



Matteo Gentileschi (Matteo1991)

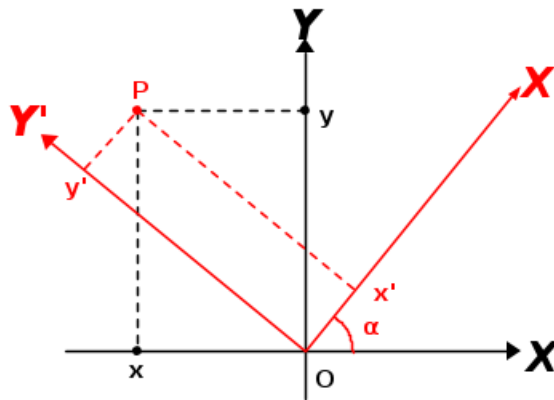
ROTAZIONE ASSI CARTESIANI (CAMBIAMENTO COORDINATE)

11 November 2013

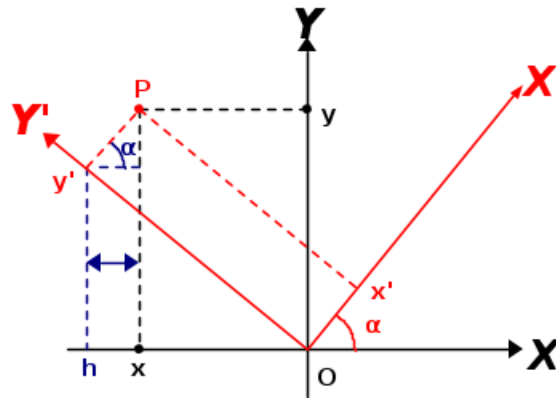
Spesso capita di dover "cambiare" sistema di riferimento, la traslazione non è particolarmente complicata, ma, al contrario la rotazione degli assi non risulta molto intuitiva.

Dopo un breve ripasso ho pensato che magari potesse essere di aiuto a qualcuno e ho deciso di appuntarlo qui. Cominciamo.

Dato un sistema di riferimento cartesiano che nello schema ho indicato con lettere corsive maiuscole OXY (in nero) si immagini di ruotarlo di un angolo α in senso antiorario (angolo positivo):



N.B. con le lettere maiuscole si è indicato il nome degli assi, mentre con quelle minuscole si sono indicate le coordinate del punto P (nei due sistemi di riferimento). Data la seguente costruzione:



Il segmento hx è dato da:

$$hx = x' \cos(\alpha)$$

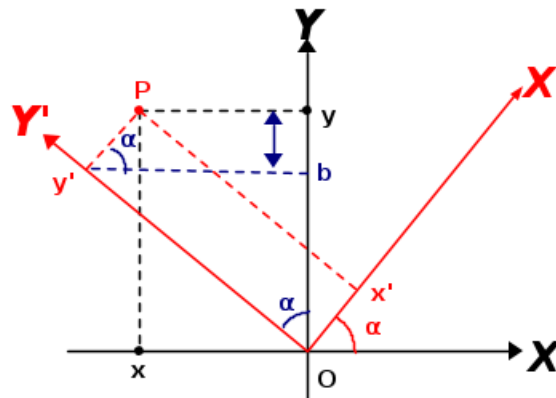
mentre il segmento oh è dato da:

$$oh = y' \sin(\alpha)$$

Il segmento ox , che altro non è che l'ascissa x è dato da:

$$x = oh - hx = y' \sin(\alpha) - x' \cos(\alpha)$$

Tale relazione lega i due sistemi di riferimento. Analogamente calcoliamo l'ordinata y mediante la seguente costruzione:



Il segmento by è dato da:

$$by = x' \sin(\alpha)$$

mentre il segmento ob è dato da:

$$ob = y'\cos(\alpha)$$

da cui si ha:

$$y = ob + by = y'\cos(\alpha) + x'\sin(\alpha)$$

Riassumendo:

$$x = y'\sin(\alpha) - x'\cos(\alpha)$$

$$y = y'\cos(\alpha) + x'\sin(\alpha)$$

Tali equazioni prmettono di ricavare le coordinate (x,y) conoscendo (x',y') e α . Se si conoscono (x,y) e si vogliono ottenere le coordinate (x',y') basta cambiare il segno dell'angolo.

Ragionando in termini di "trasformazioni lineari", i due sistemi di riferimento sono entrambi basi vettoriali nello stesso spazio, dunque è possibile trovare una funzione lineare che li lega. Data tale remessa è possibile scrivere quanto segue:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

Spero sia utile a qualcuno.

Matteo

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Matteo1991:rotazione-assi-cartesiani-cambiamento-coordinate>"