



paolo carlizza (paolo.carlizza)

CALCOLO DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO DA PARTE DI UNA DISTRIBUZIONE DI CARICHE O DI CORRENTI-PARTE 3

2 December 2013

Ora ci fermiamo con la teoria e esecitiamoci in qualche applicazione su quanto scritto nelle due parti precedenti. Daremo alcune distribuzioni di campo-corrente sull'apertura di antenne rettangolari e circolari e vedremo i risultati nei casi che considerano la zona di Fraunhofer e quella di Frésnel.

Zona di Fraunhofer

Campo em dovuto ad una distribuzione costante sull'apertura

Consideriamo. un'apertura rettangolare di larghezza a ed altezza b . L'integrale di radiazione e' calcolato con una distribuzione di campo corrente pari convenzionalmente ad 1 e diventa, riandando ad esaminare la parte 2 di questa serie di articoli:

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \exp(jk \sin \theta \cos \phi x' + \sin \theta \sin \phi y') dx' dy'$$

Questo integrale diventa facilmente il prodotto di due integrali, dipendenti da x' ed y' ed il valore finale e' dato da:

$$\mathbf{F}(\theta, \phi) = ab \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \phi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \phi} \right] \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \phi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \phi} \right]$$

Chiaramente graficando per θ e ϕ contemporaneamente su una sfera di raggio r , non otteniamo chiare visualizzazioni di come e' distribuito il campo.

Ma prendendo gli andamenti per $\phi = 0$ e $\phi = \pi / 2$, si ottiene:

$$\mathbf{F}(\theta, 0) = ab \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta}$$

$$F(\theta, \pi/2) = ab \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta}$$

Si ottiene un diagramma per entrambe le posizioni citate di φ , ovvero per i piani x-z ed y-z, dove z e' l'asse perpendicolare all'apertura rettangolare. Ne consideriamo solo il modulo, trascurando l'inversione di fase a 180°. Il grafico, per semplicita' e' normalizzato ad 1 in ordinata ed in ascisse alla funzione $x = \frac{\pi d_l}{\lambda}$, con d_l pari ad a o b .

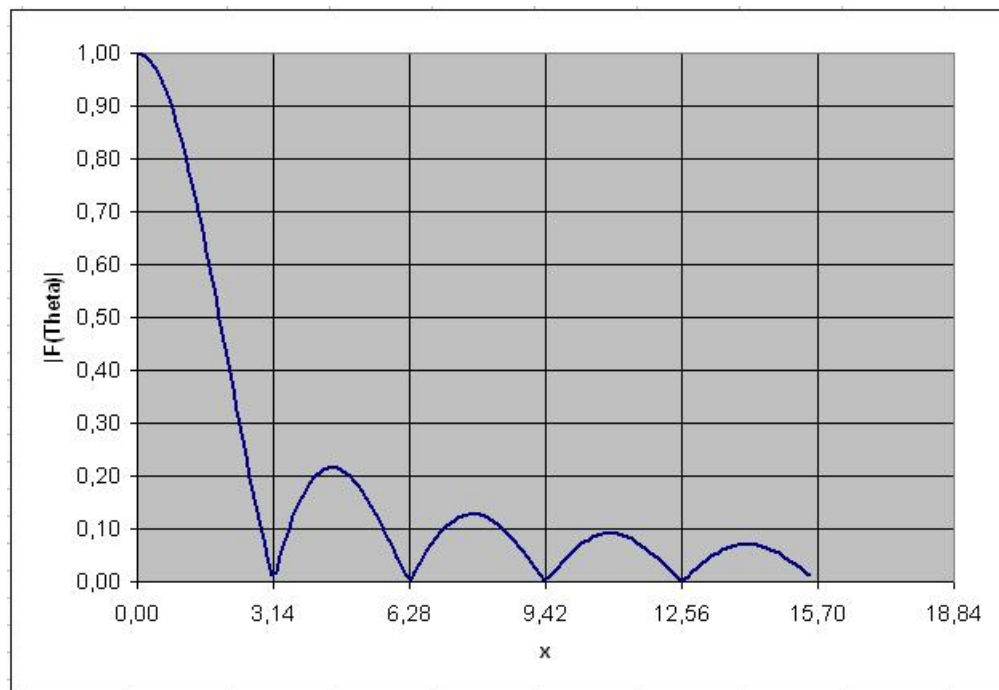


Fig. 4. Diagramma di radiazione per antenna ad apertura rettangolare a distribuzione costante

Come si vede, gli zeri sono ad ascisse x , multiple di π e gli angoli θ per cui il diagramma e' nullo sono dati dalla relazione:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{d_l}\right) \text{ con } d_l = a \text{ o } b.$$

La larghezza del lobo e' all'incirca e' data tra i primi due zeri negativo e positivo per le x , di conseguenza:

$$\theta_{lobo} \simeq 2 \frac{\lambda}{d_l}$$

Ma piu' volte e' considerata la larghezza del lobo a meta' potenza (a 3 dB) e si dimostra essere: $\theta_{3dB} \simeq 2 \frac{\lambda}{d_l}$

Per i massimi secondari oltre il primo che sta ad ascissa $x=0$ ci sono il primo secondario per $x=1.51$, il secondo $x=7.73$.

Infine l'intensita' dei massimi vale $\frac{1}{1+x_m^2}$, dove x_m e' l'ascissa x dei massimi, che si trovano a $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, con $n=1,2,3,\dots$

Campo em dovuto ad una distribuzione coseno sull'apertura

Stavolta la funzione d'illuminazione e' $f(x', y') = \cos\left(\frac{\pi x'}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y'}{\lambda}\right)$

Sempre risolvendo l'integrale doppio per separazione di variabili si ottiene:

$$F(\theta, \phi) = \frac{\pi ab}{4} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \phi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cos \phi\right)^2} \right] \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \phi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \sin \phi\right)^2} \right]$$

Se imponiamo $\phi = 0$ e $\phi = \pi / 2$, riotteniamo le proiezioni del modulo del diagramma di radiazione sui piani x-z ed y-z con z direzione di propagazione. Sono rimosse le fasi a 180° .

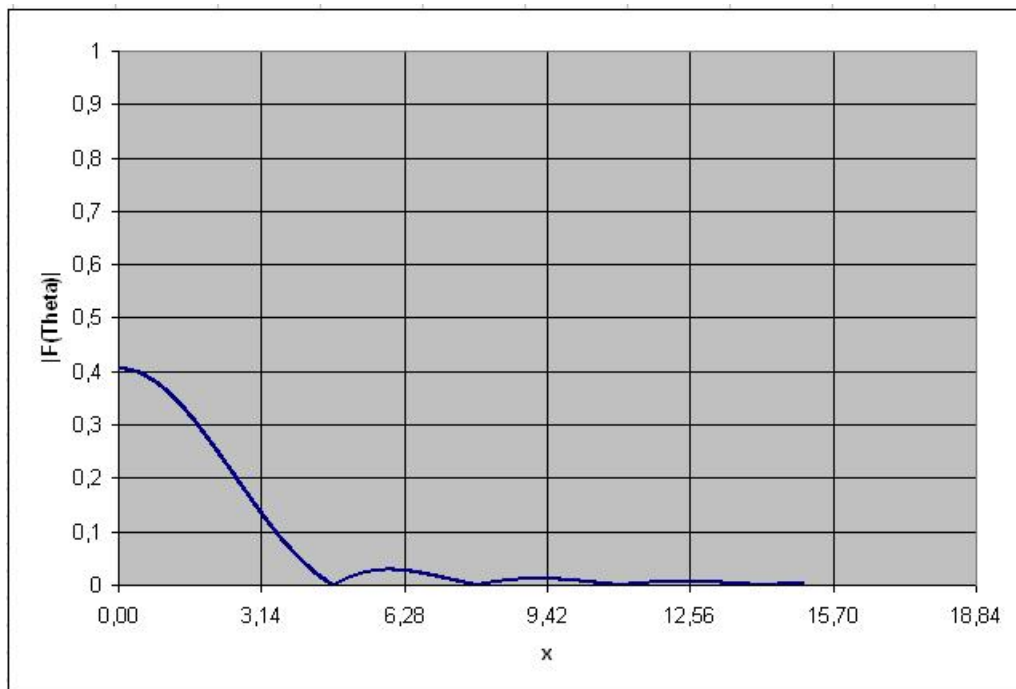


Fig. 5. Diagramma di radiazione per antenna ad apertura rettangolare con distribuzione coseno

Il diagramma e' normalizzato ad ampiezza unitaria e $x = \frac{\pi d_l}{\lambda}$

con $d_l = a$ o b , a seconda di quale sezione di φ si prenda.

Il primo zero compare a $x = \frac{3}{2}\pi$ e la dimensione del lobo e'

$$\theta_{3dB} \simeq 3 \left(\frac{\lambda}{a} \right), \text{ mentre la larghezza del fascio a 3 dB e' } \theta_{lobo} = 2 \left(\frac{\lambda}{a} \right)$$

Il primo lobo laterale e' al di sotto di 23 dB rispetto al lobo principale ed e' 10 dB piu' basso rispetto al corrispondente dell'illuminazione uniforme.

Campo em dovuto ad una distribuzione triangolare sull'apertura

Se la funzione e' di tipo unidimensionale, come la:

$$f(x') = 1 - 2 \frac{|x'|}{a}$$

La trasformata di Fourier e' immediata e data da (considerando il piano con $\varphi = 0$, ovvero quello x-z:

$$\mathbf{F}(\theta) = \frac{a}{2} \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{2\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{2\lambda} \sin \theta} \right]^2$$

Il diagramma di radiazione normalizzato ad ampiezza unitaria ed ad $x = \frac{\pi a}{2\lambda} \sin \theta$ e' riportato, come detto sul piano x-z, con z direzione di propagazione del campo em.

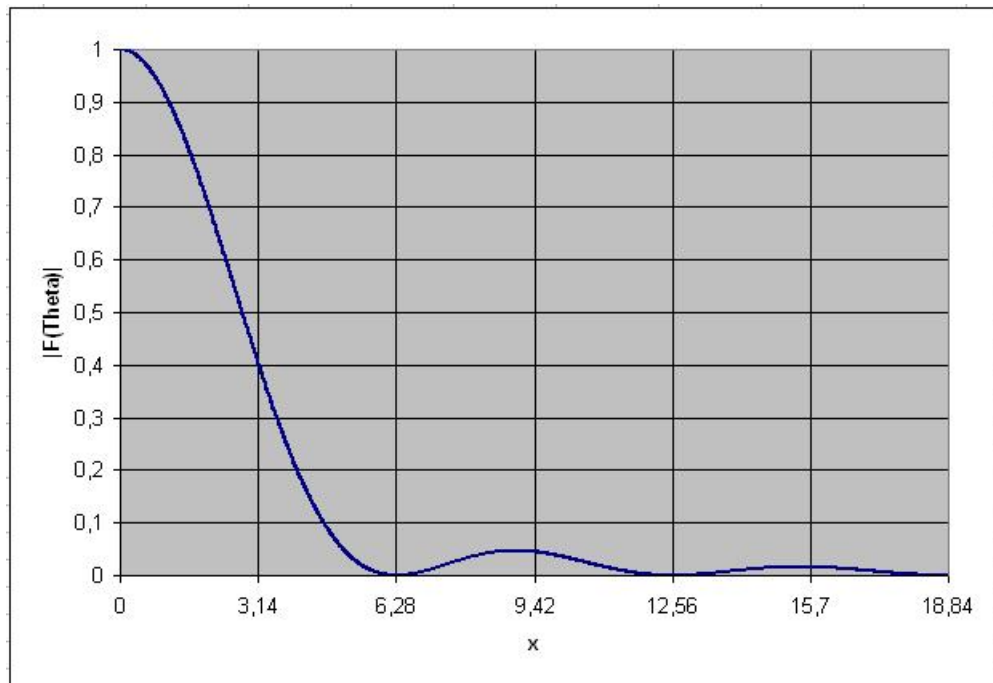


Fig. 4. Diagramma di radiazione per antenna ad apertura rettangolare a distribuzione costante

Con brevi e semplici uguaglianze si trova che:

$$\theta_{lobo} = 4 \left(\frac{\lambda}{a} \right)$$

$$\theta_{3dB} = 1.28 \left(\frac{\lambda}{a} \right)$$

mentre il primo lobo laterale si trova sotto 26.4 dB sotto il lobo principale.

Da questi esempi, si può capire se una illuminazione è più rastremata, ovvero decadente verso i bordi, i lobi secondari sono più bassi e questo torna utile a moltissime applicazioni per esempio nel campo radar e nella trasmissione dei segnali in generale.

Se si prendesse, per esempio una funzione di illuminazione che va con il coseno al cubo, addirittura il secondo lobo scenderebbe 40 dB sotto il lobo principale. Ma il compromesso che deve pagare una rastremazione più pronunciata è quella della crescita in larghezza del lobo principale.

Funzione d'illuminazione di apertura di antenna con sfasamento lineare

Un caso molto importante, per ottenere un diverso orientamento angolare nello spazio del lobo principale e' quello di quando si usa una funzione d'illuminazione sfasata proporzionalmente alla distanza dal centro dell'apertura. La funzione e' la seguente, sempre nel caso unidimensionale::

$$f(x') = f_0(x') \exp(-jkx' \sin \theta_0)$$

L'esponentiale della trasformata di Fourier ora contiene un esponente del tipo $jkx'(\sin \theta - \sin \theta_0)$ e questo significa, che si ottiene la trasformata della funzione $f(x')$ che non dipende solo da $\sin \theta$, ma dalla differenza $\sin \theta - \sin \theta_0$. Cioe' si passa da $F(\sin \theta)$ a $F(\sin \theta - \sin \theta_0)$.

Ossia, se l'ampiezza dell'illuminazione e' costante, per esempio e la fase e' del tipo appena descritto per la $f(x')$, il risultato ottenuto e' simile a quello dell'illuminazione uniforme senza sfasamento, ma traslato di $\sin \theta_0$.

E quindi si ottiene:

$$F(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{\pi a}{\lambda}(\sin \theta - \sin \theta_0)\right]}{\left[\frac{\pi a}{\lambda}(\sin \theta - \sin \theta_0)\right]}$$

La funzione di radiazione che vediamo in Fig.6 e' normalizzata ad 1 ed a $x = \frac{\pi a}{\lambda}(\sin \theta - \sin \theta_0)$, con uno sfasamento tale, da ruotare il lobo principale di $\theta_0 = \pi$.

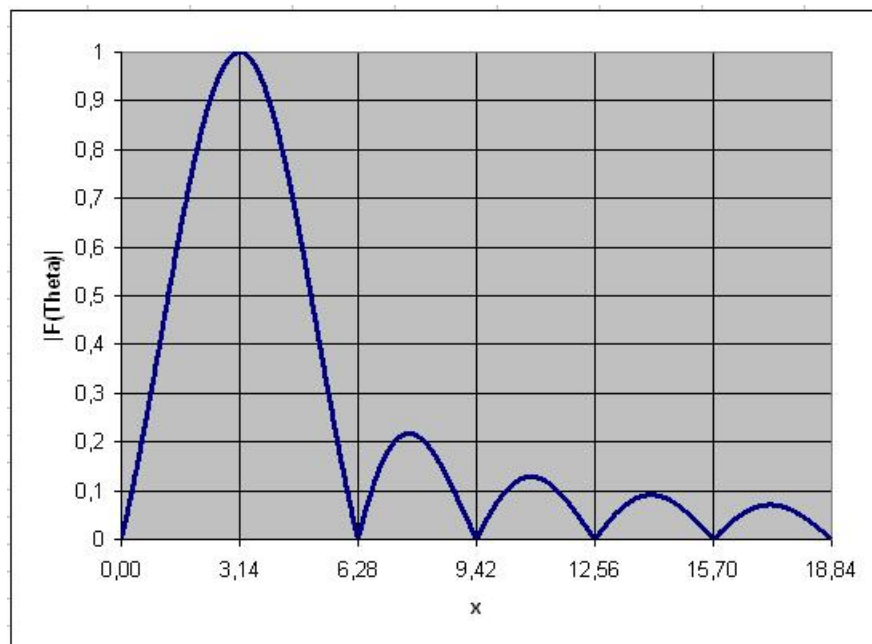


Fig. 6. Diagramma di radiazione per antenna ad apertura rettangolare con sfasamento lineare

Se la distribuzione di fase non è lineare nelle dimensioni dell'apertura, possono essere presenti, oltre ad uno spostamento del lobo principale, nella funzione di radiazione, delle distorsioni e mancanze di zeri.

(a continuare)

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Paolo.carlizza:calcolo-del-campo-elettromagnetico-da-parte-di-una-distribuzione-di-cariche-o-di-correnti-parte-3>"