



Roronoa Lillo (lillo)

## CHOPPER #1

25 January 2012

Dedica particolare a un caro [compagno di viaggio](#) ;)

Ho sempre dato un personalissimo giudizio alle grandezze elettriche. Il 99,99% (la certezza non esiste) di quelle 4 persone che leggeranno queste righe saprà benissimo che gli apparecchi utilizzatori possono essere alimentati in continua o in alternata, e che spesso si ha necessità di passare dall'una all'altra forma (*ma vi ho parlato dei raddrizzatori?*), o magari serve un trasformatore perché la forma d'onda va bene ma non l'ampiezza. Insomma, se dovessi dare un aggettivo alle grandezze elettriche io direi che sono **versatili**. Ci servono solo i mezzi per renderle tali.

### Convertitori cc/cc

Parliamo di circuiti che ricevono in **ingresso una tensione continua**, e restituiscono in uscita una tensione il cui valor medio è diverso da quello in ingresso. Mi sono ben visto dal definire continua la tensione in uscita, per motivi che intuirete immediatamente. Tali dispositivi si suddividono in due principali famiglie: la prima è quella dei

### Chopper

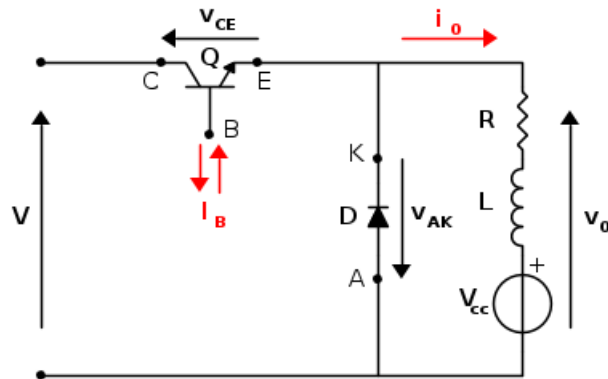
Se volessimo fare un analogia il chopper svolge in continua quello che un trasformatore svolge in alternata. Vede due campi di applicazione principali:

- Alimentazione di motori in corrente continua;
- Stadio intermedio di trasformazione.

Il nome deriva dall'inglese *to chop*, che significa *tagliare*, e presto sarà chiaro anche questo. La classificazione dei chopper avviene in funzione del **quadrante di funzionamento** nel piano  $V_m$ - $I_m$ . Senza perderci in altre chiacchiere vediamo il

### Chopper abbassatore nel I quadrante

Il circuito da analizzare è il seguente:



Al posto del BJT **Q** ci sarebbe potuto essere un MOSFET, un IGBT o qualsiasi componente pilotabile (purché svolga adeguatamente la sua funzione). L'alimentazione  $V$  è una sorgente continua, mentre il carico può essere il solito generico avvolgimento di macchina. Il corretto funzionamento è ovvio se:

$$V > V_{cc}$$

in caso contrario il BJT **Q** sarebbe polarizzato inversamente; infatti a circuito spento risulta:

$$V = V_{CE} + V_{cc} \rightarrow V_{CE} = V - V_{cc} > 0$$

All'interno del circuito non circolerà corrente finché non viene inviato in base a **Q** una corrente  $I_B$  tale da accenderlo. Capiamo quindi come il BJT stia svolgendo un ruolo da interruttore. In conduzione la tensione collettore-emettitore è pressoché trascurabile. Ma andiamo per gradi: se applico in  $t=0$  una tensione  $V$  continua ma non invio corrente in base la situazione del BJT l'abbiamo vista, e invece il diodo? Bè in queste condizioni basta scrivere una piccola LKT alla maglia sinistra:

$$V_{AK} + V_0 = 0$$

ma se non circola corrente:

$$V_0 = V_{cc}$$

e quindi possiamo scrivere:

$$V_{AK} + V_{cc} = 0 \rightarrow V_{AK} = -V_{cc}$$

In queste condizioni il diodo è polarizzato inversamente. Supponiamo ora che in  $t=t_0$  inviamo una corrente in base, **Q** comincia a condurre e potendo trascurare la  $V_{CE}$  possiamo scrivere:

$$V = V_0$$

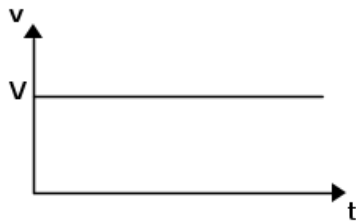
mentre la posizione del diodo **D** risulta essere:

$$V_{AK} = -V_0 = -V$$

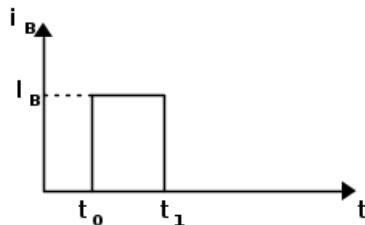
ancora polarizzato inversamente. Se il segnale in base perdurasse all'infinito, la corrente avrebbe il classico andamento di carica di un circuito R-L fino ad assestarsi a un valore:

$$I_0 = \frac{V - V_{cc}}{R}$$

ma tale valore non viene raggiunto in quanto in un tempo  $t=t_1$ , annulliamo il segnale in base. Questo movimento ovviamente spegne il BJT, e gli elementi conservati del carico (L) fanno in modo che la corrente continui a circolare nello stesso verso di prima chiudendosi attraverso il diodo. Vi sparo qualche schemino per dare un'idea:



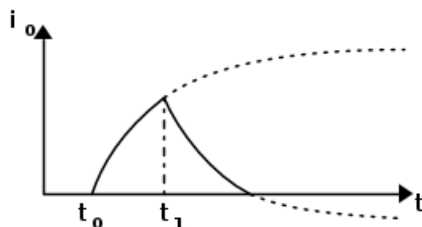
Tensione di alimentazione continua di valore  $V$



Ivi è indicata la corrente in base.

In  $t_0$  l'istante d'innesco.

In  $t_1$  l'istante in cui togliamo la corrente in base.

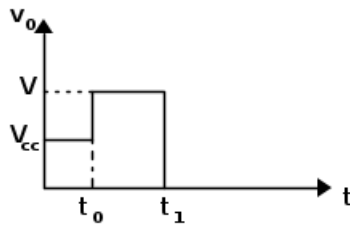


Corrente nel carico.

Tratteggiati gli andamenti in caso di corrente perenne in base,

e in caso di diodo cortocircuitato.

Tensione ai capi del carico.



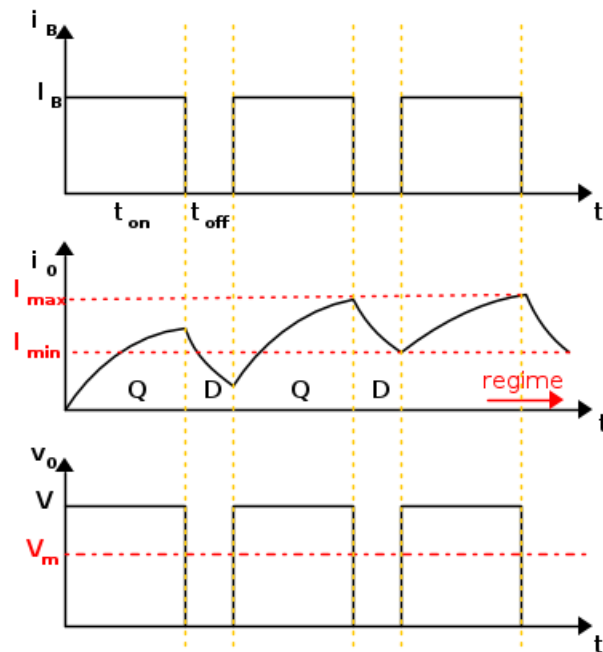
Il suo andamento è facilmente intuibile considerando che:

$$Q \text{ on} \rightarrow v_o = V$$

$$Q \text{ off } D \text{ on} \rightarrow v_o = 0$$

$$Q \text{ off } D \text{ off} \rightarrow v_o = V_{cc}$$

Quanto visto accade in un solo periodo. Anche questi circuiti, se pilotati in un certo modo, presentano una conduzione sul carico discontinua. questo accade quando il tempo  $t_{on}$  (tempo per il quale persiste il segnale in base) è minore di  $t_{off}$  (tempo per il quale non vi è segnale in base e quindi BJT spento). Caso di scarsa considerazione pratica. Soffermiamoci quindi sul caso di **conduzione continua**, che, sembra sciocco dirlo, si ha quando  $t_{on} > t_{off}$ ; il tempo di spegnimento deve quindi assicurarci che il fenomeno di scarica dovuto al carattere R-L del carico sia sufficientemente piccolo da non permettere l'annullamento della corrente.



individuiamo il periodo  $T$  come semplice somma di:

$$T = t_{on} + t_{off}$$

e questo è il periodo sia di corrente che di tensione sul carico, evidente anche nei grafici sopra. Calcoliamo adesso la

### Tensione media sul carico

Come? Bè ovviamente integrando nel periodo e dividendo per lo stesso :)

$$V_m = \frac{1}{T} \int_{(T)} v_0 dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_{on}} V dt + \frac{1}{T} \int_{t_{on}}^{t_{off}} 0 dt$$

Il secondo addendo della somma è ovviamente nullo:

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^{t_{on}} V dt = \frac{1}{T} V [t]_0^{t_{on}} = \frac{t_{on}}{T} V$$

con:

$$\frac{t_{on}}{T} = K \rightarrow \text{duty cycle}$$

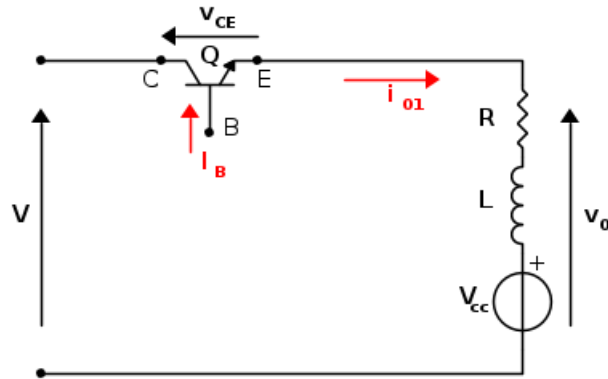
ed essendo K un numero compreso tra 0 e 1 la tensione media sul carico non potrà che essere minore della tensione di alimentazione V. Dalle espressione di  $V_m$  si capisce quindi quali sono i parametri su cui far leva per regolare la tensione in uscita:

- *Chopper a tempo di conduzione variabile;*
- *Chopper a frequenza variabile;*
- *Chopper a controllo misto di tempo di conduzione e frequenza.*

La prima configurazione è quella più utilizzata all'atto pratico.

### Andamento temporale della corrente

Per poter scrivere l'espressione di  $i_0$  bisogna distinguere la fase di carica da quella di scarica dell'induttanza presente nel carico. Tali fasi si identificano con la conduzione di **Q** e quella di **D**. Consideriamo infatti l'intervallo di tempo tra 0 e  $t_{on}$ , intervallo durante il quale la maglia attiva risulta essere:



Scriviamo l'equazione di questa maglia trascurando la caduta collettore-emettitore  $v_{CE}$ :

$$V = v_o$$

esplicitiamo  $v_o$  in funzione di  $i_{01}$ :

$$V = Ri_{01} + L \frac{di_{01}}{dt} + V_{cc}$$

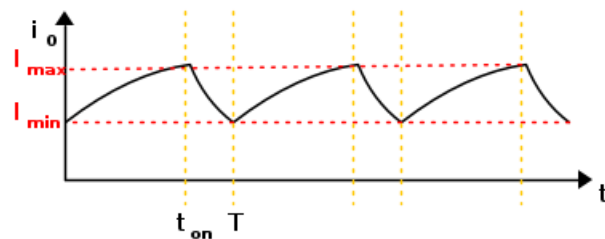
la cui soluzione sarà la solita somma di un termine transitorio e una soluzione a regime:

$$i_{01} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V - V_{cc}}{R}$$

dove la soluzione a regime sarebbe il valore al quale tenderebbe  $i_{01}$  se non interrompessimo la conduzione di Q. Bisogna quindi calcolare la costante A e per farlo facciamo un paio di considerazioni:

- Supponiamo di essere in conduzione continua;
- supponiamo di essere a regime.

Detto questo risulta evidente dall'andamento della corrente che questa oscilla tra due valori,  $I_{min}$  e  $I_{max}$ :



quindi avendo considerato un opportuno sistema di riferimento, in  $t=0$  la corrente vale  $I_{min}$ , valore che per il momento non conosciamo:

$$I_{min} = Ae^{-\frac{0}{\tau}} + \frac{V - V_{cc}}{R}$$

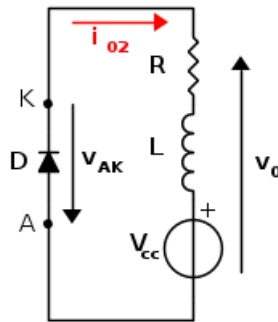
da cui:

$$A = I_{min} - \frac{V - V_{cc}}{R}$$

e possiamo finalmente scrivere l'espressione di  $i_{01}$ :

$$i_{01} = (I_{min} - \frac{V - V_{cc}}{R})e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V - V_{cc}}{R} = I_{min}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V - V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Ora dobbiamo valutare l'espressione della corrente nell'intervallo compreso tra  $t_{on}$  e  $T$ , ovvero quando spengo Q e la conduzione è affidata a D: il circuito in questione risulta:



Se teniamo presente che la tensione su un diodo in conduzione può essere considerata nulla in prima approssimazione, l'equazione all'unica maglia risulta:

$$0 = v_0$$

$$0 = Ri_{02} + L \frac{di_{02}}{dt} + V_{cc}$$

Le cui soluzioni risultano ovviamente:

$$i_{02} = Be^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R}$$

Anche qui si considera una soluzione a regime che non verrà in realtà mai raggiunta. Approcciamo il problema identicamente a prima: in  $t=t_{on}$ , istante in cui Q viene spento la corrente ha un valore massimo  $I_{max}$ , anch'esso per il momento incognito:

$$I_{max} = Be^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R}$$

$$B = (I_{max} + \frac{V_{cc}}{R})e^{\frac{t_{on}}{\tau}}$$

e possiamo scrivere l'espressione definitiva di  $i_{02}$ :

$$i_{02} = [(I_{max} + \frac{V_{cc}}{R})e^{\frac{t_{on}}{\tau}}]e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R} = I_{max}e^{-\frac{t-t_{on}}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t-t_{on}}{\tau}})$$

Abbiamo ottenuto due equazioni che descrivono l'andamento della corrente nei due intervalli considerati. Questo ci ha portato a un sistema di due equazioni e due incognite. Infatti osservando la forma d'onda di  $i_0$  possiamo imporre le seguenti condizioni:

$$i_{01}(t_{on}) = I_{max}$$

$$i_{02}(T) = I_{min}$$

E possiamo definitivamente scrivere il sistema per trovare  $I_{min}$  e  $I_{max}$ :

$$\begin{cases} I_{max} = I_{min}e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} + \frac{V-V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) \\ I_{min} = I_{max}e^{-\frac{T-t_{on}}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{T-t_{on}}{\tau}}) \end{cases}$$

Il sistema non è di facilissima risoluzione, cerchiamo un approccio per semplificarci la vita:

$$\begin{cases} I_{max} - I_{min}e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} = \frac{V-V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) & (1) \\ I_{max}e^{-\frac{T-t_{on}}{\tau}} - I_{min} = \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{T-t_{on}}{\tau}}) & (2) \end{cases}$$

Il prossimo passo è quello di moltiplicare la (2) per  $e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}$ , in modo da poter sottrarre membro a membro ed eliminare un'incognita:

$$\begin{cases} I_{max} - I_{min}e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} = \frac{V-V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) \\ I_{max}e^{-\frac{T}{\tau}} - I_{min}e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} = \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{T-t_{on}}{\tau}}) \end{cases}$$


---


$$I_{max} - I_{max}e^{-\frac{T}{\tau}} = \frac{V-V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) - \frac{V_{cc}}{R}(e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}})$$

Risolviemo l'equazione rispetto a  $I_{max}$ :

$$I_{max}(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}) = \frac{V}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) - \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) - \frac{V_{cc}}{R}(e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}})$$

$$I_{max}(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}) = \frac{V}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}}) - \frac{V_{cc}}{R}(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} + e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}})$$

$$I_{max} = \frac{V}{R} \frac{(1 - e^{-\frac{t_{on}}{\tau}})}{(1 - e^{-\frac{T}{\tau}})} - \frac{V_{cc}}{R} = \frac{V}{R} \frac{(e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - 1)}{(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1)} - \frac{V_{cc}}{R}$$

In maniera analoga, ma con qualche accorgimento, calcoliamo anche  $I_{min}$ , ma questa volta ci risparmiame la solfa:

$$I_{min} = \frac{V}{R} \frac{(e^{\frac{t_{on}}{\tau}} - 1)}{(e^{\frac{T}{\tau}} - 1)} - \frac{V_{cc}}{R}$$

*Nota: un grazie a [Electro](#) per avermi aiutato.*

Possiamo finalmente scrivere l'espressione completa della  $i_0$ :

$$i_{01} = \left[ \frac{V}{R} \frac{(e^{\frac{t_{on}}{\tau}} - 1)}{(e^{\frac{T}{\tau}} - 1)} - \frac{V}{R} \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V - V_{cc}}{R} \quad 0 \leq t \leq t_{on}$$

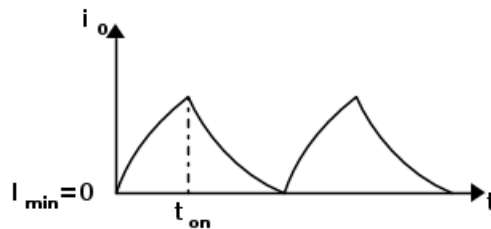
$$i_{02} = \frac{V}{R} \frac{(e^{-\frac{t_{on}}{\tau}} - 1)}{(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1)} e^{-\frac{t-t_{on}}{\tau}} - \frac{V_{cc}}{R} \quad t_{on} \leq t \leq T$$

Spesso per semplicità è possibile ricavare il valor medio di corrente come:

$$I_m = \frac{V_m - V_{cc}}{R}$$

## Limiti di conduzione

Nei paragrafi precedenti abbiamo visto come regolare la tensione media in uscita facendo leva ad esempio sul duty cycle. Si capisce come non si può giocare liberamente con questo parametro, infatti riducendo troppo il suo valore possiamo cadere nel funzionamento in conduzione discontinua:



L'andamento di sopra costituisce il funzionamento limite tra conduzione continua e discontinua. In questo caso il valore di  $I_{min}$  è 0 per un solo istante. Il valore del duty cycle per il quale avviene questa condizione risulta essere:

$$K^* = K^* = \frac{t_{on}^*}{T} \rightarrow \text{duty cycle critico}$$

Si intuisce facilmente che, se:

$$K \geq K^* \rightarrow \text{conduzione continua}$$

$$K \leq K^* \rightarrow \text{conduzione discontinua}$$

assodato questo concetto, affrontiamo un analisi matematica che ci permetterà di valutare quale sarà il valore del duty cycle critico al variare di alcuni parametri del circuito: scriviamo l'espressione di  $I_{min}$ , che sarà nulla per un istante per un particolare valore di  $t_{on}^*$ :

$$I_{min} = \frac{V}{R} \frac{(e^{\frac{t_{on}^*}{\tau}} - 1)}{(e^{\frac{T}{\tau}} - 1)} - \frac{V_{cc}}{R} = 0$$

che dopo qualche semplificazione diventa:

$$\frac{e^{\frac{t_{on}^*}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} = \frac{V_{cc}}{V} \quad (1)$$

ora sostituiamo qualche parametro:

$$\frac{V_{cc}}{V} = m$$

$$\frac{T}{\tau} = \sigma$$

$$\frac{t_{on}^*}{\tau} = \frac{T}{\tau} \frac{t_{on}^*}{T} = \sigma K^*$$

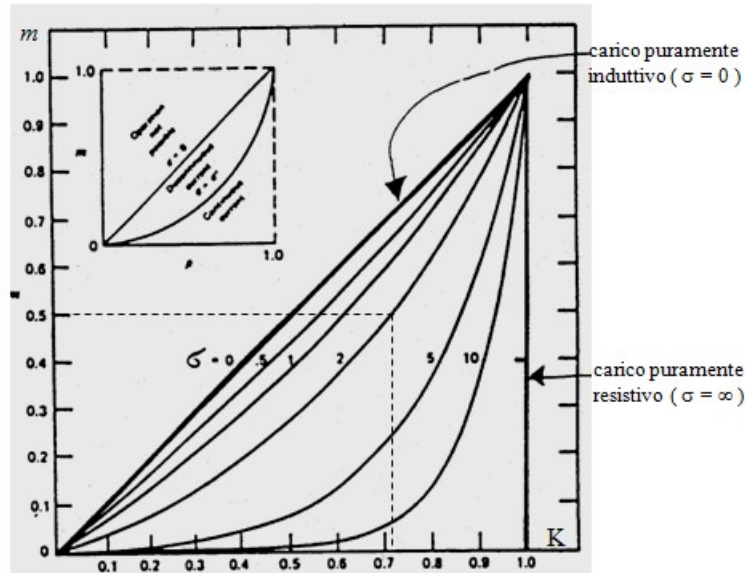
che sono parametri adimensionali. Possiamo quindi riscrivere la (1) come:

$$\frac{e^{\sigma K^*} - 1}{e^{\sigma} - 1} = m \quad (2)$$

Possiamo ricavare analiticamente il valore di duty cycle critico risolvendo rispetto a  $K^*$  l'equazione appena scritta:

$$K^* = \frac{1}{\sigma} \ln[m(e^{\sigma} - 1) + 1]$$

o in alternativa rappresentiamo la (2) su un grafico K-m:



Piano K-m

Ognuna delle curve rappresenta la (2) al variare di  $\sigma$ . Noto il valore di  $m$ , si proietta tale valore sulla curva  $\sigma$  relativa, per poi leggere il valore di  $K^*$  sull'asse delle  $x$ . Ma facciamo un esempio: Ipotizziamo che:

$$m = 0,5$$

$$\sigma = 2$$

Come fatto in figura individuiamo sulla curva rappresentante  $\sigma=2$  il valore di  $m$  corrispondente. Dopodiché lanciando la perpendicolare all'asse  $x$  individuiamo il valore del duty cycle critico corrispondente:

$$K^* = 0,72$$

Tale valore impone il limite tra conduzione continua e non. E' possibile modificare  $K^*$ , al fine di aumentare il range di conduzione continua. Affinché questo sia possibile bisogna evidentemente diminuire il valore del duty cycle critico. Riprendiamo l'espressione

$$K^* = \frac{1}{\sigma} \ln[m(e^\sigma - 1) + 1]$$

e notiamo che i parametri manipolabili sono due:

- o diminuiamo  $m$ , diminuendo la tensione di alimentazione  $V$ ;
- o diminuiamo  $\sigma$ , aumentando la frequenza di commutazione.

[continua...](#)

## **Bibliografia**

- Appunti di elettronica di potenza.

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Lillo:na>"