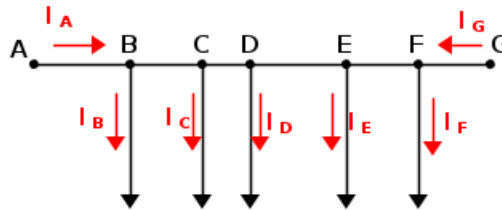


Roronoa Lillo (lillo)

LINEA ALIMENTATA ALLE DUE ESTREMITÀ

1 March 2012

Buttiamo giù due righe su un argomento poco trattato, e mettiamo a confronto due metodologie diverse: una *moderna* e una leggermente più *vintage*. Cominciamo con la prima e rappresentiamo l'oggetto di cui stiamo parlando:



L'eloquente quanto schematica rappresentazione mostra una linea alimentata alle due estremità, **A** e **G**. Sembra ovvio, ma specifichiamo che stiamo ipotizzando che le **tensioni** sui due punti citati siano **identiche**. Un'altra ipotesi fondamentale è quella di considerare che tutti i carichi siano sottoposti alla stessa tensione, ovvero gli sfasamenti introdotti dalle c.d.t. lungo i vari tratti della montante possono essere trascurati. Il nostro obiettivo è quello di trovare la sezione della montante. Scriviamo quindi la seconda legge di Kirchhoff partendo da **A** e arrivando in **G**: Le due tensioni di alimentazioni si elidono nell'equazione, essendo queste uguali e opposte; ciò che resta quindi sono le c.d.t. lungo le varie tratte della montante:

$$\Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CD} + \Delta E_{DE} + \Delta E_{EF} + \Delta E_{FG} = 0$$

Prendendo come riferimento la sola corrente I_A , esplicitiamo tali cadute di potenziale in funzione delle varie correnti negli utilizzatori:

$$\frac{\rho}{S} [L_{AB}I_A + L_{BC}(I_A - I_B) + L_{CD}(I_A - I_B - I_C) + L_{DE}(I_A - I_B - I_C - I_D) + L_{EF}(I_A - I_B - I_C - I_D - I_E) + L_{FG}(I_A - I_B - I_C - I_D - I_E - I_F)] = 0$$

da cui ricaviamo la corrente I_A :

$$I_A = \frac{[I_B(L_{BC} + L_{CD} + L_{DE} + L_{EF} + L_{FG}) + I_D(L_{DE} + L_{EF} + L_{FG}) + I_C(L_{CD} + L_{DE} + L_{EF} + L_{FG}) + I_E(L_{EF} + L_{FG}) + I_F(L_{FG})]}{L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DE} + L_{EF} + L_{FG}}$$

NOTA: scusate la scrittura poco elegante, ma la formula non entrava nella pagina :)

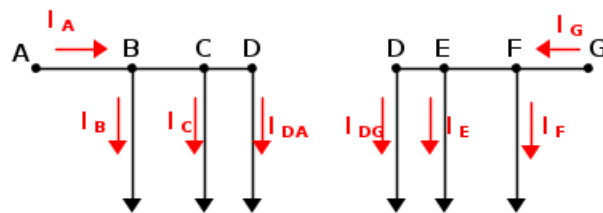
Il calcolo di I_A ci permette di valutare il carico in corrispondenza del quale si ha l'inversione di corrente:

Ipotizziamo infatti che risulti:

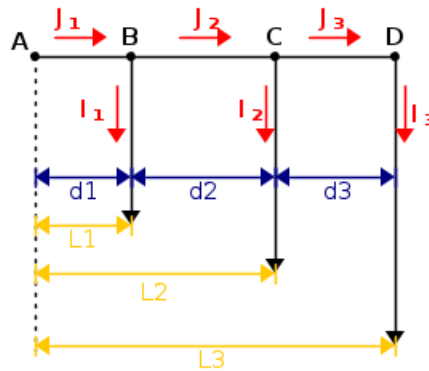
$$I_A > I_B + I_C$$

$$I_A < I_B + I_C + I_D$$

Significa che tale inversione avverrà sul carico D. Possiamo quindi dividere la rete nelle due sotto-reti:



e calcolare la sezione come se stessimo trattando due linee aperte con carichi distribuiti:



Quella rappresentata è la sola sotto-rete di sinistra. Procediamo facendo alcune ipotesi semplificative:

1. Sezione costante della montante da A a D;
2. Come prima, sfasamenti tra tensioni sui carichi trascurabili, quindi componenti attive e reattive delle varie derivazioni rispettivamente in fase tra loro.

Cominciamo scomponendo le correnti nei vari utilizzatori nelle loro componenti attive e reattive:

$$I_{r1} = I_1 \cos \varphi_1 \quad I_{r2} = I_2 \cos \varphi_2 \quad I_{r3} = I_3 \cos \varphi_3$$

$$I_{l1} = I_1 \sin \varphi_1 \quad I_{l2} = I_2 \sin \varphi_2 \quad I_{l3} = I_3 \sin \varphi_3$$

L'ipotesi 2) ci permette di sommare algebricamente le componenti essendo queste in fase tra loro. Scriviamo quindi le LKC relative alle componenti resistive di corrente ai vari nodi della sotto-rete:

$$J_{r3} = I_{r3}$$

$$J_{r2} = I_{r3} + I_{r2}$$

$$J_{r1} = I_{r3} + I_{r2} + I_{r1}$$

e poi quella relativa alle componenti reattive di corrente:

$$J_{l3} = I_{l3}$$

$$J_{l2} = I_{l3} + I_{l2}$$

$$J_{l1} = I_{l3} + I_{l2} + I_{l1}$$

La caduta di tensione totale da A a D, può essere espressa come la somma delle c.d.t. sui tre tratti di montante:

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 \quad (1)$$

ogni singola caduta di potenziale può essere espressa nella sua classica forma:

$$\Delta E_i = d_i r_l J_{ri} + d_i x_l J_{li}$$

con:

- d_i : lunghezza del tratto di montante:
- r_l : resistenza per unità di lunghezza [Ω/km]
- x_l : reattanza per unità di lunghezza [Ω/km]

questo ci permette di riscrivere la (1) come:

$$\Delta E = d_1 r_l J_{r1} + d_2 r_l J_{r2} + d_3 r_l J_{r3} + d_1 x_l J_{l1} + d_2 x_l J_{l2} + d_3 x_l J_{l3}$$

ovvero:

$$\Delta E = r_l (d_1 J_{r1} + d_2 J_{r2} + d_3 J_{r3}) + x_l (d_1 J_{l1} + d_2 J_{l2} + d_3 J_{l3}) \quad (2)$$

arrivati a questo punto soffermiamoci un attimo sulle componenti attive di corrente J_{ri} : dobbiamo scrivere tali componenti in funzione delle correnti nei carichi, per la precisione in funzione delle componenti attive delle correnti nei carichi; inoltre

dobbiamo scrivere le lunghezze dei tratti di montante d_i in funzione della distanza dall'origine A:

$$\begin{aligned}d_1 &= L_1 \\d_2 &= L_2 - L_1 \\d_3 &= L_3 - L_2\end{aligned}$$

quindi svolgendo tutti i calcoli giungiamo a:

$$d_1 J_{r1} + d_2 J_{r2} + d_3 J_{r3} = L_1 I_{r1} + L_2 I_{r2} + L_3 I_{r3} = M_r$$

che definisce il **momento amperometrico totale delle componenti attive di corrente**, rispetto al punto A. Analogamente:

$$d_1 J_{l1} + d_2 J_{l2} + d_3 J_{l3} = L_1 I_{l1} + L_2 I_{l2} + L_3 I_{l3} = M_l$$

momento amperometrico totale delle componenti reattive di corrente.

La caduta di tensione può quindi essere scritta come:

$$\Delta E = r_l M_r + x_l M_l$$

ed esplicitando la resistenza chilometrica in funzione di resistività e sezione:

$$\Delta E = \frac{\rho}{S} M_r + x_l M_l$$

da cui:

$$S = \frac{\rho M_r}{\Delta E - x_l M_l}$$

Un altro punto di vista

Quando studio un nuovo argomento la prima cosa che faccio è farmi un giro per EY, alla ricerca di qualche discussione o articolo che possa rendere l'idea. Mi imbatto in questa discussione:

<http://www.electroyou.it/phpBB2/viewtopic.php?f=3&t=16573&start=10#p114213>

e decido di approfondire la cosa. Consideriamo quindi la stessa e identica linea alimentata agli estremi di prima, e valutiamo la caduta di tensione lungo la montante. Per farlo, data l'ipotesi di linearità del circuito, applichiamo una sovrapposizione degli effetti, ovvero consideriamo la quota parte di caduta di tensione dovuta a ogni corrente derivata nei carichi (compresa la corrente I_G . Tale c.d.t. verrà poi eguagliata a zero considerando che le due tensioni di alimentazione sono identiche:

$$\dot{Z}_{AB}\bar{I}_B + \dot{Z}_{AC}\bar{I}_C + \dot{Z}_{AD}\bar{I}_D + \dot{Z}_{AE}\bar{I}_E + \dot{Z}_{AF}\bar{I}_F - \dot{Z}_{AG}\bar{I}_G = 0$$

da tale espressione ricaviamo I_G :

$$\bar{I}_G = \frac{\dot{Z}_{AB}\bar{I}_B + \dot{Z}_{AC}\bar{I}_C + \dot{Z}_{AD}\bar{I}_D + \dot{Z}_{AE}\bar{I}_E + \dot{Z}_{AF}\bar{I}_F}{\dot{Z}_{AG}}$$

Ora, se consideriamo che la reattanza e la resistenza per unità di lunghezza della linea sono costanti, possiamo definire l'impedenza per unità di lunghezza. Ognuna delle impedenze scritte, può essere espressa come il prodotto tra l'impedenza per unità di lunghezza e la lunghezza del tratto a cui ci stiamo riferendo. Per fare un esempio:

$$\dot{Z}_{AB} = \dot{z}L_{AB}$$

Quindi l'espressione di I_G può essere riscritta come:

$$\begin{aligned}\bar{I}_G &= \frac{\dot{z}(L_{AB}\bar{I}_B + L_{AC}\bar{I}_C + L_{AD}\bar{I}_D + L_{AE}\bar{I}_E + L_{AF}\bar{I}_F)}{\dot{z}L_{AG}} = \\ &= \frac{L_{AB}\bar{I}_B + L_{AC}\bar{I}_C + L_{AD}\bar{I}_D + L_{AE}\bar{I}_E + L_{AF}\bar{I}_F}{L_{AG}}\end{aligned}$$

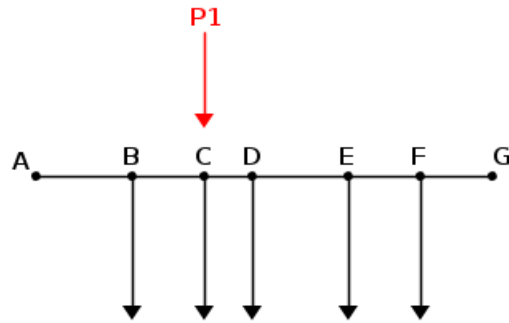
La corrente I_G può essere considerata nelle sue componenti: quella in fase con la tensione di alimentazione e quella in quadratura. E nella buona ipotesi di considerare trascurabili gli sfasamenti introdotti dalle c.d.t. lungo la montante, questo si traduce nel poter esprimere la parte reale della corrente I_G in funzione delle parti reali delle correnti nei carichi:

$$\Re\{\bar{I}_G\} = \frac{L_{AB}\Re\{\bar{I}_B\} + L_{AC}\Re\{\bar{I}_C\} + L_{AD}\Re\{\bar{I}_D\} + L_{AE}\Re\{\bar{I}_E\} + L_{AF}\Re\{\bar{I}_F\}}{L_{AG}}$$

e la parte immaginaria in funzione delle parti immaginarie delle correnti nei carichi:

$$\Im\{\bar{I}_G\} = \frac{L_{AB}\Im\{\bar{I}_B\} + L_{AC}\Im\{\bar{I}_C\} + L_{AD}\Im\{\bar{I}_D\} + L_{AE}\Im\{\bar{I}_E\} + L_{AF}\Im\{\bar{I}_F\}}{L_{AG}}$$

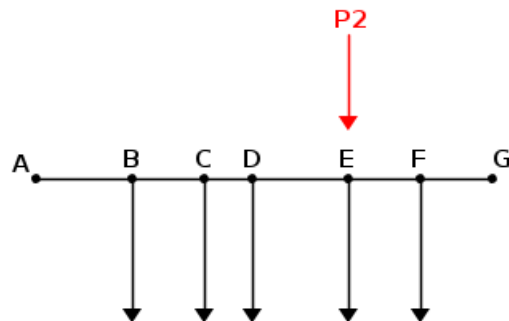
Il calcolo delle componenti di I_G ci permette di individuare i punti di taglio, ovvero i punti in cui le due componenti si esauriscono. Quindi cominciando da quella reattiva si individua il punto P1 nello schema, primo punto di taglio. In tale punto ovviamente si avrà la c.d.t. massima dovuta alle sole componenti reattive di corrente:



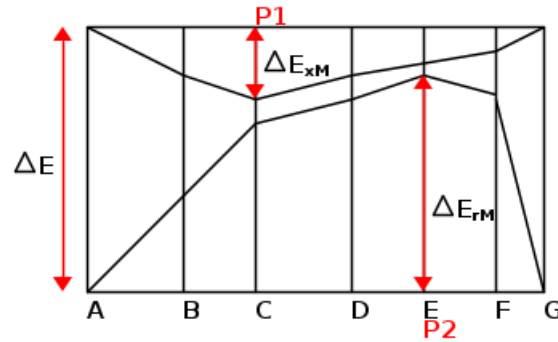
Ipotizzando P1 in quel punto, possiamo calcolare la caduta di tensione dovuta alle sole componenti induttive come:

$$\Delta E_{x_{P1}} = x_l(L_{AB}\Im\{\bar{I}_B\} + L_{AC}\Im\{\bar{I}_C\})$$

Abbiamo tutti i dati per farlo (lunghezze tratte, componenti delle correnti) in quanto in questa fase si utilizza un valore di induttanza chilometrica scelto *a sentimento* (per linee a media tensione $L=1\div1,1$ mH/km). Ora in maniera analoga dobbiamo trovare il punto di inversione della componente attiva di corrente I_G , per andare a individuare il punto P2. Tale punto non coinciderà con P1 e la sua posizione sarà del tutto indipendente:



Sorge un piccolo problema per valutare la caduta di tensione resistiva, in quanto non conosciamo la sezione, e quindi non conosciamo i valori di resistenza da attribuire. Sappiamo che in P2 la c.d.t. resistiva avrà il suo massimo, ma non sappiamo il valore. Bisogna quindi andare per tentativi, e trovare quella sezione che verifica il seguente schema:



Ovvero, graficamente parlando, le due curve relative alle due cadute di tensione non devono intersecarsi. Questo si traduce analiticamente in:

$$\Delta E_r + \Delta E_x \leq \Delta E$$

che deve essere soddisfatta in ogni punto. Una condizione meno restrittiva prevede la seguente condizione:

$$\Delta E_{rM} + \Delta E_{xM} \leq \Delta E$$

ovvero che la somma delle massime cadute di tensione sia minore della caduta di tensione industriale. Quindi, in soldoni:

- calcoliamo la ΔE_{xM} ;
- attribuiamo a ΔE il valore della caduta massima consentita;
- calcoliamo la ΔE_{rM} ponendoci nel caso limite:

$$\Delta E_{rM} = \Delta E - \Delta E_{xM}$$

- calcoliamo la sezione:

$$S = \frac{\rho}{\Delta E_{rM}} (L_{AB} \Re\{\bar{I}_B\} + L_{AC} \Re\{\bar{I}_C\} + L_{AD} \Re\{\bar{I}_D\} + L_{AE} \Re\{\bar{I}_E\})$$

Questo prevede che venga calcolata una sezione più grande di quella realmente necessaria, ma dovendo poi comunque scegliere la sezione commerciale più vicina, è ammesso questo procedimento. Trovata la sezione idonea si prevede poi alla verifica precisa della caduta di tensione assegnando al cavo il valore di induttanza chilometrica idonea, avendo scelto precedentemente un valore soltanto stimato.

Sitografia

- Dispense del corso:

<http://ftp-dee.poliba.it:8000/Bronzini/Politecnico%20di%20Bari/Ing.%20Elettrica/Distribuzione%20e%20Utilizzazione%20dell%27Energia%20Elettrica%201/>

- Electroyou :

<http://www.electroyou.it/phpBB2/viewtopic.php?f=3&t=16573&start=10#p114213>

Bibliografia

- Lezioni di Impianti Elettrici di Antonio Paolucci - Ed. CLEUP - 1971
Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Lillo:linea-alimentata-alle-due-estremita>"