



Renzo DF (RenzoDF)

MAGNETI PERMANENTI. 1

11 April 2009

Abstract

Da una discussione del forum di Elettrotecnica, un esempio di calcolo per un circuito magnetico con magnete permanente.

Introduzione

Si affronta in questo articolo, un argomento molto spesso trascurato o considerato come marginale da molti testi e corsi di Elettrotecnica; i circuiti con magneti permanenti.

Dopo una brevissima ma indispensabile introduzione al ciclo di isteresi magnetica, verrà affrontato un esempio di calcolo numerico, relativo ad uno studio preliminare di progettazione per un motore BL.

Ciclo di isteresi

Come noto l'analisi dei circuiti magnetici, pur essendo assimilabile a quella dei circuiti elettrici in regime continuo, presenta un "serio" problema di calcolo dei parametri dovuto all'effetto memoria dei materiali magnetici. Quando si parla di materiali magnetici nel campo dell'elettrotecnica ed in particolare delle macchine elettriche, si intendono i materiali ferromagnetici [1], primo fra tutti il ferro, ma anche il nichel il cobalto ed altri [8].

Detti materiali non solo presentano una caratteristica induzione-campo magnetico non lineare, ma detta caratteristica non risulta reversibile e porta a dover considerare, nei casi più semplici, dei cicli chiusi sul piano B-H, detti "*cicli di isteresi*" cfr. fig.1.

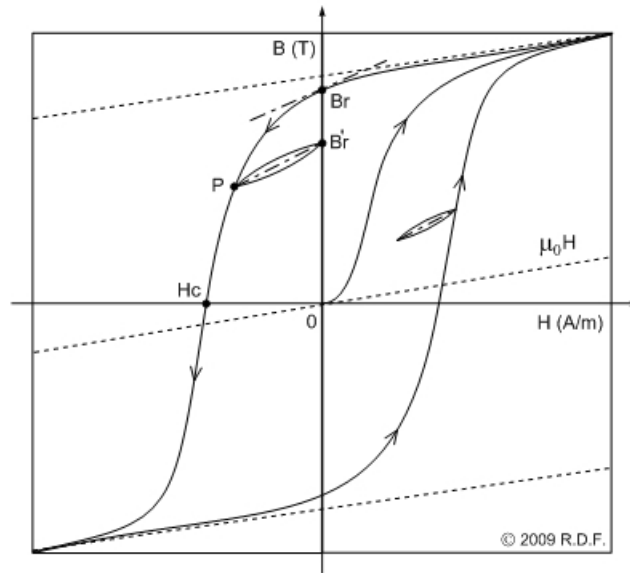


fig. 1

Il discorso si complica se i limiti di variazione del campo non sono simmetrici; in questo caso vengono a presentarsi cicli parziali che portano a complicazioni di calcolo; se questi cicli sono di ampiezza ridotta, come quello fra P e B'_r in fig.1, possono essere approssimati dalla retta mediana che risulta parallela alla retta tangente al ciclo in B_r .

Un materiale ferromagnetico, sottoposto ad un campo magnetico esterno, manterrà quindi un "*magnetismo residuo*" B_r che potrà essere portato a zero solo applicando un campo inverso di intensità pari ad H_c , percorrendo la parte del ciclo contenuta nel secondo quadrante, la "**caratteristica di smagnetizzazione**".

La forma della caratteristica compresa fra i due punti caratteristici B_r (induzione residua) e H_c (campo coercitivo), è diversa per i diversi materiali ferromagnetici, come evidenziato in figura

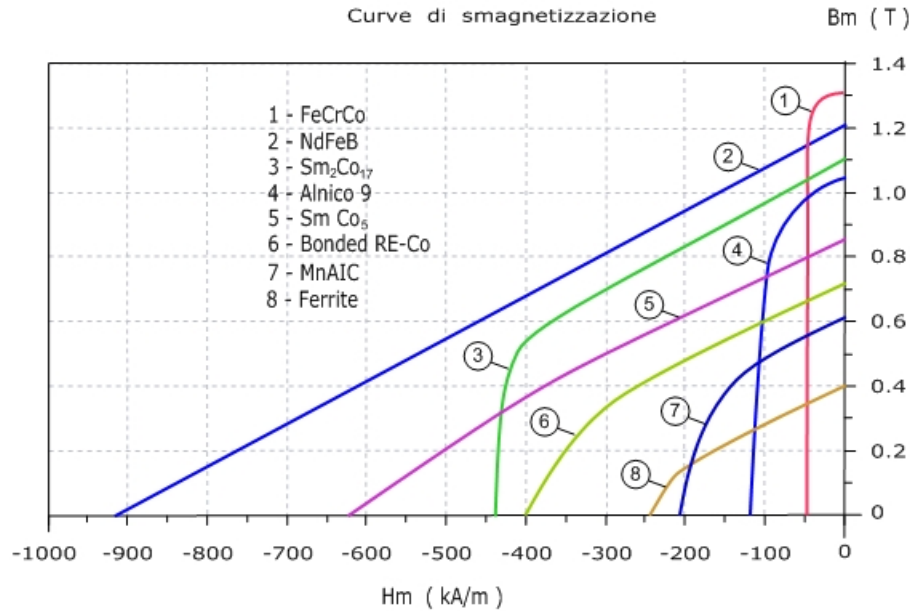


fig. 2

Nello sviluppo dei materiali per magneti permanenti si è cercato di massimizzare **Br** ma soprattutto **Hc** in quanto parametro caratteristico della **resistenza** alla smagnetizzazione.

L'incremento del campo coercitivo, può essere ottenuto ostacolando la reversibilità del processo finale di magnetizzazione relativo alla zona del ginocchio-saturazione, ovvero le rotazioni delle pareti di Bloch (cfr. [0] Cap_9.doc) ; realizzabile con una suddivisione del materiale a dimensioni vicine a quelle dei domini magnetici elementari.

Riportiamo in fig. 3 (cfr. [2] [Permanent Magnets in Rotating Machines](#) par. 3.7) questa importante zona del ciclo per alcune ulteriori considerazioni.

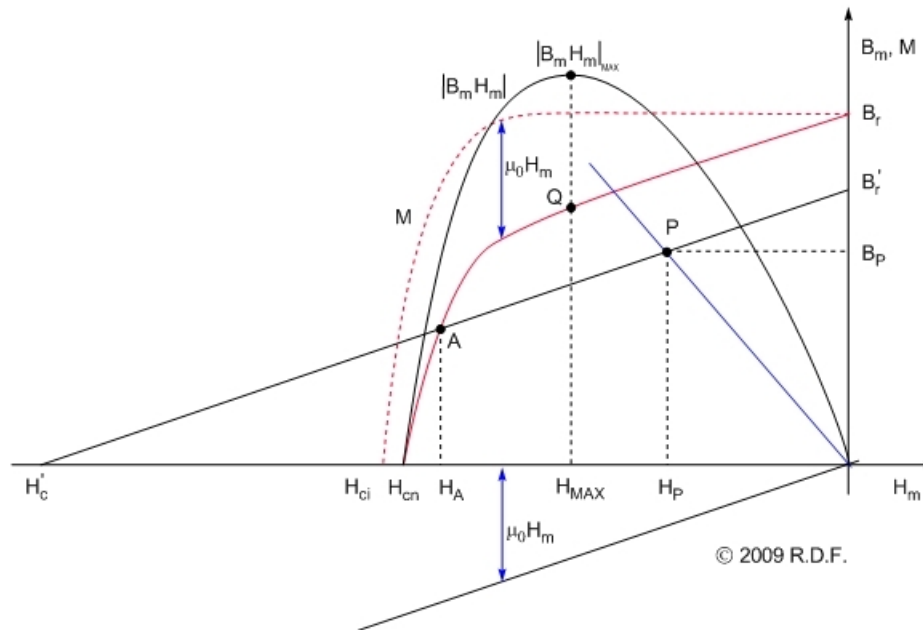


fig. 3

In figura è riportata una generica curva di smagnetizzazione intermedia, che potrebbe corrispondere al *Sm₂Co₁₇*.

Si nota come, partendo dall'induzione residua **B_r**, a un tratto iniziale rettilineo faccia seguito un tratto a più alta pendenza in corrispondenza al calo della magnetizzazione intrinseca **M** del materiale (indicata in rosso a tratteggio).

Da quanto sopra esposto in relazione alla "retta di ritorno" si comprende come, grazie alla linearità iniziale, esista un campo di smagnetizzazione tale da non produrre sensibili effetti di riduzione nell'induzione **B_r'** rispetto a **B_r**. Portandosi per esempio in **Q**, la "retta di ritorno" verrebbe quasi a sovrapporsi alla curva di smagnetizzazione.

Nell'esempio di figura è stata invece ipotizzata una forte smagnetizzazione del magnete, tale da portare il punto di lavoro in **A**; in questa situazione, una successiva riduzione del campo smagnetizzante, fa percorrere al punto di lavoro un ciclo parziale, approssimabile con una retta che, passante per **A** e parallela alla tangente alla curva di smagnetizzazione in **B_r**, intersechi l'asse **B** in corrispondenza ad una induzione residua **B_r'** inferiore alla **B_r** nominale.

La curva **|B_m H_m|**, prodotto fra induzione e campo magnetico, è invece utile per minimizzare il volume del magnete in quanto, dati per un certo traferro **B_t**, **l_t**, **S_t**,

per l'uguaglianza dei flussi potremo scrivere

$$B_t S_t = B_m S_m$$

per l'uguaglianza delle d.d.p. magnetiche

$$H_t l_t = |H_m| l_m$$

moltiplicando membro a membro otteniamo

$$B_t H_t \cdot V_t = B_m |H_m| \cdot V_m$$

dove compaiono i volumi di traferro e magnete; ne segue che, se il primo membro è assegnato (*a meno di un fattore 1/2 rappresenta l'energia immagazzinata nel traferro*), il **minimo volume** del magnete lo potremo ottenere massimizzando il prodotto $B_m |H_m|$.

Il punto **Q** di figura rappresenta proprio questa possibile condizione di lavoro. (ricordo come, quando vengano a essere presenti più caratteristiche di smagnetizzazione, la suddetta rappresentazione energetica venga sostituita da [una famiglia di curve](#) iperboliche a energia specifica costante)

Calcolo

I dati di progetto sono:

a) le caratteristiche del materiale magnetico

- Magnete: NdFeB
- Grado: N35H
- Br: Nom. 1.21 Min. 1.17 T
- Hc: Nom. 915 Min. 860 kA/m
- Hci: 1353 kA/m
- BHmax: Nom. 263 Min. 247 kJ/m³
- Tw: < 120 °C
- Dimensioni:
- Sezione 25x25mm
- Lunghezza (asse di magnetizzazione) lm 10mm
- intensità stimata per la corrente **i** nell'avvolgimento: 5 A

b) il disegno quotato del circuito magnetico completo di avvolgimento

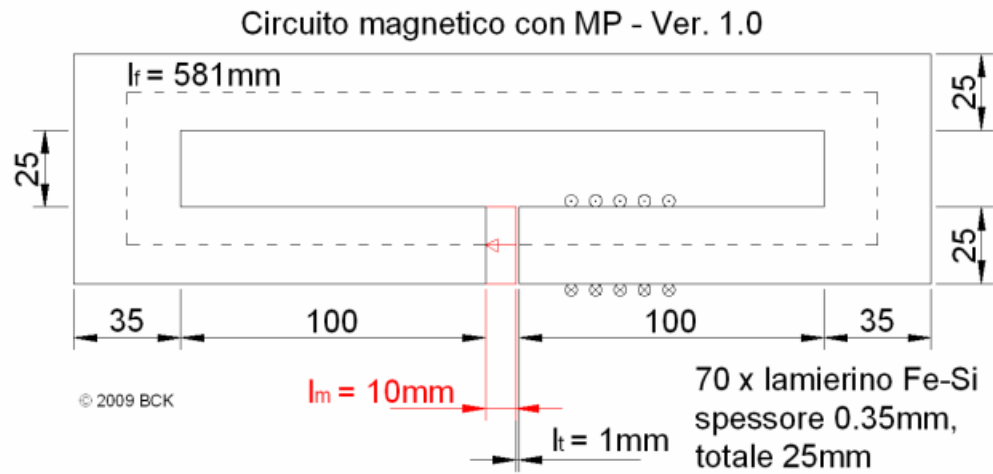


fig. 4

c) la caratteristica B-H

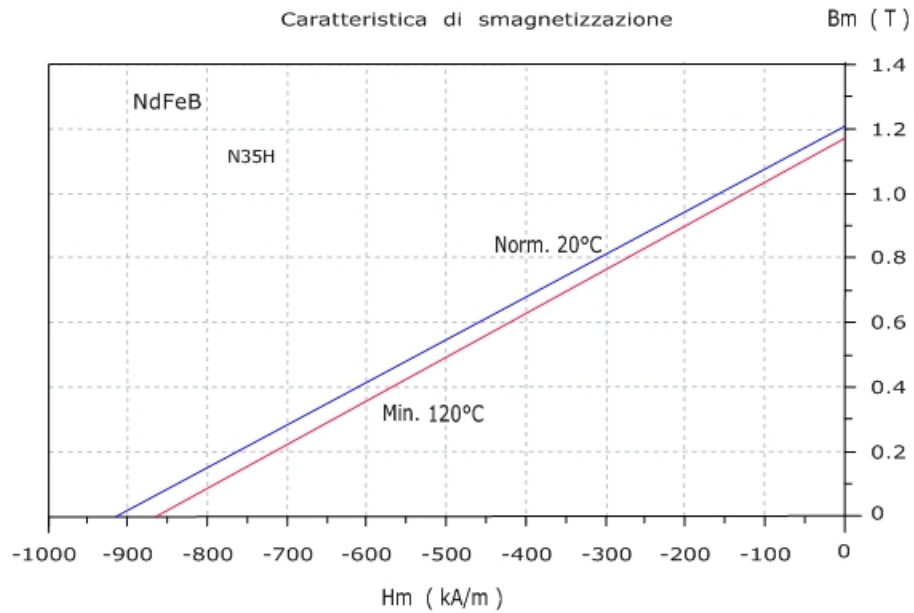


fig. 5

Premesso che un calcolo per via numerica con **Scilab**, porterebbe a risultati sicuramente più precisi e rapidi, vediamo come affrontare il problema con carta, penna e tabelle.

Un inizio potrebbe essere, dette:

$l_f = 581 \text{ mm}$ la lunghezza della parte di circuito in Fe-Si,

$l_m = 10 \text{ mm}$ la lunghezza del magnete permanente ,

$l_t = 1 \text{ mm}$ lo spessore del traferro

indichiamo, di conseguenza, il valore dell'induzione e del campo magnetico:

B_f e H_f nel ferro,

B_m e H_m nel magnete

B_t e H_t nel traferro,

ed inoltre con N il numero di spire dell'avvolgimento e con i la corrente che lo percorre.

La relazione che in questo caso si potrà usare sarà la legge della circuitazione magnetica

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

(dove I rappresenta la corrente "libera" totale concatenata con il percorso chiuso di integrazione, nel nostro caso pari a $N i$).

Supponendo, per ora, che la corrente nell'avvolgimento sia nulla,

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$$

cerchiamo di determinare il punto di lavoro per il circuito.

La relazione integrale, semplificata ai tre tronchi magnetici componenti il circuito, può essere scritta come :

$$H_f l_f + H_t l_t + H_m l_m = 0 \quad (1)$$

a questo punto ci troviamo di fronte al classico problema della determinazione del campo nel ferro, senza conoscere a priori l'induzione. Normalmente si considera la riluttanza del traferro predominante sulla riluttanza del ferro e si semplifica la precedente relazione scrivendo

$$H_t l_t + H_m l_m = 0$$

in questo caso però, il rapporto fra spessore del traferro e lunghezza del ferro, dell'ordine di 1/600, è confrontabile con il rapporto fra le permeabilità relative dei due mezzi : aria/FeSi pari a 1/2400 (ricavata dalla tabella nell'intervallo $0,4 < B < 1T$); l'approssimazione dell'ordine di $(1/4)*100 \% = 25\%$ risulterebbe troppo elevata. (detto in parole povere 1 mm di aria sarebbe equivalente a 2,5m di ferro ... e il nostro mezzo metro non e' quindi trascurabile!)

Caratteristica lamiera Fe-Si

B	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	T
H	100	125	145	160	180	200	250	310	400	500	700	1200	A/m
μ_r	1590	1910	2200	2500	2650	2800	2550	2310	2000	1750	1360	860	--

Una seconda considerazione risulta necessaria; normalmente la sezione

$$S_m \simeq S_f < S_t \text{ a causa dell'allargamento della sezione di passaggio nell'aria,}$$

ma in questo caso visto l'alto rapporto 25/1 fra dimensione trasversale e spessore del traferro, possiamo senz'altro ritenere

$$S_m \simeq S_f \simeq S_t.$$

Grazie all'andamento lineare della caratteristica di smagnetizzazione del **NdFeB** , possiamo rappresentarla con la seguente relazione lineare

$$B_m = f(H_m) = B_r \left(1 - \frac{H_m}{H_c} \right)$$

mentre dalla (1)

$$H_t = -H_m \frac{l_m}{l_t} - H_f \frac{l_f}{l_t}$$

a questo punto avremo due relazioni

$$\begin{cases} B_m = B_r \left(1 - \frac{H_m}{H_c} \right) \\ B_t = \mu_0 \left(-H_m \frac{l_m}{l_t} - H_f \frac{l_f}{l_t} \right) \end{cases}$$

dalle quali ricordando che

$$B_t \simeq B_m$$

avremo

$$B_r \left(1 - \frac{H_m}{H_c} \right) = \mu_0 \left(-H_m \frac{l_m}{l_t} - H_f \frac{l_f}{l_t} \right)$$

e, usando, come situazione più gravosa, i valori minimi dichiarati

$$B_r = 1,07 \text{ T} , \quad H_c = 860 \text{ kA/m} \quad e \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ mH/m}$$

otteniamo, esprimendo H in kA/m

$$1,17 \left(1 - \frac{H_m}{860} \right) = 4\pi \cdot 10^{-4} \left(-H_m \frac{10}{1} - H_f \frac{581}{1} \right)$$

e infine

$$931 + 11,08 H_m + 581 H_f = 0$$

Considerando che, nel suddetto campo di variabilità per l'induzione, la permeabilità relativa si mantiene mediamente intorno a 2400 possiamo valutare il campo nel ferro grossolanamente intorno ai 160 A/m, sostituendo avremo

$$H_m = -92 \text{ kA/m} \quad , \quad B_m = 1,04 \text{ T}$$

da questi valori ci accorgiamo che avevamo sottostimato il valore del campo nel ferro in quanto con 1,04T dalle Tabelle del FeSi otteniamo 440 A/m !

Aggiorniamo la relazione

$$931 + 11,08 H_m + 581 H_f = 0$$

e ricalcoliamo

$$H_m = -108 \text{ kA/m} \quad , \quad B_m = 1,03 \text{ T}$$

un ultima iterazione, con il valore aggiornato del campo H_m ci porta ai valori che possiamo ritenere definitivi

$$H_m = -107 \text{ kA/m} \quad , \quad B_m = 1,02 \text{ T}$$

Nella rappresentazione grafica finale, la retta **r**, che rappresenta solo la relazione matematica ottenuta e non la caratteristica magnetica del tratto Fe-Si + Traferro, come si potrebbe essere erroneamente portati a pensare, avrà equazione

$$B_m(H_m) = -0,0126 H_m - 0,32$$

La figura riporta la posizione del punto di lavoro stimato P e anche il punto Q di massima energia specifica relativo al migliore sfruttamento del magnete.

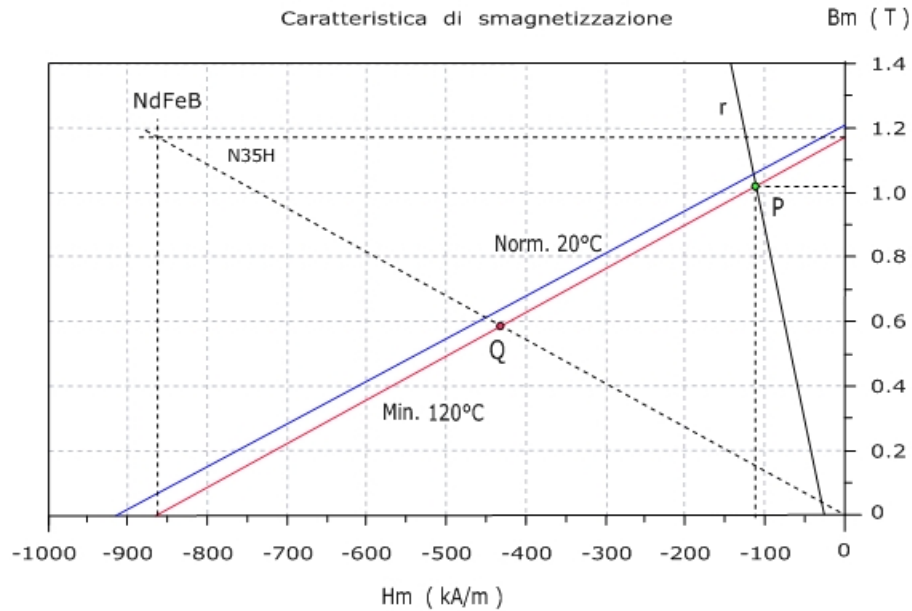


fig. 6

- ○ ■ ■

Analisi FEMM e Grafica

Lasciamo ad un successivo articolo, [Magneti Permanenti. 2](#)

- la simulazione **via FEMM**
- lo studio per **via Grafica**

Riferimenti

- [0] Daniele Mazza [Materiali per l'Elettrotecnica \(Cap. 9, 10, 11 e 12\)](#)
- [1] J. M. D. Coey [Rare-earth iron permanent magnets](#)
- [2] Tapani Jokinen, Valeria Hrabovcova [Design of Rotating Electrical Machines](#)
- [3] David Jiles [Introduction to magnetism and magnetic materials](#)
- [4] Jacek F. Gieras, Mitchell Wing [Permanent magnet motor technology](#)
- [5] Edward P. Furlani [The electrical engineering handbook](#)
- [6] John R. Brauer [Magnetic Actuators and Sensors](#)
- [7] Peter Campbell [Permanent Magnet Materials and Their Application](#)
- [Permanent Magnet Design Guide](#)
- [Sistemi elettromeccanici](#)
- [AlNiCo](#)

- [SeCo](#)
- [Neod](#)

Estratto da "<http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Renzodf:articolo16>"