



paolo carlizza (paolo.carlizza)

OGGI SI PARLA DI OTTICA...VEDIAMO COS'E' L'OLOGRAFIA.

7 March 2014

Il processo olografico e' un particolare metodo che si basa sulle proprietà della luce coerente (laser) e magari anche monocromatica (anche se esistono ologrammi a colori, ottenuti in genere da tre laser, che con la loro luce ricompongono i colori), che consente di registrare un'immagine su di un'emulsione fotografica e di riprodurla inviando un'onda piana delle stesse caratteristiche dei campi che hanno impressionato la lastra fotografica, su di essa e ritrovare nello spazio la stessa immagine tridimensionale che era immagazzinata.

Sembra una cosa incredibile, ma in effetti non lo e', se si va ad esaminare la metodologia, che porta a conservare nella trasmittanza l'informazione di fase dell'onda scatterata dell'oggetto sotto esame.

Infatti la fase per la visione tridimensionale e' veramente importante: noi abbiamo due occhi, proprio per rilevare le differenze di fase tra le immagini che pervengono ai nostri due occhi: questa differenza e' il motivo, per cui il cervello acquisisce l'effetto di profondita' tridimensionale, superando la visione a due dimensioni tipica di una fotografia.

Ed anche qui avviene lo stesso effetto sotto forma d'interferenza di due onde, formate da in fascio di riferimento collimato, tipo onda piana ed un fascio solitamente divergente che e' riflesso dall'oggetto che interessa, diretti verso un'emulsione fotografica.

Sembra incredibile, ma e' vero.

Un'ultima nota: per capire bene a fondo l'articolo si richiede la conoscenza di nozione di frequenza spaziale e della trasformata doppia di Fourier, che passa da (x,y) alla coppia di variabili frequenze spaziali (p,q) . Sicuramente aiuta sapere il metodo come sono trattate le onde piane, mediante i fasori e le notazioni come soluzioni dell'equazione di onde piane di Maxwell

Un po' di storia

In un primo tempo l'o. fu chiamata "ricostruzione del fronte d'onda". Essa fu inventata da D. Gabor nel 1948, durante una ricerca tendente ad aumentare il potere risolvante dei microscopi elettronici. Era ben noto che questi strumenti non potevano

mai raggiungere l'enorme potere risolvante potenziale delle onde di de Broglie, perché non è possibile costruire obiettivi elettronici perfetti. La lunghezza d'onda di de Broglie di elettroni veloci, circa $1/20$ di ångström, era sufficientemente piccola per risolvere i piani atomici, ma l'ottica elettronica era imperfetta. Il limite teorico a quel tempo era stimato in circa 4 Å , il doppio di quello richiesto per risolvere i piani atomici, e il limite pratico era di circa 12 Å . Questi limiti erano dati dalla necessità di restringere l'apertura delle lenti elettroniche a circa $5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$, angolo a cui l'errore di aberrazione sferica è circa uguale all'errore di diffrazione. Se si raddoppia questa apertura in modo da dimezzare l'errore di diffrazione, l'errore dovuto all'aberrazione sferica aumenta di circa 8 volte e l'immagine è irrimediabilmente rovinata. L'intenzione di Gabor era di ottenere delle migliori micrografie mediante un processo in due stadi. Nel primo stadio si faceva interferire su una lastra fotografica onde elettroniche diffratte e diffuse dall'oggetto con un fondo coerente costituito dalla stessa onda elettronica usata per illuminare. Questo interferogramma è l'"ologramma" (dal greco ὅλος = intero e γράφω = scrivo, poiché contiene l'intera informazione sul campo elettromagnetico registrato, ossia contiene informazioni sia sull'ampiezza sia sulla fase delle onde diffuse e diffratte dall'oggetto). L'immagine che si ottiene sulla lastra doveva poi essere resa comprensibile e ricostruita in un sistema ottico, che era una simulazione in scala e con le opportune correzioni del sistema elettro-ottico. W. L. Bragg aveva mostrato a Gabor, alcuni anni prima, il suo microscopio a raggi X, un dispositivo ottico a trasformata di Fourier. In esso si pone una piccola fotografia del reticolo reciproco e si ottiene una proiezione delle densità elettroniche. Questo però avviene solo in certi casi eccezionali, quando le fasi sono tutte reali e hanno lo stesso segno. A quel tempo sia Gabor sia Bragg non sapevano che M. Wolfke aveva proposto questo metodo nel 1920, senza realizzarlo sperimentalmente. L'idea del fondo coerente era già stata usata con grande successo da F. Zernike nelle sue notevoli investigazioni sulle aberrazioni delle lenti, ove delle radiazioni luminose erano state mostrate le fasi, e non solo le intensità. Il principio della ricostruzione era invece mancato a entrambi questi autori. Per mostrare la realizzabilità del suo metodo, Gabor eseguì delle prove sperimentali nel dominio ottico. Fu così provata la possibilità di attuazione pratica di questo metodo per la prima volta nel 1948 in un esperimento ottico. Gli esperimenti erano a quei tempi assai difficili a causa della scarsa coerenza delle sorgenti allora esistenti. Il miglior compromesso fra coerenza e intensità era fornito dalla lampada a mercurio ad alta pressione, che aveva una lunghezza di coerenza di soli $0,1 \text{ mm}$, sufficiente per circa 200 frange. Per avere coerenza spaziale si usava un diaframma di $3 \mu\text{m}$ di diametro. Si aveva così abbastanza luce per fare un ologramma di circa 1 cm di diametro di oggetti che erano microfotografie di circa 1 mm di diametro, con esposizioni di pochi minuti, usando le emulsioni più sensibili allora esistenti. La piccola lunghezza di coerenza obbligava a usare una disposizione tutta su un asse: quella che oggi è chiamata "o. in linea". Gli sforzi che negli anni Cinquanta furono così intrapresi da Gabor e dai suoi collaboratori per permettere ai microscopi elettronici di raggiungere poteri risolutivi dell'ordine dell'ångström

risultarono tuttavia alla fine vani. I microscopi elettronici di allora erano ancora assai lontani dall'aver raggiunto il limite imposto dalle aberrazioni ottiche. A quei primi lavori di Gabor seguirono studi di G. L. Rogers (1952) che ottenne fra l'altro il primo ologramma di fase, A. Baez (1952), Hussein-El-Sum e P. Kirckpatrick (1952) che lavorarono nelle olografie a raggi X. Negli anni seguenti l'o. trovò ben poche applicazioni a causa della debole intensità delle sorgenti coerenti disponibili in quei tempi. Essa ebbe però uno spettacolare impulso nel 1961, quando fu disponibile il laser come sorgente coerente estremamente intensa. I primi ologrammi eseguiti con laser, già di molto superiori a quelli del 1948, furono ottenuti da E. N. Leith e J. Upatnieks nel 1962. Nel 1963 E. N. Leith e J. Upatnieks pubblicarono il primo ologramma con laser. Il loro successo fu dovuto non solo al laser, ma alla lunga preparazione teorica di E. Leith che era iniziata nel 1955 in collaborazione con L. J. Cutrona, C. J. Palermo, L. J. Porcello e A. Vivian lavorando al problema del radar coerente a effetto Doppler, che a quel tempo era classificato come segreto. Gli ologrammi di Leith e Upatnieks furono ottenuti usando un semplice ed efficace metodo per eliminare la seconda immagine: il "metodo dell'onda sghemba" che sarà descritto più avanti, reso possibile dalla grande lunghezza di coerenza del laser a elio-neo che già nel 1962 era circa 3000 volte maggiore di quella della lampada a mercurio. L'interesse speciale di queste immagini è che esse sono ricostituzioni da un unico ologramma, preso con differenti posizioni del fascio di riferimento. Questa fu la prima prova della superiore capacità d'immagazzinamento dell'informazione degli ologrammi. Leith e Upatnieks poterono presto immagazzinare 12 differenti immagini in una emulsione. Oggi si possono immagazzinare 100 o anche 300 pagine scritte in un'area che sarebbe in fotografia ordinaria sufficiente per una sola pagina. Si ebbero poi rapidi progressi. Il risultato più spettacolare fu l'o. di oggetti tridimensionali. L'o. è per sua natura tridimensionale, ma nei primi piccoli ologrammi di Gabor l'osservazione era possibile solo foccheggiando con un microscopio o una lente d'ingrandimento a corta focale. Le prime importanti caratteristiche dell'o. furono che essa era un metodo di fotografia di oggetti tridimensionali, senza lenti; seguirono poi la possibilità di eseguire in questo modo la ricostruzione di oggetti tridimensionali nei loro colori naturali, l'interferometria olografica, il riconoscimento delle forme, la pulizia delle immagini e molte altre.

Applicazioni dell'olografia

Le molteplici applicazioni dell'olografia

Inizialmente, la creazione di ologrammi era nel regno di semplici curiosi, ma con l'avanzamento di nuove tecnologie stanno emergendo applicazioni sempre più utili. I più importanti sono quelli che hanno a che fare con la sicurezza Carte di credito cr. Ologrammi compaiono su questi dispositivi, così come CD e DVD, per impedire la falsificazione in quanto sono molto difficili da riprodurre.

Tambien è un'applicazione molto utile per il campo della medicina, perché grazie a questo sistema sono realizzati in DICAS immagini tridimensionali che vengono utilizzati in biomedicina, medicina nucleare, Optometria odontologica.

GRANDE CAPACITÀ DI MEMORIA

Una delle aree che hanno il maggior potenziale è la conservazione e la riproduzione delle informazioni. Le memorie olografiche hanno molta più capacità rispetto ad oggi. Ad esempio, un CD può memorizzare circa 700 megabyte, mentre un disco olografico in grado di memorizzare 1 terabyte. La spiegazione è che per salvare un'immagine, una memoria digitale si scompone in piccole unità o pixel, mentre la memoria olografica memorizza l'immagine come una singola unità, quindi la capacità è molto maggiore.

APPLICAZIONE DI INGEGNERIA COSTRUTTIVA E MECCANICA

Si riescono ad intravedere le linee degli sforzi in un oggetto o modello posto in movimento da una sollecitazione opportuna.

PUBBLICITÀ E OLOGRAFICA INTRATTENIMENTO

Questo è uno dei primi usi a cui essa ha dato, come una forma d'arte e di intrattenimento, ma qui sta il suo grande fascino e molto del suo potenziale è sviluppato in cerca di divertimento. Il fatto che si può guardare un film in tre dimensioni, significa che il prossimo passo è quello di godere l'immagine olografica. Una delle prime applicazioni è nel campo della pubblicità, dove una società colombiana ha già sviluppato un display olografico che proietta le immagini dei prodotti in vendita in tre dimensioni, con vista a 360 gradi senza bisogno di occhiali. Inoltre, gli scienziati giapponesi a lavorare su immagini olografiche che possono essere toccate. Fino ad ora, queste immagini potrebbero essere trasferiti a mano, ma l'applicazione di onde ultrasoniche si sta sviluppando un software che crea pressione quando la mano tocca l'ologramma. Le possibilità di questi ologrammi tattili sono molteplici, come interruttori che appaiono in caso di necessità o di sostituire determinati oggetti fisici.

PROBLEMI TECNICI DI OLOGRAMMI

Nonostante tutto permesso, siamo ancora lontani dal momento in cui ogni persona può avere il proprio giocatore olografico. Aziende come Sony, IO2Technology o ViZoo hanno sviluppato i loro dispositivi. Quello che succede è che è molto complesso e nei sistemi video attuali si richiede anche enorme larghezza di banda per trasmettere il segnale, dal momento che, come abbiamo accennato sopra, non è diviso in pixel, ma ogni immagine viene trasmesso come una singola unità.

TUTTAVIA, TELEVISIONE TRIDIMENSIONALE È PIÙ UN SOGNO.

Toshiba commercializza una prima generazione di apparecchi 3D senza occhiali, ma è ancora una tecnologia molto limitata e, naturalmente, non diventare come quelle immagini vengono trasmesse nelle guerre. Ma il percorso iniziato nel secolo scorso, è ancora aperto e in movimento e guardare la TV un paio di anni sarà un'esperienza per tutti i sensi.

L'emulsione fotografica

L'emulsione fotografica è costituita da una lastra formata da granuli di alogenuri d'argento, che sottoposto ad eccitazione luminosa si trasforma in argento, che assume gradazioni scure proporzionalmente all'intensità incidente. Una volta esposta la lastra viene sottoposta a fissaggio, per liberarsi da ulteriori residui di alogenuri, che nuovamente colpiti da illuminazione si trasformino in argento. Le moderne emulsioni fotografiche sono costituite da 5000 linee/mm, mentre la densità di energia luminosa che rende efficiente il funzionamento di queste lastre è da qualche mJ / m^2 a mezzo J / m^2 . La grandezza che agisce sulla lastra è l'intensità I_i , intensità luminosa espressa come quadrato del modulo della disturbanza, valore del quadrato del modulo dell'intensità del campo elettromagnetico scalare. Viene definita come densità D come

$$D = \log \left(\frac{I_i}{I_e} \right)$$

dove I_i è l'intensità incidente e I_e quella uscente dalla lastra fotografica. Se si fa riferimento alla funzione di trasmissione τ del campo che incide attraverso l'emulsione si può definire la Densità in funzione di essa, come

$$D = \log \left(\frac{1}{|\tau|^2} \right).$$

Si parla anche di esposizione E , che è data dal prodotto tra l'intensità I ed il tempo di esposizione Δt .

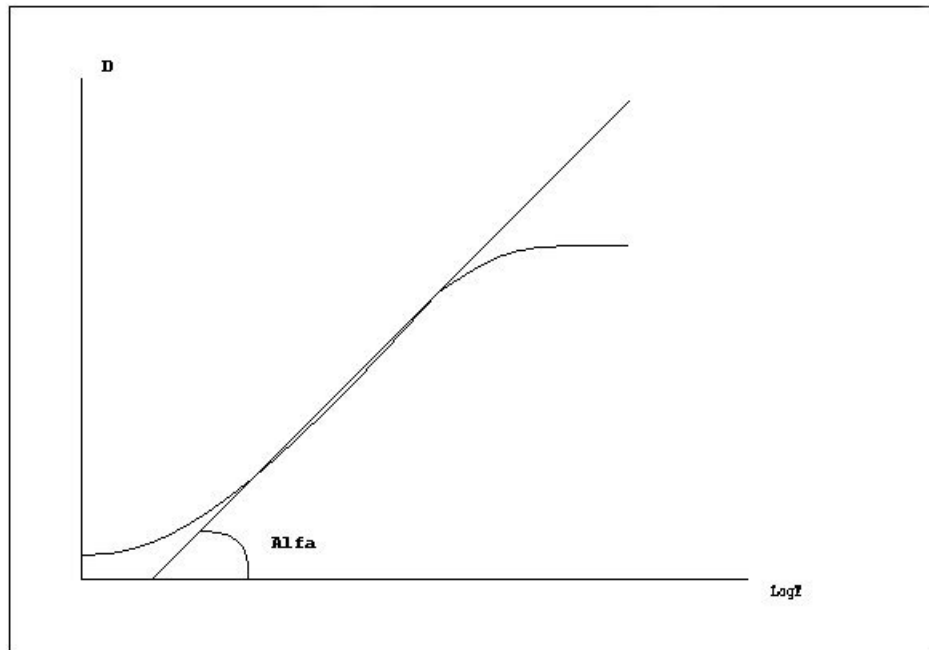


Fig.1. Andamento della densità dell'emulsione fotografica.

L'inclinazione della curva che è la tangente dall'angolo alfa è detto gamma o contrasto, dove se esso è alto piccole variazioni dell'intensità danno forti variazioni di densità. Il Gamma dipende dal tempo di bagno di sviluppo usato e anche dalla temperatura. Ma sono più usate le curve che mettono in relazione la trasmittanza con l'esposizione e la funzione può essere approssimata nella zona lineare alla retta

$$\tau = \alpha - \beta \cdot I$$

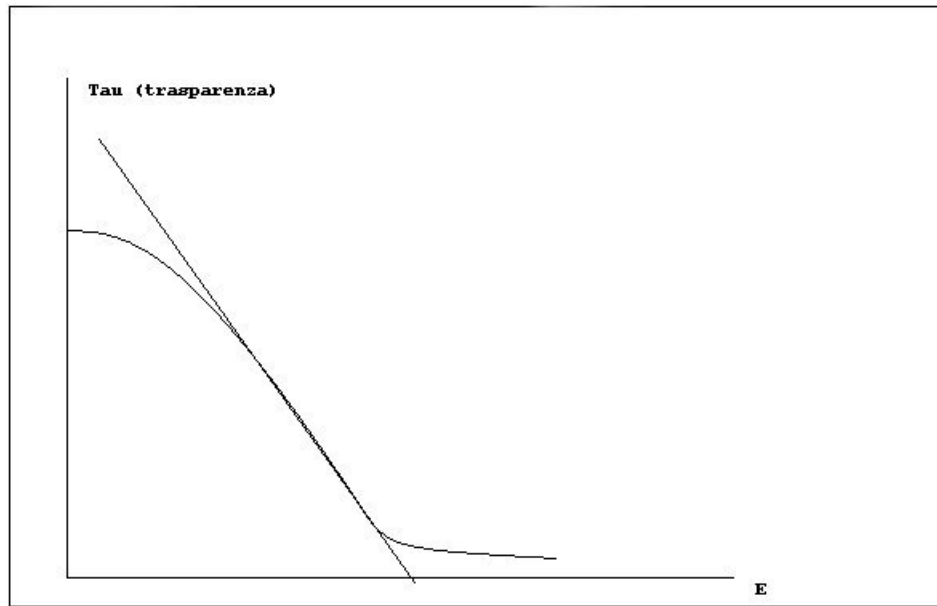


Fig. 2. Trasparenza della lastra fotografica impressionata

Dopo aver trattato queste questioni preliminari, che ci fanno capire come viene impressionata una lastra fotografica, sotto lo stimolo di una energia luminosa coerente, andiamo nel vivo dell'articolo.

Costruzione di un ologramma

La costruzione di un ologramma parte prima di tutto dal fatto di impressionare una lastra fotografica mediante la luce laser che viene scatterata dall'oggetto da rappresentare, che va ad interferire con un altro fascio laser di riferimento di solito collimato, modo da creare delle frange d'interferenza sulla lastra stessa, le quali danno l'andamento della trasmittanza τ . Se noi siamo consapevoli che noi vediamo in tre dimensioni perché i nostri occhi percepiscono la differenza di fase dei raggi di luce che vi arrivano, allora possiamo dire di stare a buon punto affermando che nel reticolo di diffrazione che si forma sulla lastra fotografica per trasmittanza, viene immagazzinata l'informazione di fase dei punti che costituiscono l'oggetto da rappresentare. Ed allora come si ricostruisce l'oggetto tridimensionale, una volta capite queste cose: semplicemente riinviando il fascio di riferimento sulla lastra, con la stessa angolatura usata in fase di costruzione. Quindi nella Figura 3 possiamo vedere un set strumentale, che può produrre un ologramma. Una sorgente laser produce un fascio monocromatico che viene splittato in due altrettanti fasci da uno splitter, in modo che questi mantengano la coerenza spaziale e temporale, cosa necessaria per ottenere le frange d'interferenza sulla lastra. Il fascio collimato dell'onda laser di riferimento è ottenuto da un collimatore, che forma alla fine

un'onda piana con il fronte dotato di una certa estensione laterale, mentre l'altro raggio laser separato con un gioco di riflessione di uno specchio e l'intervento di una lente divergente puo' illuminare l'oggetto nella sua estensione. Anche la posizione della lastra fotografica viene trovata agendo con uno specchio per il fascio di riferimento, prima del collimatore. In questo modo sulla lastra fotografica incidono l'onda laser del fascio collimato e la luce, sempre laser scatterata dall'oggetto, verso la stessa lastra.

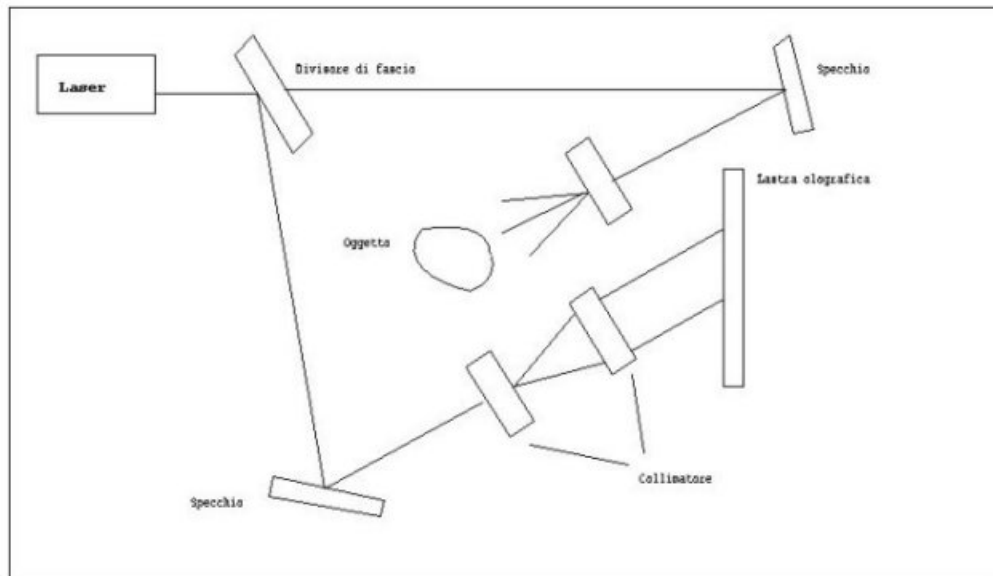


Fig.3. Set olografico

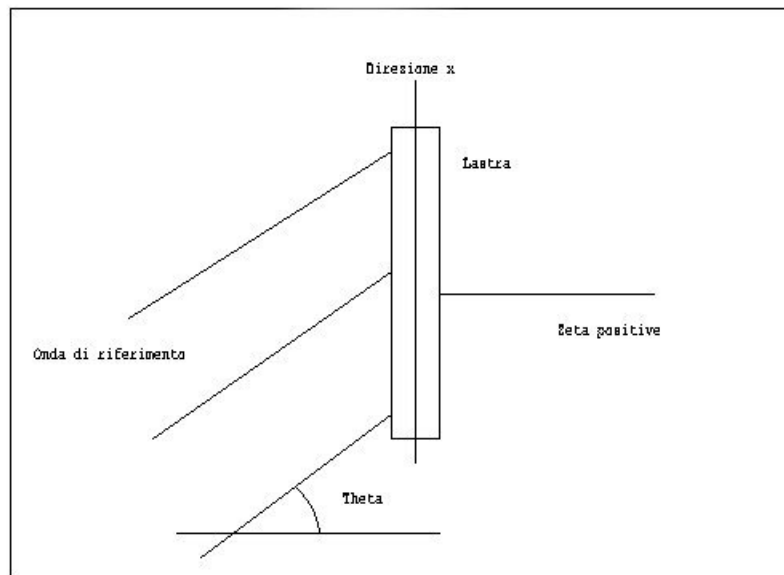


Fig. 4. Fascio di riferimento

Chiaramente tutte queste osservazioni sono confortate da una teoria fisico-matematica, che dimostra con semplicità quanto asserito. Lasciamo da parte la configurazione di costruzione dell'ologramma di Gabor, dove il fascio di riferimento e l'onda riflessa dall'oggetto hanno le stesse direzioni di propagazione medie. Invece studieremo la configurazione fuori asse, che è quella più usata. Riferendoci alle figure 3 e 4, la posizione del fascio di riferimento rispetto alla lastra è inclinata di un angolo θ rispetto alla normale positiva della lastra, nel senso della propagazione z . L'onda piana collimata è caratterizzata da una frequenza spaziale $k_x = 2 \cdot \pi \cdot p_R$, dove p_R è la frequenza spaziale relativa all'asse x , contenuto in direzione verticale, dentro la lastra stessa e per questo la sua espressione è del tipo $A_R \exp(ik_{Rx}x)$, con $k_{Rx} = k \sin \theta$, mentre il campo scatterato dall'oggetto verso la lastra è $V_S(x,y)$, con direzione media verso z . Il campo che incide sulla lastra è

$$V_{Oc}(x,y) = A_R \exp(ik_{Rx}x) + V_S(x,y)$$

La sua intensità sarà il prodotto del campo per il suo coniugato, ovvero:

$$I_{Oc}(x,y) = |A_R|^2 + |V_S(x,y)|^2 + A_R^* \exp(-ik_{Rx}x) V_S(x,y) + A_R \exp(ik_{Rx}x) V_S^*(x,y)$$

Se la funzione di trasmissione dell'emulsione fotografica è del tipo

$$\tau_O(x,y) = \tau_{OM} - \beta I_{Oc}(x,y), \text{ con } \tau_{OM} \text{ e } \beta \text{ costanti.}$$

una volta impressionata la lastra con la precedente tramittanza, ricostruiamo l'oggetto, colpendo la lastra con la stessa onda collimata, con direzione diagonale rispetto alla stessa lastra con un angolo θ .

Si ottiene:

$$\begin{aligned} V_{Or}(x,y) = & A_R^* \exp(ik_{Rx}x) (\tau_{OM} - \beta |A_R|^2) + \\ & - \beta A_R |V_S(x,y)|^2 \exp(ik_{Rx}x) + \\ & - \beta |A_R|^2 V_S(x,y) - \beta A_R^2 \exp(2ik_{Rx}x) V_S(x,y)^* \end{aligned}$$

Andando a riconoscere i vari termini si nota che:

- il primo è l'onda indiffratta del fascio di riferimento
- il secondo è caratterizzato da una modulazione trasversale e si muove mediamente verso la direzione del riferimento.
- il terzo ricostituisce in maniera attenuata l'immagine con uno sfasamento di $-\pi$ e questo è dovuto alla lastra dove è stato impressionato il negativo. Si poteva eliminare creando una copia positiva della lastra stessa.

- l'ultimo termine ricostruisce in forma attenuata e sfasata di 180 gradi, il coniugato del campo oggetto con un angolo maggiore di θ essendo la fase in x doppia.

Ora il problema e' di vedere in quali condizioni i due campi V_S e V_S^* siano separati spazialmente per poter essere immagini distinguibili.

Se $k_{Rx} = 2\pi p_R$, con p_R frequenza spaziale dell'onda secondo l'asse x, andando a calcolare la trasformata doppia di Fourier da (x,y,z) della disturbanza complessiva in (p,q), si ottiene lo spettro V_{Oc}^T dei segnali di costruzione, che risulta essere $A_R\delta(p - p_R, q) + V_S^T(p, q)$, che sul piano delle frequenze p e q e' dato da un'area sparsa attorno all'origine e da un punto impulsivo in $p = P_R$. L'apice T significa che il segnale che si considera e' nel dominio delle trasformate (p,q) o frequenze spaziali. Il punto impulsivo rappresenta il fascio collimato di riferimento, mentre l'areola e' dato dal complesso delle frequenze spaziali dell'onda scatterata dall'oggetto.

Parimenti si puo' calcolare lo spettro di $V_{Or}^T(p, q)$, tenendo presente il teorema dell'autocorrelazione e della modulazione per le trasformate di Fourier.

$$V_{Or}^T = A_R(\tau_{OM} - \beta|A_R|^2)\delta(p - p_R, q) + -\beta A_R(V_S^T \otimes V_S^T)(p - p_R, q) + -\beta|A_R|^2 V_S^T(p, q) - \beta A_R^2 V_S^*(-p, +2p_R, -q)$$

Nello spazio (p,q) vedremo ora tre aree, di cui una centrata all'origine, $(V_S^T(p, q))$, tra $-p_S$ e p_S , un'altra area di larghezza nella direzione p di $4p_S$, centrata su P_R , corrispondente all'autocorrelazione di $V_S^T(p, q)$ ed una terza area centrata in $2p_R$, corrispondente al segnale coniugato. La condizione di separazione tra dell'immagine da prodotti non voluti, esiste olo se $P_R > = 3P_S$. In Figg. 5 e 6 e' illustrata tutta la situazione.

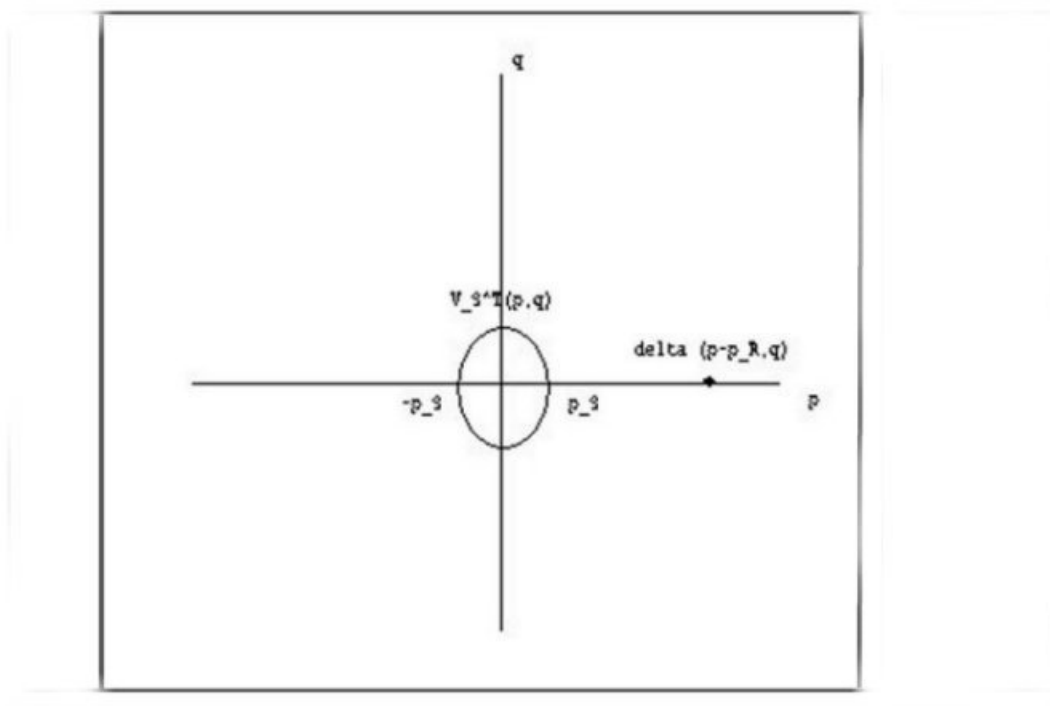


Fig. 5. Trasformata in p e q delle onde incidenti sulla lastra per la costruzione dell'ologramma

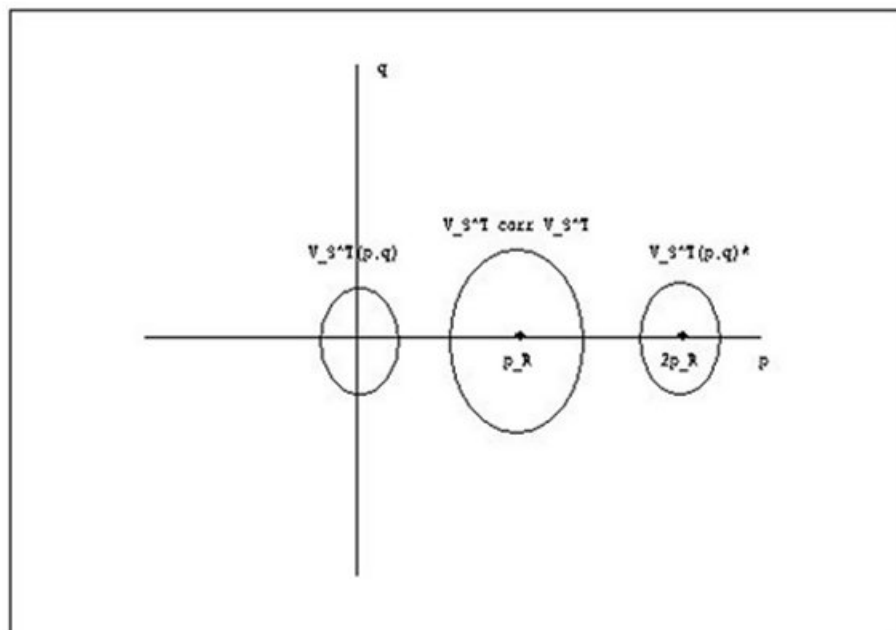


Fig. 6. Trasformata in p e q delle onde riflesse dalla lastra per la ricostruzione dell'ologramma

Il fatto di avere un'immagine coniugata costituita da frequenze spaziali doppie rispetto all'immagine reale non coniugata, per spostamenti d'osservazione verso le x positive, dà un effetto di deformazione, che può essere ovviato, inviando in ricostruzione il fascio di riferimento collimato perpendicolare alla lastra e questo si può vedere ricalcolando le onde ricostruite e le trasformate di Fourier spaziali.

Appendice

1. Trasformata di Fourier spaziale di una disturbanza ottica $V(x,y,z)$

Data una funzione delle tre coordinate spaziali (x,y,z) , detta $V(x,y,z)$, che può essere identificata con la disturbanza o campo elettromagnetico ottico nello spazio (x,y,z) , che si propaga in direzione delle z , è definita la sua trasformata di Fourier spaziale il seguente integrale:

$$A_z(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y, z) \exp(-i2\pi px - i2\pi qy) dx dy ,$$

dove p e q , dette frequenze spaziali sono definite come

$$p = \frac{k_x}{2\pi} \quad q = \frac{k_y}{2\pi}$$

in cui k_x e k_y sono le componenti in x e y del vettore di propagazione $k_x x_0 + k_y y_0 + k_z z_0$, in caso di onde piane. Infatti osservando l'antitrasformata corrispondente:

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(p, q) \exp(i2\pi px + i2\pi qy) dp dq ,$$

notiamo che la $v(x,y,z)$ non è che la sommatoria di infinite onde piane di ampiezza infinitesima $A_z(p,q)dpdq$.

$A_z(p,q)$, si può scrivere anche nella forma $A_z(p,q) = A_0(p,q)\exp(i2\pi mz)$, dove è evidenziata la componente di propagazione in z .

Le frequenze spaziali danno l'idea come una singola onda piana componente infinitesima sia diretta rispetto agli assi coordinati (x,y) , ovvero come è distribuito l'intera disturbanza sotto il profilo angolare, poiché possediamo anche la componente di k in z .

Ovviamente questa trattazione è insufficiente per essere compresa a fondo, ma dà l'idea di alcuni concetti importanti di come sia composta una disturbanza ottica.

2. Il diagramma della funzione $\text{rect}(x/X)$.

La funzione $\text{rect}(x/X)$ è definita pari a $1/X$ nell'intervallo tra $-X/2$ e $X/2$ e zero altrove, mantenendo l'area pari ad uno, essendo normalizzata. Facendo tendere X a zero, l'ampiezza diventa infinita, mentre l'esistenza della $\text{rect}(x/X)$ si limita al punto $x=0$, sull'asse delle y , diventando una Dirac $\delta(x)$

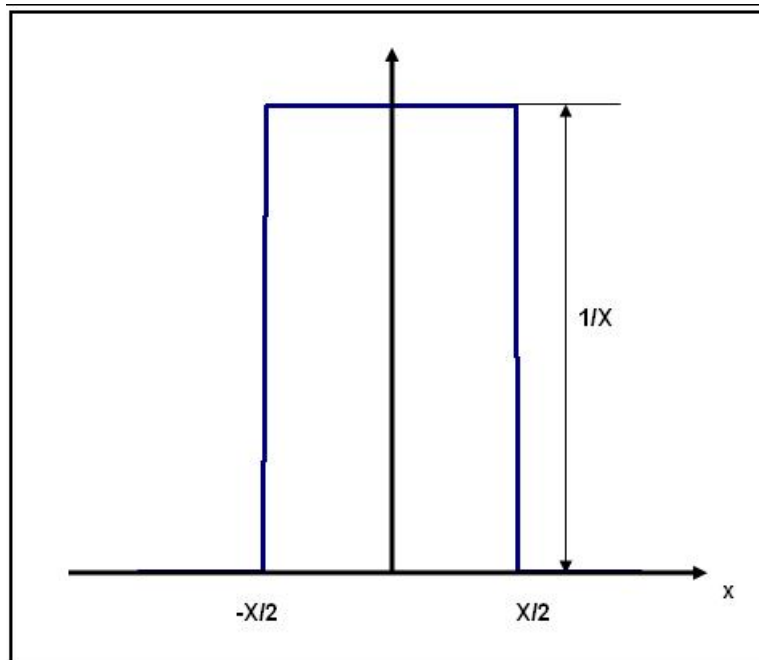


Fig. 7. La funzione $\text{rect}(x/X)$

3. La funzione di Dirac

Prendendo il caso ad una dimensione, la funzione di Dirac $\delta(x)$ si ottiene dal limite all'infinito di un parametro n di un certo numero di funzioni pari, che tendono ad una funzione limite, che va all'infinito nell'origine delle coordinate, pur essendo caratterizzata da una certa ampiezza o area che la moltiplica e vale 0 per tutti gli altri punti dell'asse x delle coordinate. La proprietà principale che l'integrale della Dirac esteso tra $-\infty$ e $+\infty$ deve essere sempre uguale ad uno. Ossia:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$

Poi valgono altre due relazioni che la definiscono come funzione di campionamento, ovvero:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0)$$

e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x-x_0)dx = f(x_0)$$

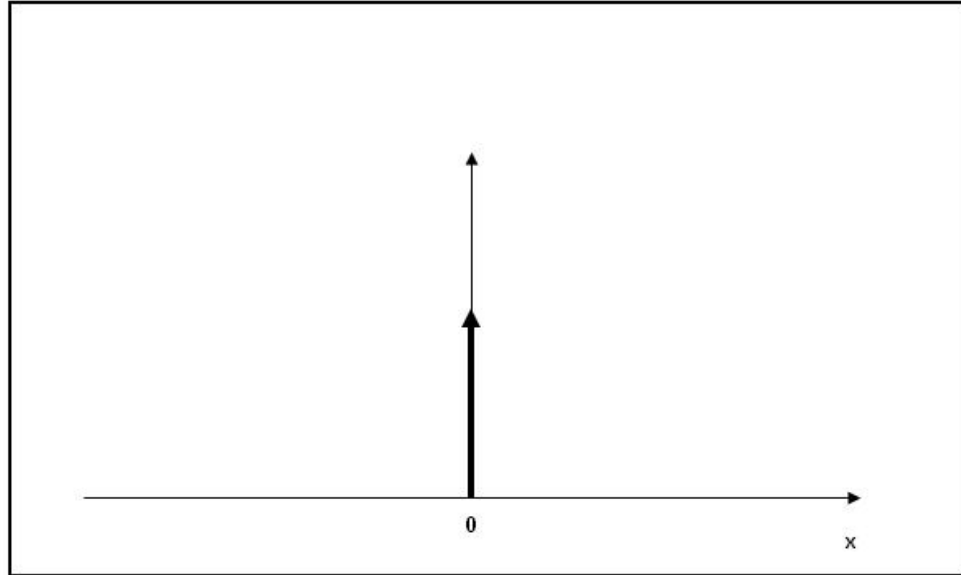


Fig. 8. La funzione delta(x) di Dirac unidimensionale.

La funzione di Dirac può essere ottenuta anche dalla funzione $\text{rect}(x/X)$, definita e illustrata nel punto 2 di questa appendice. Avendo definito una $\delta(x)$, possiamo dire che nel caso unidimensionale, che la trasformata di Fourier di una costante è proprio una Dirac, ma se questa costante è moltiplicata per un'esponenziale la variabile indipendente è traslata del valore costante ad esponente della stessa variabile trasformata. Ossia abbiamo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A \exp(i2\pi p_0 x) dx = A\delta(p - p_0).$$

La Dirac a due dimensioni si riduce ovviamente al punto di coordinata, dove essa è centrata, con valore tendente all'infinito ed area unitaria, mentre la funzione $\text{rect}(x/X, y/Y)$ è una scatola parallelepipedica con i lati orizzontali diretti verso gli assi x ed y , limitata tra $-X/2$ e $X/2$ e tra $-Y/2$ e $Y/2$, di altezza pari ad $1/(XY)$, avendosi così volume costante pari sempre a 1, per la consueta normalizzazione.

La convoluzione e l'autocorrelazione

Per completare le informazioni di questa Appendice è utile introdurre le informazioni sulle funzioni di convoluzione ed autocorrelazione.

La convoluzione, di solito rappresenta la risposta in uscita $y(t)$ di un sistema avente una risposta impulsiva $h(t)$, con uno stimolo in ingresso del tipo $x(\tau)$ ed e' esprimibile tramite l'integrale seguente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau$$

La sua trasformata di Fourier unidimensionale, ottenuta con alcuni accorgimenti di calcolo abbastanza semplici da' il prodotto $X(f)*h(f)$, che rappresenta il prodotto tra la funzione tra l'ingresso e la funzione di trasferimento.

L'autocorrelazione discende dalla funzione di intercorrelazione tra due segnali $x(y)$ ed $y(t)$ e da' il grado di similitudine matematica tra le due, a distanza di un certo "tempo" spaziale e temporale τ dell'una dall'altra. Quindi ponendo $y(t)$ ad $x(t)$, si ottiene l'autocorrelazione, che da' la misura di quanto una replica del segnale traslato di un "tempo" spaziale o temporale τ sia simile matematicamente all'originale. Questa funzione e' usata nelle teorie di coerenza spaziale e temporale ed e' trasportabile anche a piu' dimensioni. Nel caso piu' semplice l'autocorrelazione e' data da:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)^*x(t + \tau)d\tau$$

La sua trasformata di Fourier, se il segnale e' di energia non e' che il modulo al quadrato $|X(f)|^2$ della trasformata di Fourier del segnale stesso, sia temporale, che spaziale, mentre se il segnale e' di potenza la trasformata di Fourier ne e' la densita' spettrale di potenza. L'autocorrelazione tra segnali e' indicata col simbolo $x(t) \otimes x(t)$. Esistono anche le proprieta' inverse di trasformazione e che enunciano:

- La trasformata di Fourier di un prodotto di due funzioni nel dominio t unidimensionale e' la convoluzione nel dominio f , mentre la trasformata di Fourier dell'energia del segnale in t e' l'autocorrelazione in f .

Riferimenti bibliografici e web

Per quanto riguarda gli sviluppi storici:

- http://www.treccani.it/enciclopedia/olografia_%28Enciclopedia_Italiana%29/Treccani

Per quanto riguarda l'olografia in generale come teoria e tecnica:

- Franco Gori - Elementi di Ottica - Accademica Roma 1997, Capitolo 1. Diffrazione.

- Franco Gori - Elementi di Ottica - Accademica Roma 1997, Capitolo 8. Olografia.

Il prof. Franco Gori ha operato all'università "La Sapienza 1" negli anni '80-'90 del secolo scorso ed opera tuttora all'università "La Sapienza Roma 3" ed è stato per anni presso "la Sapienza 1" direttore dell'istituto di Fisica". La sua specializzazione è nell'ottica generale, geometrica ed in quella quantistica e a suo tempo è stato mio grande maestro e tutore nella compilazione della mia tesi in Ottica sui deflettori olografici, atti a scansionare i codici a barre, nell'anno accademico di grazia del 1982-1983. Attualmente lavora all'università Roma Tre nel dipartimento di Fisica e Matematica ed in qualità di Professore Eminente collabora in un gruppo di ricerca, che si occupa di nuovissimi aspetti sulla teoria della coerenza della luce. Inoltre è preside della facoltà d'Ingegneria ed è insegnante titolare del corso Elettronica Quantistica.

- Informazioni su funzioni speciali tipo la $\text{rect}(x/X)$ e la Dirac a più dimensioni ed i procedimenti di calcolo delle trasformate e delle correlazioni ed autocorrelazioni di segnale, si trovano sui libri specializzati o sui testi universitari di Analisi III o Complementi di Matematica (Proff. Ghizzetti, Rosati ed Ossicini) e su testi Teoria dei Segnali del prof. Mandarinì. Tutti questi testi, tranne quelli specializzati, sono relativi ai corsi universitari a "La Sapienza di Roma" negli ultimi trent'anni.

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Paolo.carlizza:oggi-si-parla-di-ottica-vediamo-cos-e-l-olografia>"