



Nunzio Siciliano (nunziato)

DI COSA MISURA IL WATTMETRO NEI SISTEMI TRIFASE E DI ALTRE COSE CHE POTREBBERO VENIR FUORI...

22 January 2017

INTRODUZIONE

Ho notato che spesso nel forum ricorrono domande sull'utilizzo dei wattmetri, soprattutto nei sistemi trifase e che a volte non è ben chiaro cosa misura tale strumento. Poiché io ho le idee tutt'altro che chiare, giusto per confondere ancor di più il mal capitato che si trovasse a leggere queste inutili note, scriverò dell'uso di codesto strumento per come l'ho sempre (male) utilizzato...

IL SEMPLICE CASO DELLA CORRENTE CONTINUA

La potenza elettrica in corrente continua è: $P = V \cdot I$ quindi basta misurare la tensione e la corrente e moltiplicarle ed il gioco è fatto. E che c'entra inventare un nuovo strumento se già voltmetro e amperometro l'hanno già inventati? Certamente per evitare di fare la moltiplicazione. Pensate sia semplice moltiplicare? L'avete mai fatto con i numeri con la virgola? E non venite a dirmi che hanno inventato le calcolatrici... Il wattmetro è stato inventato per non eseguire operazioni aritmetiche, infatti, con lo stesso strumento si misurano contemporaneamente la tensione e la corrente e "**qualà**" la potenza è bella e misurata, in watt naturalmente, altrimenti, se avesse misurato i cavalli vapore, lo strumento si sarebbe chiamato "**cavallovaporemetro**" che poi sarebbe stato uno strumento approssimativo perchè non sarebbe stato in grado di distinguere gli "**asini fumo**" (sottomultiplo dei cavalli vapore)...

Si ma il wattmetro che tensione e che corrente misura?

Se sapevessi... sapevavo... saputavo... ah ecco! Se sapessi ripondere a questa domanda non ero qui a scriverne ero da qualche parte ad usarlo. Comunque... Il wattmetro, una volta collegato in un circuito (figura 1),

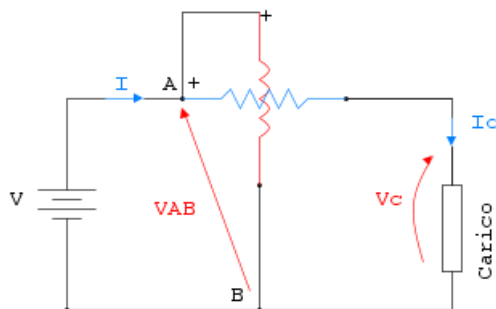


figura 1

misurerà il prodotto fra la tensione V_{AB} a cui è sottoposto il circuito voltmetrico (quello rosso), e la corrente I che attraversa il circuito amperometrico (quello celeste). Trascurando le perturbazioni (minime) introdotte dallo strumento, la tensione e la corrente suddette altro non sono che la tensione V_C e la corrente I_C afferenti al carico, quindi il wattmetro misurerà la potenza elettrica di tale carico, cioè $P = V_C \cdot I_C$

Quindi?

Quindi non importa a quale tensione sarà sottoposta il circuito voltmetrico e quale corrente attraverserà quello amperometrico, il wattmetro indicherà sempre il prodotto fra queste due grandezze.

COSA CAMBIA IN REGIME SINUSOIDALE (corrente alternata)

IL nostro strumento in regime sinusoidale misura la potenza. Si bella scoperta anche in regime stazionario (corrente continua) lo faceva, allora cosa c'è di diverso? Nulla o forse tutto. È noto ai più (non a me ovviamente!) che in regime sinusoidale vi sono tre potenze:

- **Potenza Attiva P**, misurata in watt (W);
- **Potenza Reattiva Q**, misurata in volt-ampere reattivi (VAR... ehm... eh eh!... **var**);
- **Potenza Apparente S** (o **A**) misurata in volt-ampere (VA).

Si ribadisce che se il wattmetro si chiama wattmetro è perché misura i watt e quindi misurerà una **potenza attiva**. È altresì noto che: $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$ con V il modulo della tensione ai capi (per esempio) di una impedenza, I il modulo della corrente che l'attraversa, φ l'angolo di sfasamento fra i vettori complessi che rappresentano le dette grandezze. Pertanto nel caso di figura 3 il wattmetro darà una indicazione pari al prodotto $P = V_{AB} \cdot I \cdot \cos \varphi$.

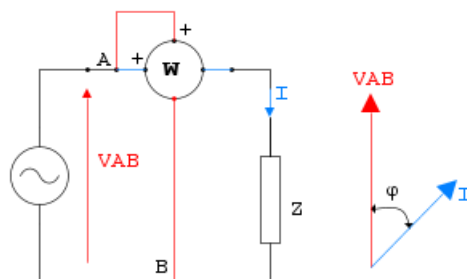


figura 3

E se qualcuno (io) fa qualche collegamento strambo come in figura 4 cosa indicherà lo strumento?

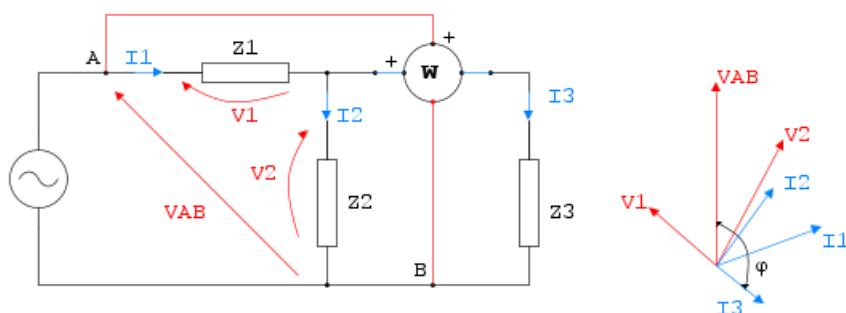


figura 4

Con riferimento al diagramma vettoriale su riportato lo strumento indicherà il valore relativo a $P = V_{AB} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi$ (ovviamente in watt) dove, questa volta, l'angolo φ rappresenta l'angolo di sfasamento fra i vettori complessi $\bar{V}_{AB}$ e $\bar{I}_3$. Il fatto che questa misura possa o non possa essere significativa è un altro discorso.

E VENIAMO AI SISTEMI TRIFASE

Che sarebbe pure ora visto il titolo....

Esaminiamo ora il sistema trifase di figura 5 (che poi perché mai scriverò al plurale se sono da solo che scrivo?). Esso è alimentato da tre generatori collegati a stella aventi stessa frequenza, **fem** con lo stesso valore efficace ma sfasate fra loro di 120° . Il carico è invece composto da tre impedenze uguali in modulo e in fase collegate anche loro a stella.

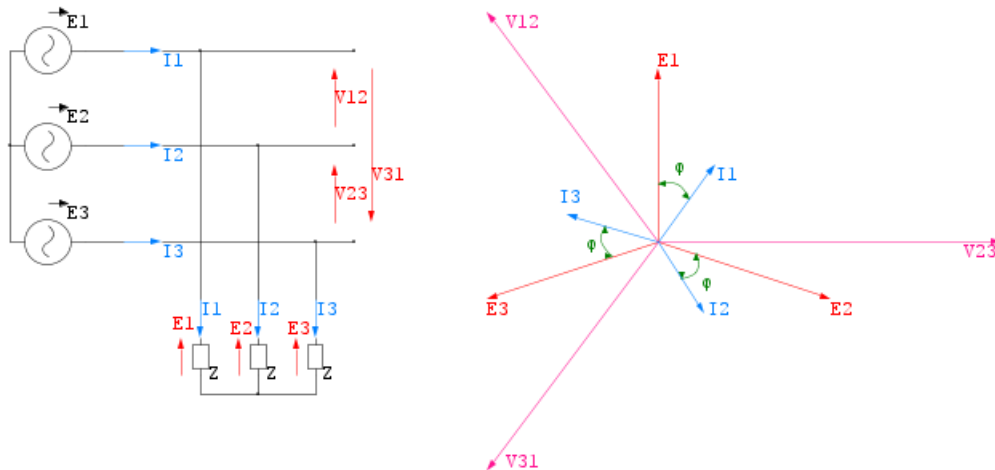


figura 5

Ne consegue anche il diagramma vettoriale a fianco riportato, dove le tensioni $\bar{E}_1$, $\bar{E}_2$, $\bar{E}_3$ sono le cosiddette **tensioni stellate**, quelle tra una fase e il centro-stella, mentre $\bar{V}_{12}$, $\bar{V}_{23}$, $\bar{V}_{31}$ sono le cosiddette **tensioni concatenate** quella tra due fasi, inoltre i vettori $\bar{I}_1$, $\bar{I}_2$, $\bar{I}_3$ sono le correnti circolanti nel carico (una per fase) detto, se non sbaglio (il che nel mio caso è sempre falso) **correnti di linea**. Si tratta, dunque, di un sistema trifase con un carico **equilibrato** alimentato da un sistema **simmetrico**. Che poi è il più facile da studiare fra i sistemi trifase e chi non crede a ciò chiedi pure agli studenti che studiano elettrotecnica.

Che cosa misura il wattmetro di figura 6?

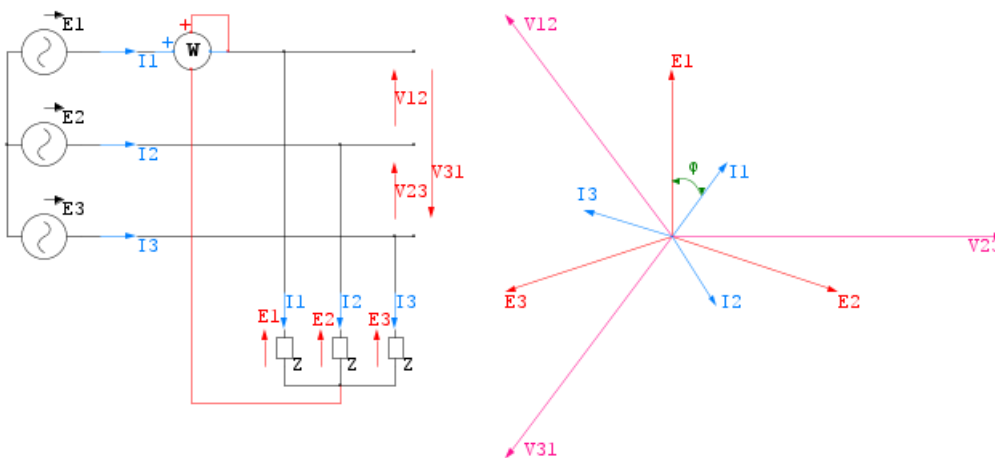


figura 6

Perché mi faccio una domanda se poi devo darmi una risposta? non sarebbe meglio dare direttamente la risposta? (altre domande a me stesso, forse è il caso di chiamare gli uomini con la camicia di forza...)

Il wattmetro misura la seguente potenza:

$$P = E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$$

Poiché il circuito voltmetrico è sottoposto alla fem $\bar{E}_1$, il cui modulo è E_1 , e quello amperometrico è attraversato dalla corrente $\bar{I}_1$, il cui modulo è I_1 ed ovviamente l'angolo di sfasamento tra queste due grandezze è φ , come da diagramma vettoriale.

Invece il wattmetro collegato come in figura 7 misura:

(questa volta do solo la risposta)

$$P = V_{12} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$$

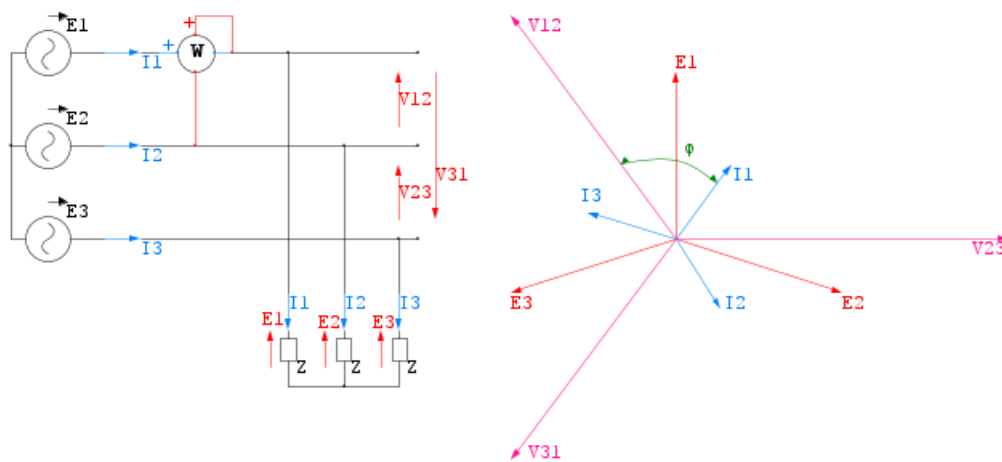


figura 7

dove V_{12} è il modulo della tensione $\bar{V}_{12}$, I_1 è il modulo della corrente $\bar{I}_1$ ed infine l'angolo φ è l'angolo fra i vettori complessi $\bar{V}_{12}$ e $\bar{I}_1$

Quando collego il wattmetro come in figura 8, invece

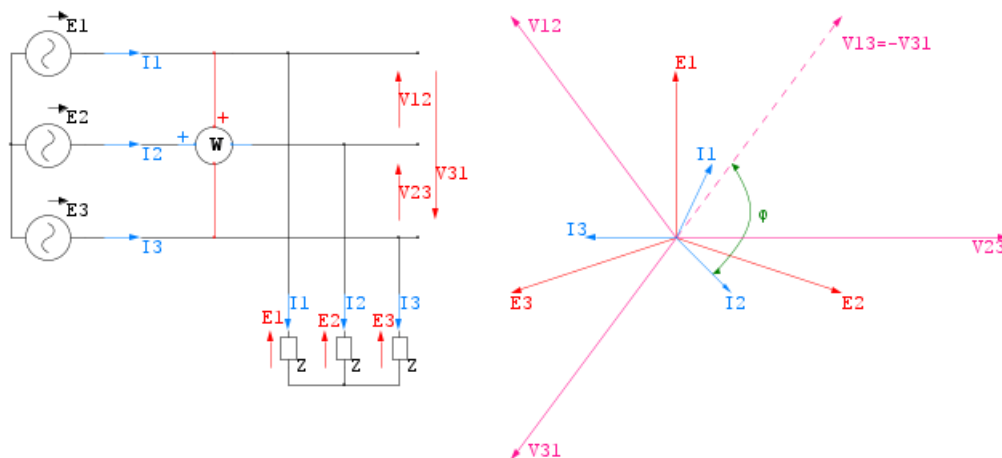


figura 8

In tal caso la misura data dallo strumento sarà:

$$P = V_{13} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi$$

Dove V_{13} è ovviamente pari a $-V_{31}$ visto il collegamento del wattmetro, I_2 e φ è ovviamente l'angolo tra i vettori V_{13} e I_2 .

È chiaro che nella relazione che esprime la potenza compaiono i moduli dei vettori suddetti.

Conclusione

Perché mai i wattmetri, nei sistemi trifase debbano essere collegati in questa varietà di modi? (E ci risiamo con le domande auto-poste, uomini con la camicia di forza, dove siete?) Non so rispondere alla domanda, se avessi saputo farlo non avrei posto il quesito. Però posso dire che:

- il wattmetro misura solo potenze attive;
- la potenza attiva misurata è il prodotto fra il modulo della tensione applicata al circuito voltmetrico dello strumento per il modulo della corrente che attraversa il circuito amperometrico per il coseno dell'angolo tra il vettore tensione e il vettore corrente;
- se qualcuno ha inventato tale strumento di misura a qualcosa servirà;
- ovviamente i moduli delle grandezze rappresentano il valore efficace delle grandezze stesse;
- non ho mai capito perché il wattmetro (così come gli altri strumenti funzionanti in corrente alternata) misurino il valore efficace delle grandezze;

e, soprattutto

- **Non ho la più pallida idea di cosa io stia scrivendo...**

APPENDICI

L'attento lettore (ammettendo che queste note lo meritino un lettore) avrà notato che qualche rigo fa ho scritto "Conclusione" ebbene ho mentito, la conclusione non concludeva affatto. Con queste appendici mi riprometto di esaminare alcuni casi di effettivo uso dei wattmetri nei sistemi trifase per misurare qualche potenza, senza però addentrarmi nelle dimostrazioni matematiche poiché in questa "**branchia**" (si dirà così) della conoscenza umana sono ancor meno ferrato che nell'elettrotecnica della quale ho la pretesa di scrivere.

Appendice 1: TRE WATTMETRI

Se il sistema trifase è alimentato da terna simmetrica che il carico sia equilibrato, sistema a tre fili (solo le tre fasi), o squilibrato, sistema a quattro fili (c'è il neutro), la misura di potenza attiva è assicurata se si utilizzano tre wattmetri.

Nel caso di sistema a tre fili l'inserzione degli strumenti è riportata in figura A1.1

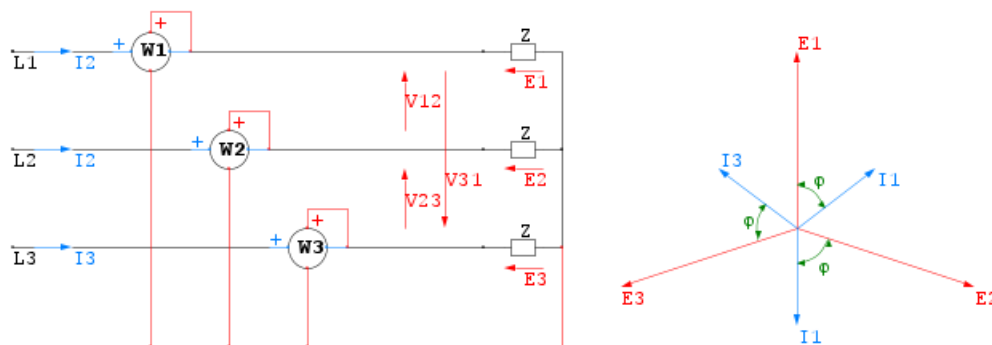


figura A1.1
Inserzione dei tre wattmetri per carico equilibrato

In tal caso ogni wattmetro è sottoposto alla tensione stellata e attraversato dalla corrente relativa alla fase su cui è inserito per cui le misure sono le seguenti:

$$W_1 = E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = E \cdot I \cdot \cos \varphi;$$

$$W_2 = E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi = E \cdot I \cdot \cos \varphi;$$

$$W_3 = E_3 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi = E \cdot I \cdot \cos \varphi;$$

ricordando che, essendo il sistema simmetrico e il carico equilibrato, i moduli delle tensioni stellate, delle correnti e l'angolo di sfasamento tensione-corrente, sono uguali (vedi diagramma vettoriale), sperando che mi si perdoni la "**licenza poetica**" per aver indicato con W_1, W_2, W_3 le potenze attive, in watt, misurate dagli strumenti.

In tal caso la potenza complessiva del carico rappresentato dalle tre impedenze uguali, altro non sarà che la somma delle tre letture:

$$P = W_1 + W_2 + W_3 = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Nel caso di sistema a tre fili con neutro (che dovrebbero essere quattro fili, ma avendo perso il filo non mi raccapezzo più) l'inserzione degli strumenti è riportata in figura A1.2

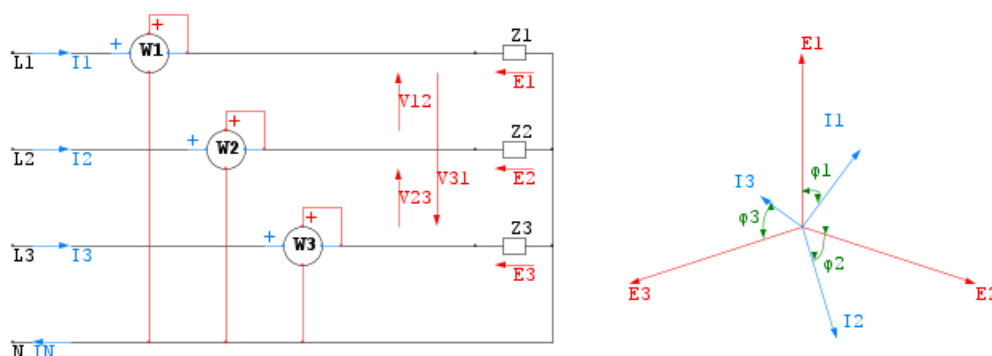


figura A1.2
Inserzione dei tre wattmetri per carico squilibrato

Anche in questo caso ogni wattmetro è sottoposto alla tensione stellata e attraversato dalla corrente relative alla fase su cui è inserito ed anche qui le misure sono le seguenti:

$$W_1 = E \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1;$$

$$W_2 = E \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2;$$

$$W_3 = E \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3;$$

con la solita **"licenza poetica"** sull'indicazione degli strumenti.

Il sistema è simmetrico quindi le tensioni stellate hanno lo stesso modulo, il carico è squilibrato quindi su ogni fase si ha una diversa corrente e un diverso sfasamento tensione-corrente, come da diagramma vettoriale. La potenza complessiva del carico rappresentato dalle tre impedenze questa volta diverse (il carico è squilibrato), sarà la somma delle tre letture:

$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

Appendice 2: Un paio di cose sul calcolo della potenza in trifase

Se vale $P = E \cdot I \cdot \cos \varphi$,

essendo che il modulo della tensione stellata E e il modulo della tensione concatenata V sono correlati dalla relazione $\frac{V}{E} = \sqrt{3}$, si ha che

$$P = \frac{V}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos \varphi$$

quindi per un carico equilibrato, la potenza attiva è

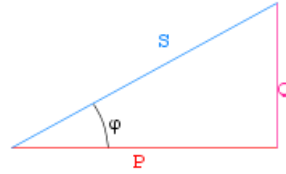
$$P = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

analogamente la potenza reattiva è

$$Q = 3 \cdot E \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Poiché potenza attiva e reattiva sono in rapporto fra loro come i due cateti di un triangolo rettangolo, si può immaginare anche una ipotenusa che rappresenta la potenza apparente:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot E \cdot I = \sqrt{3} \cdot V \cdot I$$



Appendice 3: Due Wattmetri

In presenza carico equilibrato alimentato da terna simmetrica (tre fili, il neutro non serve), è possibile utilizzare due soli wattmetri per determinare la potenza: Tale metodo prende il nome di **inserzione Aron**, chiamata così perchè un certo [Hermann Aron](#) invece di pensare ai fatti suoi (come disse un alunno svogliato, cioè io) si mise in testa di risparmiare un wattmetro. L'inserzione Aron prevede il collegamenti degli strumenti come in figura A3.1

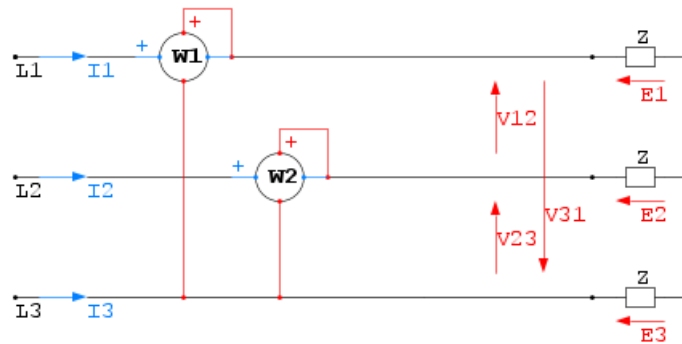


figura A3.1
Inserzione Aron (2 Wattmetri)

In tal caso le misure sono:

$$W_1 = V_{13} \cdot I_1 \cdot \cos \alpha;$$

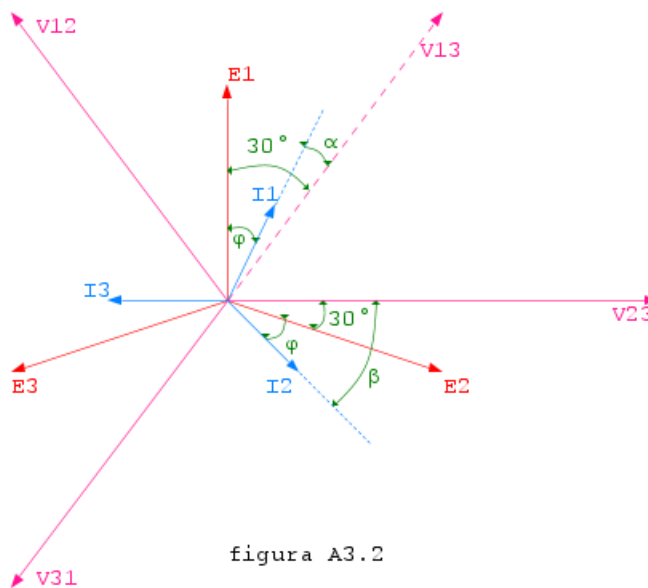
$$W_2 = V_{23} \cdot I_2 \cdot \cos \beta;$$

con:

$\alpha = 30^\circ - \varphi$, l'angolo tra la V_{13} e I_1 rispettivamente tensione e corrente nel wattmetro W_1 ;

$\beta = 30^\circ + \varphi$, l'angolo tra la V_{23} e I_2 rispettivamente tensione e corrente nel wattmetro W_2 ;

come del resto si dovrebbe evincere dal diagramma vettoriale di figura A3.2 (al contrario, se poi che poi non si capisce si *eperde*...)



Allora:

$$W_1 = V \cdot I \cdot \cos(30^\circ - \varphi);$$

$$W_2 = V \cdot I \cdot \cos(30^\circ + \varphi);$$

In quanto i moduli delle concatenate e delle corenti sono uguali. Non conosco la trigonometria ma se la conoscessi sarei sicuro che andando a sommare le due misure otterrei proprio la potenza del carico pertanto

$$P = W_1 + W_2$$

Aron avrà avuto anche idee strane, però qualcosa ha ottenuto. Ma c'è di più: non solo questo metodo è valido anche per carichi squilibrati purché la rete sia priva di neutro ma è anche possibile determinare la potenza reattiva del carico.

MA NON SI ERA DETTO CHE I WATTMETRI MISURANO SOLO LA POTENZA ATTIVA?

Certo che si era detto ma si riesce comunque a ricavare una potenza reattiva dalla misura delle suddette potenze attive, basta applicare la seguente semplice relazione:

$$Q = \sqrt{3} \cdot (W_1 - W_2)$$

Questa relazione però può utilizzarsi **solo** nel caso di carichi equilibrati.

Nella relazione W_1 è il wattmetro che da una lettura maggiore: **wattmetro maggiore**, W_2 è il wattmetro che da una lettura minore: **wattmetro minore**.

nota 1

Gli angoli α e β sopra riportati si riferiscono al diagramma vettoriale della figura, è chiaro che in caso di sfasamenti diversi si potrebbe avere, ad esempio $\alpha = 30^\circ + \varphi$ e $\beta = 30^\circ - \varphi$. In tal caso è facile intuire che la sostanza del discorso non cambia e che il risultato finale condurrà alla determinazione della potenze attiva e reattiva con le stesse relazioni su scritte. (Da notare che in questa nota si è cercato di scrivere come in un **libro stampato...**)

nota 2

Si va a effettuare la somma

$$P = W_1 + W_2 = [V \cdot I \cdot \cos(30^\circ - \varphi)] + [V \cdot I \cdot \cos(30^\circ + \varphi)] = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

che è proprio l'espressione della potenza attiva in trifase.

Si va a effettuare la differenza

$$W_1 - W_2 = [V \cdot I \cdot \cos(30^\circ - \varphi)] - [V \cdot I \cdot \cos(30^\circ + \varphi)] = V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

che a meno della $\sqrt{3}$ è proprio l'espressione della potenza reattiva in trifase.

Appendice 4: Un wattmetro

Lo si era intravisto precedentemente.

Ma cosa misura il wattmetro inserito come in figura A4.1 (e datti con le domande autoposte!!!)?

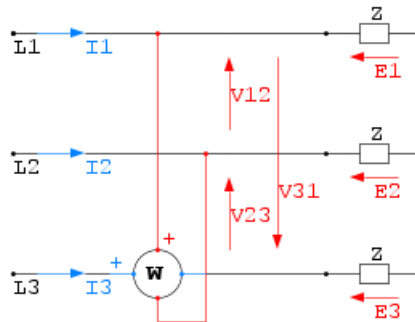


figura A4.1
Wattmetro in quadratura

Misura:

$$W = V_{12} \cdot I_3 \cdot \cos(-90 + \varphi) = V_{12} \cdot I_3 \cdot \sin \varphi$$

che ha la forma di una **potenza reattiva...** Gli angoli sono riportati nel seguente diagramma vettoriale (figura A4.2)

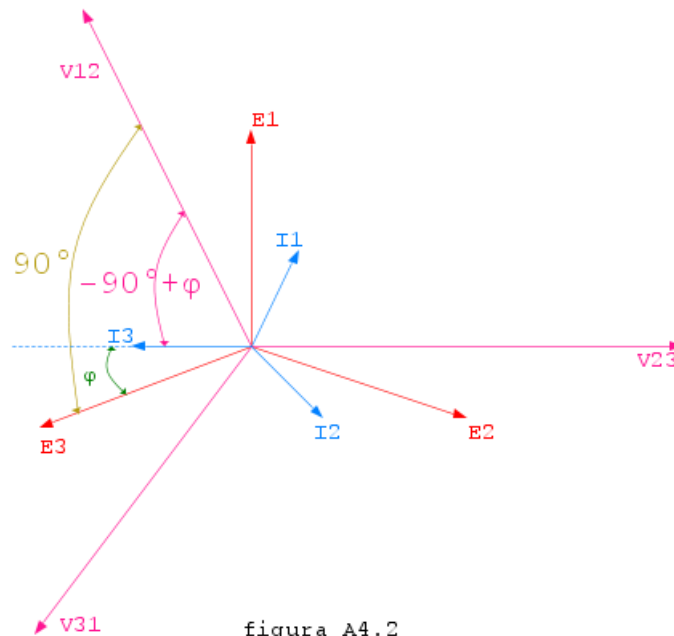


figura A4.2

Un wattmetro così collegato si dice "*in quadratura*".

Appendice 5: E per finire: ancora tre wattmetri

E dopo aver faticato tanto a utilizzare due wattmetri invece di tre si ricomincia a utilizzarne nuovamente tre ma questa volta si parte dall'inserzione Aron e se ne aggiunge uno in quadratura, così, tanto per mischiare le cose e vedere cosa ne viene fuori. Chiamasi codesto collegamento dei tre strumenti Inserzione Righi, figura A5.1.

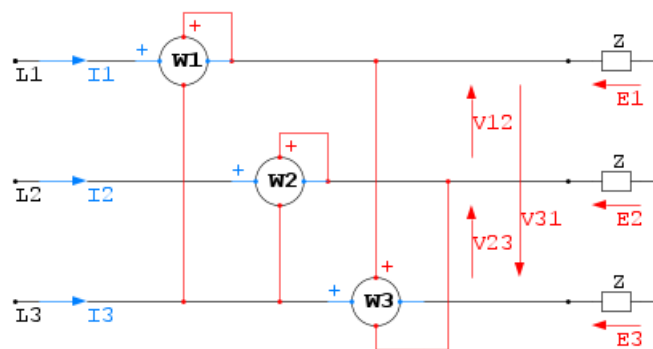


figura A5.1

Inserzione Righi (2 Wattmetri+1)

La domanda è la solita: cosa misurano i tre strumenti?

Risposta:

$$W_1 = V_{13} \cdot I_1 \cdot \cos \alpha;$$

$$W_2 = V_{23} \cdot I_2 \cdot \cos \beta;$$

$$W_3 = V_{12} \cdot I_3 \cdot \cos \gamma;$$

con: α , β , γ , gli angoli riportati in figura A5.2.

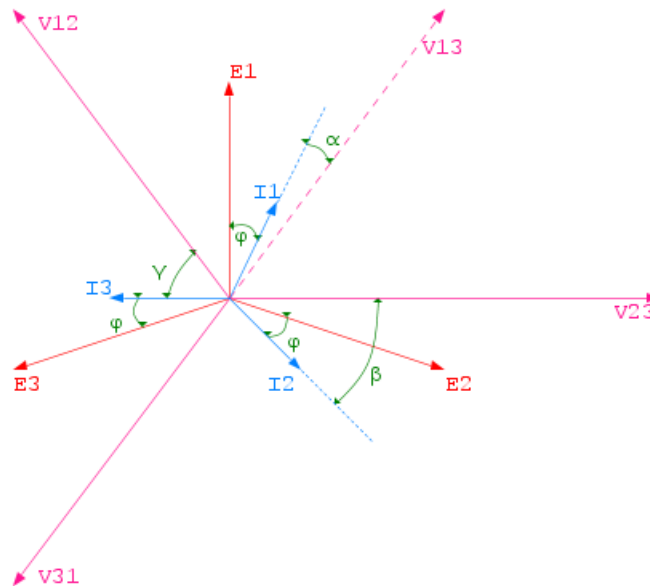


Figura A5.2

Ne risulta che le potenze del carico sono:

$P = W_1 + W_2$ la potenza attiva (sempre quella in watt);

$$Q = \frac{W_1 - W_2 + 2 \cdot W_3}{\sqrt{3}}$$
 la potenza reattiva (sempre quella in var)

inoltre:

- W_1 è la misura del wattmetro maggiore;
- W_2 la misura del wattmetro minore;
- W_3 La misura del wattmetro in quadratura.

Tale inserzione permette di rilevare tramite la misura fornita dai wattmetri sia la potenza attiva che quella reattiva sia nel caso di carichi equilibrati che nel caso di carichi squilibrati, sempre però con la terna di alimentazione simmetrica. Tale possibilità era negata dall'inserzione Aron che permetteva il rilievo della potenza reattiva solo ne caso di carichi equilibrati.

nota 1

essendo:

$$\alpha = 30^\circ - \varphi$$

$$\beta = 30^\circ + \varphi$$

$$\gamma = -90^\circ + \varphi$$

si avrà:

$$W_1 = V_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(30^\circ - \varphi)$$

$$W_2 = V_{23} \cdot I_2 \cdot \cos(30^\circ + \varphi)$$

$$W_3 = V_{12} \cdot I_3 \cdot \cos(-90^\circ + \varphi)$$

Sostituendo queste espressioni in quelle sopra scritte, utilizzate per calcolare le potenze, dopo opportune ed oculute manipolazioni matematico-trigonometriche si otterrà proprio ciò che ci si aspetterebbe per il calcolo delle potenze a seconda che il carico sia equilibrato o meno.

nota 2

per gli angoli si veda quanto già espresso nel caso dell'inserzione Aron

FINALE (visto che conclusioni l'avevo già scritto)

Sequenza di domande di marzulliana memoria (mi faccio domande e poi mi do una risposta).

- D: Quelle sopra dette sono le uniche possibilità di collegamento dei wattmetri nei sistemi trifase?
R: Magari!
- D: La trattazione matematica sopra descritta è quella rigorosa?
R: Magari!!
- D: Il testo sopra esposto è privo di errori?
R: Magari!!!
- D: I diagrammi vettoriali sono disegnati con precisione?
R: Magari!!!!
- D: ha davvero una sua utilità questo articolo?
R: Magari!!!!!
- D: Questo sarà il mio ultimo articolo sul blog?
R: Dopo che gli amministratori del sito lo avranno letto **SI!**

Bibliografia

- G. Conte - Elettrotecnica Generale (II ed.) - Hoepli
- L. Olivieri, E. Ravelli - Elettrotecnica (vol.1 - I ed. 1995) - CEDAM
- Praticamente tutto ElectroYou per quanto riguarda la sezione dedicata all'elettrotecnica

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Nunziato:della-misura-di-potenza-in-c-a-ed-altre-cose-che-possono-venire-fuori>"