessario che la curva di conversione con la quale ottenere la quantizzazione non lineare sia logaritmica, si comprende come, non passando la funzione $y = \ln x$ per l'origine degli assi, tale curva possa essere la **combinazione** di una funzione logaritmica e di una funzione lineare:

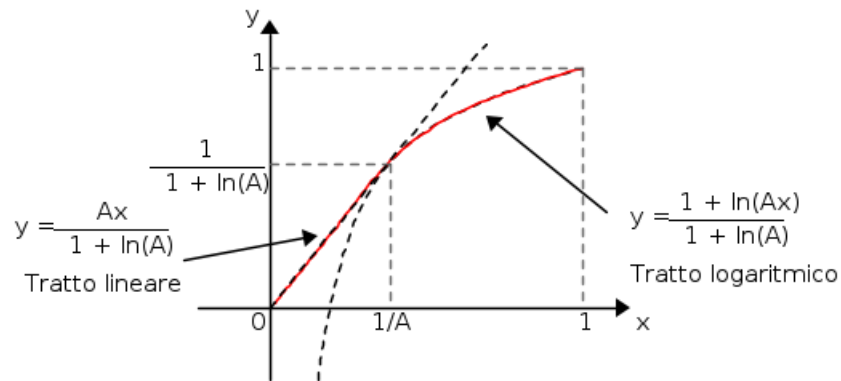


Fig.21 - Companding Law di tipo A

La **legge di compressione A** è governata dalle seguenti relazioni:

$$y = \frac{A \cdot |x|}{1 + \ln(A)}; \quad \text{per } 0 \leq x \leq \frac{1}{A}$$

$$y = \frac{1 + \ln(A \cdot |x|)}{1 + \ln(A)}; \quad \text{per } \frac{1}{A} \leq x \leq 1$$

dove si è indicato con $x = V_i / V_{imax}$ il valore normalizzato di V_i rispetto al valore massimo V_{imax} e, analogamente, con $y = V_r / V_{rmax}$ il valore normalizzato del segnale PAM quantizzato. Di seguito si riporta l'andamento della legge di compressione A normalizzata dal CEPT:

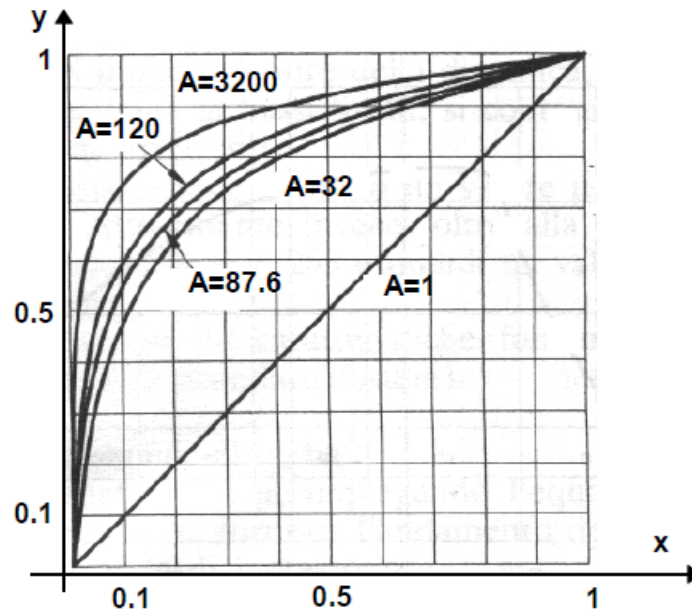


Fig.22 - Curve caratteristiche di compressione per diversi valori di A

COMPANDNG.png

In base a tale normativa il valore del parametro A è stato fissato ad **A = 87.6** che risulta essere il valore più **idoneo** ai fini dell'ottimizzazione del rapporto segnale/rumore.

Negli Stati Uniti l'[ITU-T](#) ha normalizzato una funzione di compressione denominata **legge di compressione μ** . Essa è caratterizzata dalla seguente relazione:

$$y = \frac{\ln(1 + \mu |x|)}{\ln(1 + \mu)}$$

dove il parametro μ è stato fissato ad un valore pari a 255. Da un punto di vista grafico le due leggi di compressione si possono ritenere **coincidenti**.

Possiamo adesso distinguere le due metodologie che consentono di ottenere una quantizzazione non lineare:

1. metodo **analogico - non lineare** o di **compressione istantanea** con impiego di un compressore lato trasmissione e di un (duale) espansore lato ricezione, prima e dopo la co-decodifica;
2. metodo **numerico** che prevede una quantizzazione lineare, realizzata direttamente nella codifica del segnale PAM e con codice di uscite del tipo

S ABX XYZW (noto come **codifica autocompressa**) e una quantizzazione lineare ad elevato numero di decisione (2×2048) con codificatore a 12 bit ed elaborazione numerica del segnale PCM mediante un **compressore numerico**.

Vediamo brevemente lo schema a blocchi del sistema di quantizzazione analogica:

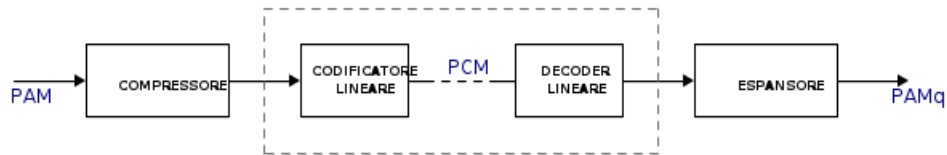


Fig.23 - Metodo analogico non lineare (Istantaneous companding)

Nel metodo analogico il segnale PAM, prima di essere convertito in forma numerica, attraversa un compressore analogico. Tale dispositivo è, sostanzialmente, un **amplificatore logaritmico** che ha il compito di amplificare i livelli più bassi del segnale PAM e comprimere quelli alti. La caratteristica di trasferimento di tale circuito è esattamente quella relativa alla *Companding Law* precedentemente analizzata.

Questo metodo è stato comunque ben presto accantonato in quanto **non** offre garanzie di stabilità della dinamica e quindi del margine di rumore, in quanto sfrutta dispositivi analogici affetti da tutte le instabilità intrinseche in tali componenti; pertanto risulta molto difficile poter ottenere e mantenere nel tempo una buona complementarità fra compressore ed espansore. Inizialmente venivano realizzati compressori ed espansori che facevano uso di diodi opportunamente polarizzati e termostati di cui si sfruttava la caratteristica diretta; in un secondo momento, questi sistemi sono stati realizzati con caratteristica lineare a tratti realizzata mediante carichi resistivi a soglia.

Viceversa, il metodo numerico comporta l'impiego di circuiti logici e di elaborazioni numeriche che **garantiscono quindi un'assoluta stabilità nella dualità compressione/espansione** e un **mantenimento nel tempo dei parametri trasmissivi della linea**, come la linearità del sistema e il margine di rumore:

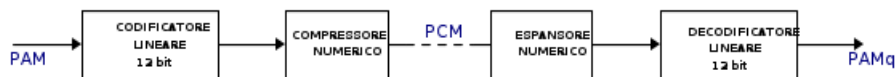


Fig.24 - Metodo numerico con codifica lineare a 12 bit e compressione numerica

Nel metodo numerico il segnale PAM è convertito immediatamente in forma digitale a 12 bit che, come già visto, copre in maniera adeguata tutta la gamma dinamica del segnale PAM. Successivamente un **compressore numerico** trasforma i dati a 12 bit in forma seriale a 8 bit. Anche la compressione numerica segue una legge logaritmica

similmente al caso analogico, in modo da garantire una uniforme distribuzione del rapporto segnale/rumore a tutti i livelli.

L'apparato ricevente PCM, dovrà contenere un organo denominato espansore, complementare al compressore, in grado di ripristinare i livelli originali dell'informazione analogica.

Nei sistemi di ultima generazione, come anticipato, il metodo di quantizzazione non lineare adottato è quello numerico per ovvi motivi di costo, prestazioni, semplicità costruttiva e integrazione con tutti gli altri apparati numerici.

Vediamo come si opera una *compressione numerica*; si è detto che tale dispositivo deve *trasformare* una parola binaria a 12 bit (4096 combinazioni) in una a 8 bit (256 combinazioni).

La prima operazione consiste nel trasformare la curva continua di un compressore analogico con *Companding Law A* in una **spezzata** costituita da un opportuno numero di segmenti; le norme del CEPT hanno stabilito di approssimare la curva logaritmica della legge A con una spezzata di **8 segmenti**, come mostrato di seguito, per la parte relativa ai segnali positivi. Pertanto, il numero binario di **entrata** al compressore è ad **11 bit** (2048 combinazioni), mentre quello di **uscita** è a **7 bit** (128 combinazioni):

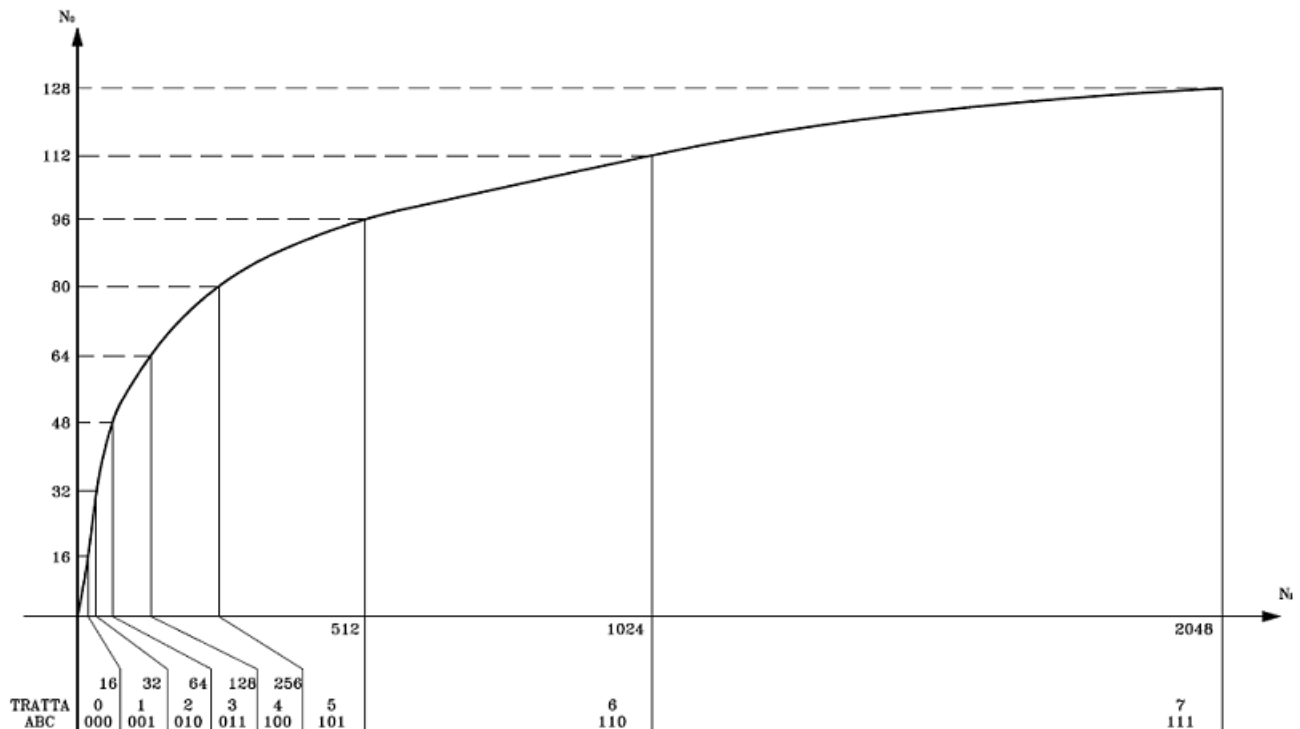


Fig.25 - Trans-caratteristica di un compressore numerico

COMPR. NUMERICO.png

L'asse delle ascisse è diviso in 8 segmenti denominati **segmenti di tratta** e numerati da 0 (000) a 7 (111). L'asse delle ordinate è diviso in 8 parti uguali.

Nella tratta 0 e nella tratta 1 il compressore ha un *comportamento lineare* e restituisce in uscita lo stesso codice di entrata.

Nella tratta 2, con $ABC = 010$ dei 32 livelli, compresi tra 32 e 64, ne restituisce solo 16, compresi tra 48 e 64.

Nella tratta 3, con $ABC = 011$, dei 64 livelli di entrata N_i ne restituisce 16 e così via finché nell'ultima tratta, con $ABC = 111$, dei 1024 livelli di entrata, compresi tra 1024 e 2048, ne restituisce 16, compresi tra 112 e 128.

Per cui, la **parola** N_o a 8 bit di uscita dal compressore si può porre nella forma:

$$N_o = SABCXYZW$$

dove i singoli bit assumono i seguenti significati:

1. **S** è il bit del **segno**: 0 per valori positivi, 1 per valori negativi;
2. **ABC** è il codice binario del segmento di tratta;
3. **XYZW** è il codice binario corrispondente all'**interpolazione lineare** all'interno del segmento di tratta.

Consideriamo adesso la parola in ingresso (ovvero in uscita al convertitore ADC generata in seguito alla trasformazione in numerico del segnale PAM):

$$N_i = SN_{10}N_9N_8N_7N_6N_5N_4N_3N_2N_1N_0$$

e vediamo anche lo schema a blocchi del compressore numerico:

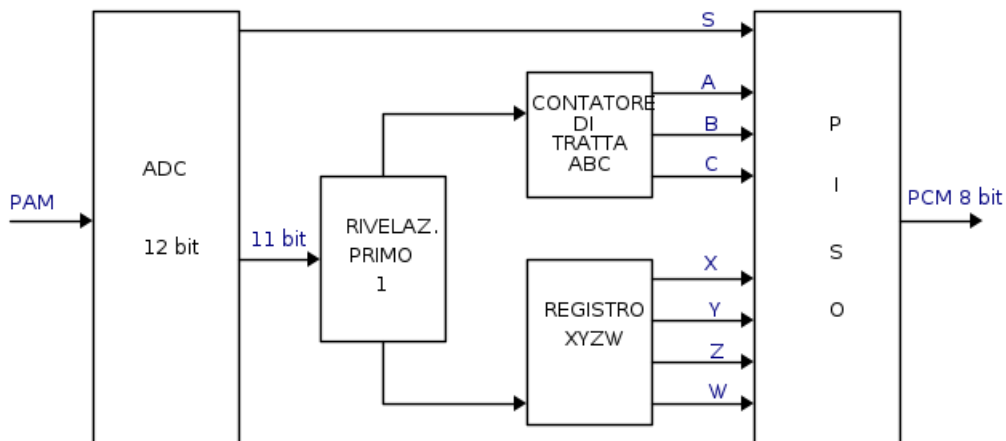


Fig.26 - Sottosistema PCM con compressore numerico

La logica di funzionamento è la seguente:

- il bit di segno S del codice di uscita N_O a 8 bit assume lo **stesso** stato logico di N_i ;
- il contatore di tratta, è un contatore all'indietro inizializzato al valore 111. Esso esamina sequenzialmente i bit da N_{10} a N_4 . Il suo stato si decrementa di una unità se il bit esaminato vale 0; il conteggio all'indietro si arresta non appena si individua un bit a 1 o se tutti i bit da N_{10} a N_4 sono nello stato 0. La configurazione binaria raggiunta da tale contatore rappresenta il codice di segmento di tratta ABC;
- si memorizzano i 4 bit seguenti il bit ad 1 che ha fermato il conteggio precedente. Tali bit individuano lo stato logico XYZW;
- i bit SABCXYZW sono caricati in un registro PISO che serializza il codice numerico a 8 bit per immetterlo nel canale di trasmissione.

Tutte le corrispondenze sono sintetizzate nella seguente tabella:

CODICE a 12 Bit												CODICE a 8 Bit							
S	N_{10}	N_9	N_8	N_7	N_6	N_5	N_4	N_3	N_2	N_1	N_0	S	A	B	C	X	Y	Z	W
S	1	X	Y	Z	W	*	*	*	*	*	*	S	1	1	1	X	Y	Z	W
S	0	1	X	Y	Z	W	*	*	*	*	*	S	1	1	0	X	Y	Z	W
S	0	0	1	X	Y	Z	W	*	*	*	*	S	1	0	1	X	Y	Z	W
S	0	0	0	1	X	Y	Z	W	*	*	*	S	1	0	0	X	Y	Z	W
S	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	*	*	S	0	1	1	X	Y	Z	W
S	0	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	*	S	0	1	0	X	Y	Z	W
S	0	0	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	S	0	0	1	X	Y	Z	W
S	0	0	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	S	0	0	0	X	Y	Z	W

Tab.1 - Corrispondenze per la compressione numerica 12 -> 8 bit

Con il simbolo * si indicano i bit inevitabilmente persi durante la compressione.

A questo punto non ci resta che analizzare l'apparato che in ricezione esegue l'operazione complementare a quella del compressore: in particolare, la decodifica del segnale numerico deve ridare linearità ai livelli del segnale fonico che hanno subito il processo di compressione in fase di trasmissione. Ciò si realizza mediante un dispositivo con caratteristica non lineare denominato **espansore**. Esso può essere realizzato sia con tecniche analogiche che numeriche. L'espansore analogico è, sostanzialmente, un **amplificatore antilogaritmico** avente una caratteristica di trasferimento complementare a quella del compressore numerico con legge A o con legge μ . Tale dispositivo è inserito tra il codificatore DAC e il filtro di ricostruzione. L'espansore numerico è invece realizzato con tecniche digitali e presenta un funzione di trasferimento complementare a quella del compressore numerico, per cui è abbastanza intuitivo l'andamento della sua caratteristica di seguito riportata:

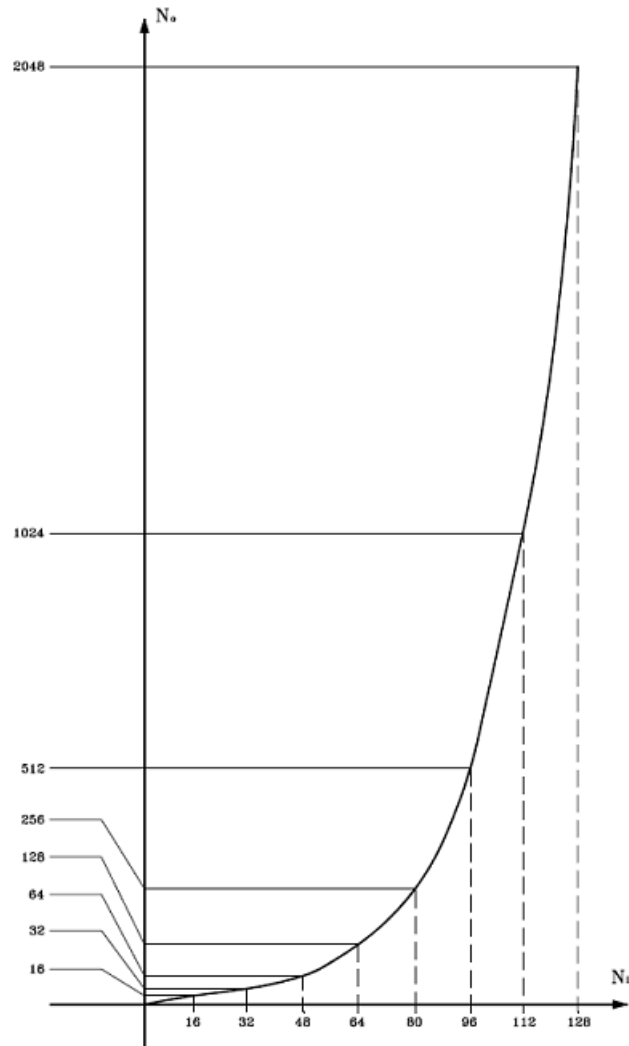


Fig.27 - Caratteristica dell'espansore numerico

ESP. NUMERICO.png

Lo schema a blocchi rappresentativo è il seguente:

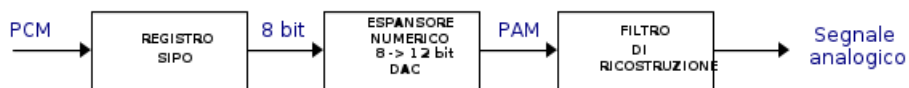


Fig.28 - Ricevitore PCM con espansore numerico

Il segnale PCM a 8 bit dopo essere stato trasformato in forma parallela dal registro SIPO, attraversa l'espansore numerico. Tale dispositivo compie due funzioni:

1. **espande** il codice a 8 bit ricevuto in un codice a 12 bit;
2. **converte** il numero binario a 12 bit in segnale PAM quantizzato grazie ad un convertitore DAC interno al dispositivo.

Anche per l'espansore numerico sussiste un insieme di corrispondenze sintetizzato nella seguente tabella:

CODICE A 8 BIT								CODICE A 12 BIT											
S	A	B	C	X	Y	Z	W	S	N ₁₀	N ₉	N ₈	N ₇	N ₆	N ₅	N ₄	N ₃	N ₂	N ₁	N ₀
S	1	1	1	X	Y	Z	W	S	1	X	Y	Z	W	1	0	0	0	0	0
S	1	1	0	X	Y	Z	W	S	0	1	X	Y	Z	W	1	0	0	0	0
S	1	0	1	X	Y	Z	W	S	0	0	1	X	Y	Z	W	1	0	0	0
S	1	0	0	X	Y	Z	W	S	0	0	0	1	X	Y	Z	W	1	0	0
S	0	1	1	X	Y	Z	W	S	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	1	0
S	0	1	0	X	Y	Z	W	S	0	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W	1
S	0	0	1	X	Y	Z	W	S	0	0	0	0	0	0	1	X	Y	Z	W
S	0	0	0	X	Y	Z	W	S	0	0	0	0	0	0	0	X	Y	Z	W

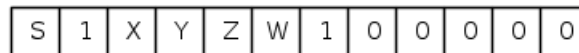
Tab.2 - Corrispondenze per l'espansore numerico

Possiamo vedere come nel passare dal codice a 8 bit a quello a 12 bit, si devono inserire dei bit aggiuntivi nelle posizioni di ordine inferiore, ad eccezione delle tratte $ABC = 000$ e $ABC = 001$ che presentano una codifica lineare.

Nelle altre tratte i bit aggiuntivi, che completano il codice a 12 bit, non sono noti a priori per cui il loro valore può essere indifferentemente compreso tra $000XXXX$ e $111XXXX$. Si sceglie allora il valore intermedio **100XXXX**; ad esempio, nella tratta $ABC = 111$ i bit da N_5 a N_0 sono posti arbitrariamente a 100000 che rappresenta il valore medio tra 000000 e 111111 .

Per quel che riguarda la logica di funzionamento del circuito in ricezione di Fig.28, deve essere implementata la funzione in grado di **riconoscere la la polarità del segnale, riconoscere la tratta ABC e ripristinare la posizione originale** dei bit XYZW. In breve, il funzionamento è il seguente:

- il segnale a 8 bit nel formato SABCXYZW è caricato in un registro a scorrimento;
- il bit di segno S individua la polarità del campione PAM che si otterrà in uscita;
- ai bit XYZW è aggiunto un bit 1 in testa e uno in coda in modo da ottenere la configurazione binaria 1XYZW1;
- la configurazione 1XYZW1 è caricata nella parte alta di in un registro a 12 bit con i bit meno significativi settati (o meglio dire resettati) tutti a 0. Il bit più significativo è quello del segno:



- si fanno shiftare verso destra i bit 1XYZW1 di un numero di posizioni pari a **111 - ABC** (sottrazione in binario);
- nello spostamento a destra i bit più significativi spostati assumono il livello logico 0;

- se il codice di tratta $ABC = 000$, lo spostamento a destra è di 6 posizioni e il bit a 1 in testa alla configurazione $XYXW$ è posto a 0;
- il numero binario a 12 bit così ottenuto è convertito in analogico da un convertitore DAC.

Facciamo un esempio per capire meglio il funzionamento: dal canale giunge la seguente parola binaria PCM ad 8 bit che si presenta in ingresso all'espansore:

S	A	B	C	X	Y	Z	W
0	1	0	0	0	1	1	1

L'espansore quindi elaborerà in uscita la seguente parola a 12 bit:

S	N ₁₀	N ₉	N ₈	N ₇	N ₆	N ₅	N ₄	N ₃	N ₂	N ₁	N ₀
0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0

Infatti, il bit del segno è rimasto **inalterato** a $S = 0$. La parola $1XYZW1$ è stata spostata a destra di 3 posizioni poiché: $111 - ABC = 111 - 100 = \mathbf{011}$ corrispondente a 3 in base decimale. I bit meno significativi N_2 , N_1 ed N_0 non si possono determinare a priori in alcun modo e sono stati forzati nello stato 100 che rappresenta il *valore medio* tra 000 e 111.

Per finire, ricordiamo che tutte le funzioni necessarie per trasformare un segnale analogico in segnale numerico PCM e viceversa, sono svolte da circuiti integrati specializzati.

[Qui](#) troviamo i data sheet relativi ai codificatori-decodificatori *CODEC PCM Tp 3064/3067* della Texas Instruments, utilizzati in molti apparati PCM attualmente in esercizio in Telecom Italia.

Conclusioni alla Parte I

Quello che abbiamo visto fino ad ora si riferisce sostanzialmente alla manipolazione basilare di un segnale analogico che, mediante la catena di operazioni a cui viene sottoposto dai diversi blocchi del sistema PCM, viene reso numerico ed adattato alle caratteristiche di un canale di trasmissione. Abbiamo inoltre visto quali sono (e come operano singolarmente) i dispositivi che consentono di ricostruire adeguatamente l'informazione al ricevitore.

Tutte le considerazioni sono state fatte per un unico canale; nella realtà è invece

possibile far viaggiare simultaneamente sullo stesso mezzo trasmissivo più informazioni relative a più canali di trasmissione: tutto questo è possibile grazie alla **modulazione a divisione di tempo TDM** che sarà oggetto di discussione Parte II, congiuntamente alla descrizione degli apparati trasmissivi impiegati per tale scopo.

Riferimenti

Formazione specialistica e training on the job presso Telecom Italia S.p.A. (2007-2013).

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Jordan20:rete-adsl-bozza>"