Renzo DF (RenzoDF)

ESERCIZIO DI ELETTROTECNICA II

5 August 2009

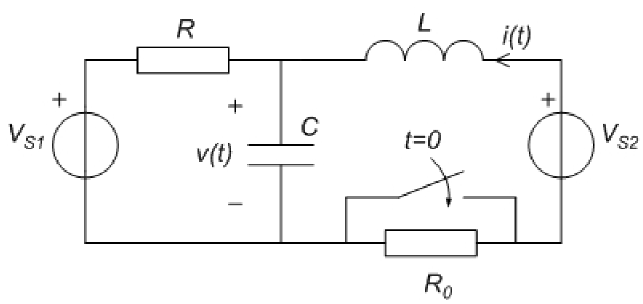
Abstract

Risoluzione rete in regime transitorio, con metodologia: manuale via equazioni differenziali e trasformate Laplace, simbolica con Maxima ed infine numerica usando LTspice, VisSim e Scilab (Scicos).

Introduzione

Partendo da una richiesta del **forum di Elettrotecnica**, risolviamo un esercizio relativo ad una prova di esame del Politecnico di Milano. [1]

Ridisegnamo la rete iniziale cercando di seguire "*la normativa*" (con Mdraw)



Il testo dell'esercizio è il seguente.

Esercizio 2*- Nel circuito di figura, alimentato da molto tempo dalle due sorgenti di tensione costante, si determini, l'espressione analitica della tensione* ***v(t)*** *sul condensatore e della corrente* ***i(t)*** *nell'induttore, in seguito alla chiusura dell'interruttore al tempo* ***t=0****, mediante il metodo delle equazioni di stato nel dominio di Laplace.*
$V_{S1} = 10\,V;\quad V_{S2} = 20\,V;\quad R = 1\;\Omega;\quad R_0 = 5\;\Omega;\quad L = 2\,H;\quad C = 1\,F.$

Considerazioni iniziali

Il circuito per **t<0** è da considerarsi a regime (visto l'originale "*da molto tempo*"), calcoliamo quindi i valori iniziali della tensione e della corrente per **t=(0-)**;

$$i(0-) = \frac{V_{S2} - V_{S1}}{R + R_0} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}\,A$$

di conseguenza la tensione sul condensatore

$$v(0-) = V_{S1} + Ri(0-) = 10 + \frac{5}{3} = \frac{35}{3}\,V$$

non essendo la rete degenere non potranno esserci discontinuità e quindi i valori saranno anche quelli per **t=(0+)**

Sarà utile determinare anche i valori a regime, raggiunti per $t \to \infty$

$$i(\infty) = \frac{V_{S2} - V_{S1}}{R} = \frac{10}{1} = 10\,A$$
$$v(\infty) = V_{S2} = 20\,V$$

Soluzione manuale

Si possono percorrere due strade diverse:

a) risoluzione con equazioni differenziali

Partiamo con il primo metodo, scrivendo la KCL ad uno dei due nodi e la KVL alla maglia elementare destra.

$$\begin{cases} C\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v - V_{S1}}{R} = i \\ v = V_{S2} - L\dfrac{di}{dt} \end{cases}$$

con condizioni iniziali

$$i(t)_{t=0} = \frac{5}{3}, \qquad \left[\frac{di(t)}{dt}\right]_{t=0} = \frac{20 - v(0-)}{L} = \frac{25}{6}$$

Dal sistema di equazioni differenziali otteniamo

$$CL\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = \frac{V_{S2} - V_{S1}}{R}$$

e sostituendo i valori dei parametri circuitali

$$2\frac{d^2i}{dt^2}+2\frac{di}{dt}+i=10\cdot$$

L'equazione omogenea associata ha per soluzioni

$$\alpha_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{1}{2}$$

e cercheremo quindi una soluzione del tipo

$$i(t)=Ae^{\alpha_1 t}+Be^{\alpha_2 t}+C$$

applicando le condizioni iniziali, ricaviamo A, B e C

$$\begin{cases} i(t)_{t=0}= \quad A+B+C=\dfrac{5}{3} \\ \left[\dfrac{di(t)}{dt}\right]_{t=0}=\alpha_1 A+\alpha_2 B=\dfrac{25}{6} \end{cases}$$

ottenendo

$$A=B=-\frac{25}{6} \qquad C=10\cdot$$

La soluzione per la corrente nell'induttore sarà

$$i(t)=10-\frac{25}{6}\left[e^{\left(-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)}+e^{\left(-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)}\right]=10-\frac{25}{3}e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)$$

e una semplice sostituzione nel sistema iniziale fornirà anche $v_c(t)=20-\frac{25}{3}e^{-\frac{t}{2}}\left[\sin\left(\frac{t}{2}\right)+\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right]$

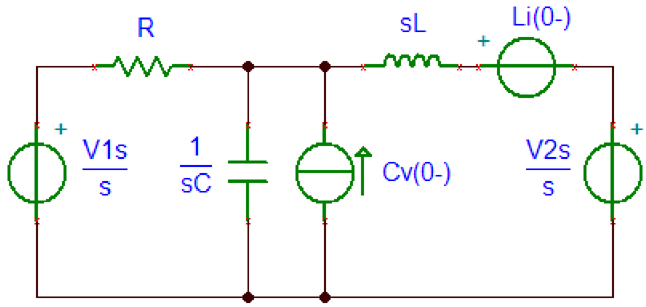
.

b) risoluzione con Laplace

Come metodo alternativo, usiamo Laplace, in questo caso, esplicitamente richiesto.

Tracciamo la rete L-trasformata (questa volta con Tina).

Notiamo come le condizioni iniziali siano implementate con due generatori fittizi, in parallelo con il condensatore ed in serie con l'induttore.



Usando Millman otteniamo direttamente la $V(s) = L[v(t)]$

$$V(s) = \frac{\frac{V_{1s}}{s} \cdot \frac{1}{R} + Cv(0-) + \left(\frac{V_{2s}}{s} + Li(0-)\right) \cdot \frac{1}{sL}}{\frac{1}{R} + sC + \frac{1}{sL}}$$

che con i valori assegnati si semplifica

$$V(s) = \frac{\frac{10}{s} + \frac{35}{3} + \left(\frac{20}{s} + \frac{10}{3}\right) \cdot \frac{1}{2s}}{1 + s + \frac{1}{2s}} = \frac{70s^2 + 70s + 60}{3s(2s^2 + 2s + 1)}$$

dalla quale antitrasformando, otterremo vc(t) .

Come noto a questo punto la strada non è unica, in quanto si possono ricercare diversi tipi di scomposizione, che portano chiaramente allo stesso risulato finale, ma attraverso strade di diversa complessità; ne considereremo due.

Come prima modalità cerchiamo di ottenere una scomposizione in "frazioni parziali " del tipo $V(s) = \dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{s - s_1} + \dfrac{C}{s - s_2}$

dove s_1 e s_2 sono le soluzioni del polinomio al denominatore di V(s), $s^3 + s^2 + \dfrac{s}{2}$

nel nostro caso, una radice reale e due complesse coniugate

$$s_0 = 0, \;\; s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}$$

Per determinare A,B e C non useremo il metodo "normale", ma andremo a ricavarli da particolari valori della variabile **s** scegliendoli in modo tale che la suddetta identità vada drasticamente a semplificarsi e ricaveremo delle relazioni fra i parametri incogniti attraverso un passaggio al limite; la prima relazione anzi la troviamo proprio come

$$\lim_{s\to 0} sV(s) = \frac{70s^2+70s+60}{3(2s^2+2s+1)} = \frac{60}{3} = A + \frac{B}{\infty} + \frac{C}{\infty} = A$$

per la seconda useremo invece un valore di s che non è una radice del denominatore

$$\lim_{s\to \infty} sV(s) = \frac{70s^2+70s+60}{3(2s^2+2s+1)} = \frac{70}{6} = A+B+C$$

considerando l'ordine di infinito, ed infine per la terza un valore s=-1

$$\lim_{s\to -1} V(s) = \frac{70s^2+70s+60}{3s(2s^2+2s+1)} = -\frac{60}{3} =$$
$$= \frac{A}{-1} + \frac{B}{-1-\left(-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)} + \frac{C}{-1-\left(-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)}$$

relazioni riassunte nel seguente sistema

$$\begin{cases} A = 20 \\ A+B+C = \dfrac{70}{6} \\ -A + \dfrac{2B}{-1-j} + \dfrac{C}{-1+j} = -20 \end{cases}$$

che dà come soluzioni $A = 20, \quad B = -\frac{25}{6}(1+j), \quad C = -\frac{25}{6}(1-j)$

di conseguenza antitrasformando avremo

$$v(t) = 20 - \frac{25}{6}(1+j)e^{\left(-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)t} - \frac{25}{6}(1-j)e^{\left(-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)t}$$

$$v(t) = 20 - \frac{25}{6}e^{-\frac{t}{2}}\left[(1+j)e^{j\frac{t}{2}} + (1-j)e^{-j\frac{t}{2}}\right] =$$

$$= 20 - \frac{25}{6}e^{-\frac{t}{2}}\left[(1-j)\left(\cos\frac{t}{2} + j\sin\frac{t}{2}\right) + (1-j)\left(\cos\frac{t}{2} + j\sin\frac{t}{2}\right)\right]$$

ed infine

$$v(t) = 20 - \frac{25}{3}e^{-\frac{t}{2}}\left(\cos\frac{t}{2} + \sin\frac{t}{2}\right)$$

- **Secondo metodo**

Possiamo provare ora con un secondo metodo, ricercando una scomposizione del tipo

$$V(s) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{2s^2 + 2s + 1}$$

ottenendo rapidamente dalla solita identità

$$\begin{cases} A + B = \dfrac{35}{3} \\ A + C = \dfrac{35}{3} \\ \dfrac{A}{2} = 10 \end{cases}$$

e quindi $A = 20, \;\; B = C = -\dfrac{25}{3}$

sostituendo e cercando di trasformare al fine di ricondurre l'espressione a evidenziare due "trasformate notevoli"

$$\frac{Bs + C}{2s^2 + 2s + 1} = -\frac{25}{3}\left(\frac{s+1}{s^2 + s + \frac{1}{2}}\right) = -\frac{25}{3}\left(\frac{s + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}\right) =$$

e quindi

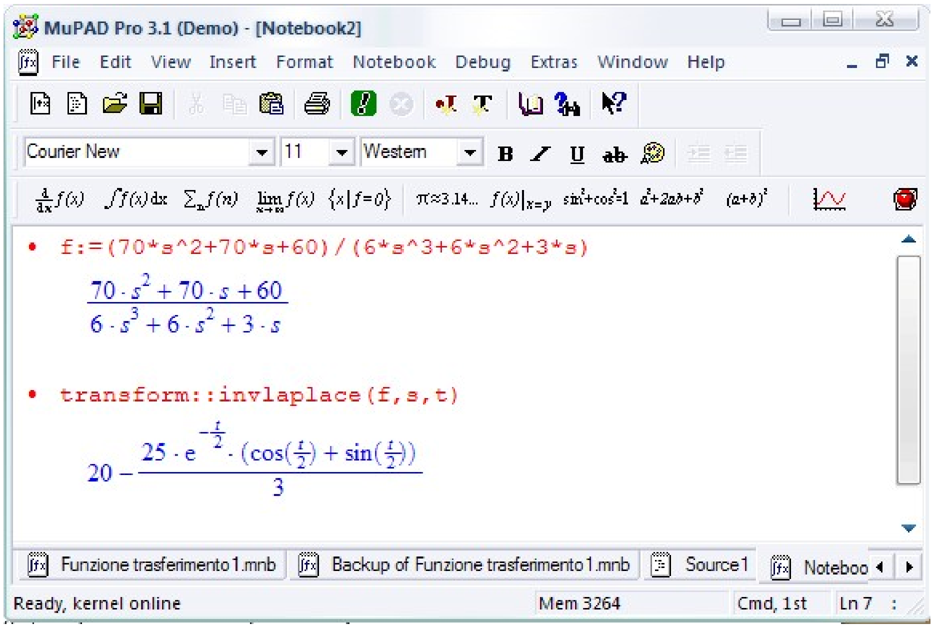
$$= -\frac{25}{3}\frac{\left(s + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}} = -\frac{25}{3}\left[\frac{\left(s + \frac{1}{2}\right)}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}} + \frac{\frac{1}{2}}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}\right]$$

notiamo infatti, che le forme presenti nell'ultima "quadra" sono proprio le trasformate del prodotto esponenziale e coseno o seno; immediata a questo punto l'anti-trasformazione

$$-\frac{25}{3}\left(e^{-\frac{t}{2}}\cos\frac{t}{2} + e^{-\frac{t}{2}}\sin\frac{t}{2}\right)$$

che unita al termine costante (20) darà ancora il risultato finale <u>ma con un percorso algebrico molto più breve</u>

Ovviamente un metodo un po' "*preistorico*", al giorno d'oggi il risultato può essere ottenuto molto più velocemente con un software per il calcolo simbolico, ad esempio con Mupad



Mupad_3 Demo

BTW per esercizi, sull'antitrasformazione vedere l'ebook GRATUITO del Prof. Paul Dawkins

o direttamente online su http://tutorial.math.lamar.edu/Classes/DE/InverseTransforms.aspx

Soluzione Simbolica

Risolviamo ora facendoci aiutare fin dall'inizio, da un altro CAS (*Computer Algebra Systems*) "DOC", wxMaxima;

Seguiremo anche in questa seconda parte, la doppia strada :

prima con equazione differenziale e successivamente con Laplace

a) Equazione differenziale

Utilizzeremo come punto di partenza l'equazione differenziale del secondo ordine in **i(t)** già ottenuta inizialmente, seguendo i seguenti passi

a) inseriamo l'equazione differenziale... riga (%i1)

b) risolviamo (%i2) ... (*alla domanda che wxMaxima ci rivolge, rispondiamo con* "*p*")

c) imponiamo le condizioni iniziali (%i3)

d) valutiamo per i particolari valori numerici (%i4) ottenendo **i(t)**

e) otteniamo la tensione sul condensatore **v(t)** usando la seconda equazione del sistema, differenziando **i(t)** (%i5)

```
(%i1) L*C*'diff(i,t,2)+(L/R)*'diff(i,t)+i=10/R;
```

(%o1) $$\frac{\left(\frac{d}{d\,t}\,i\right)L}{R}+\left(\frac{d^2}{d\,t^2}\,i\right)C\,L+i=\frac{10}{R}$$

```
(%i2) ode2(%,i,t);
Is  L(4 C R^2 - L)  positive, negative, or zero?p;
```

(%o2) $$i=\left(\%k1\,\sin\left(\frac{t\sqrt{\frac{4}{C\,L}-\frac{1}{C^2\,R^2}}}{2}\right)+\%k2\,\cos\left(\frac{t\sqrt{\frac{4}{C\,L}-\frac{1}{C^2\,R^2}}}{2}\right)\right)\%e^{-\frac{t}{2\,C\,R}}+\frac{10}{R}$$

```
(%i3) ic2(%,t=0,i=i0,diff(i,t)=(20-v0)/L);
```

(%o3) $$i=\left(\frac{\cos\left(\frac{t\sqrt{\frac{4}{C\,L}-\frac{1}{C^2\,R^2}}}{2}\right)(i0\,R-10)}{R}-\frac{\sin\left(\frac{t\sqrt{\frac{4}{C\,L}-\frac{1}{C^2\,R^2}}}{2}\right)\left((2\,v0-40)\,C\,R^2-i0\,L\,R+10\,L\right)}{C\,L\sqrt{\frac{4}{C\,L}-\frac{1}{C^2\,R^2}}\,R^2}\right)\%e^{-\frac{t}{2\,C\,R}}+\frac{10}{R}$$

```
(%i4) iL:ev(rhs(%),R=1,C=1,L=2,i0=5/3,v0=35/3);
```

(%o4) $$10-\frac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}$$

```
(%i5) vc:20-diff(iL,t)*2;
```

(%o5) $$20-2\left(\frac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{6}+\frac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{6}\right)$$

riscrivendole in forma più compatta avremo

$$i(t) = 10 - \frac{25}{3} \cdot e^{-\frac{t}{2}} \cdot \cos\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$v(t) = 20 - \frac{25}{3} e^{-\frac{t}{2}} \left[\sin\left(\frac{t}{2}\right) + \cos\left(\frac{t}{2}\right)\right]$$

b) Laplace

Per non allungare troppo il discorso, il commento a questa sezione sarà ermetico;

chi volesse avere ulteriori chiarimenti può postare una nota all'articolo;

(è disponibile, su richiesta, anche il file .wxm).

Sfrutteremo la capacità di Maxima di gestire anche le trasformate di Laplace:

a) inseriremo le equazioni differenziali in (%i7) e (%i8)

b) impostiamo i valori iniziali in (%i9), (%i10)

c) trasformiamo con Laplace in (%i11), (%i12)

d) risolviamo il sistema lineare in (%i13)

e) fattorizziamo in (%i14)

f) antitrasformiamo in (%i15)

```
(%i1) assume(s>0);
(%i2) C:1;L:2;R:1;Vs1:10;Vs2:20;
(%i7) eq1:C*'diff(v(t),t)+(v(t)-Vs1)/R-i(t)=0;
```

$$(\%o7)\quad \frac{d}{d\,t}v(t)+v(t)-i(t)-10=0$$

```
(%i8) eq2:L*'diff(i(t),t)+v(t)=Vs2;
```

$$(\%o8)\quad 2\left(\frac{d}{d\,t}i(t)\right)+v(t)=20$$

```
(%i9) atvalue(v(t),t=0,35/3);
(%i10) atvalue(i(t),t=0,5/3);
(%i11) L1:laplace(eq1,t,s);
```

$$(\%o11)\quad s\,\mathrm{laplace}(v(t),t,s)+\mathrm{laplace}(v(t),t,s)-\mathrm{laplace}(i(t),t,s)-\frac{10}{s}-\frac{35}{3}=0$$

```
(%i12) L2:laplace(eq2,t,s);
```

$$(\%o12)\quad \mathrm{laplace}(v(t),t,s)+2\left(s\,\mathrm{laplace}(i(t),t,s)-\frac{5}{3}\right)=\frac{20}{s}$$

Otteniamo i seguenti risultati

```
(%i13) linsolve([L1,L2],['laplace(v(t),t,s),'laplace(i(t),t,s)]);
```

$$(\%o13)\quad [\mathrm{laplace}(v(t),t,s)=\frac{70\,s^2+70\,s+60}{6\,s^3+6\,s^2+3\,s},\ \mathrm{laplace}(i(t),t,s)=\frac{10\,s^2+35\,s+30}{6\,s^3+6\,s^2+3\,s}]$$

```
(%i14) factored:map(lambda([eq],factor(eq)),%);
```

$$(\%o14)\quad [\mathrm{laplace}(v(t),t,s)=\frac{10(7\,s^2+7\,s+6)}{3\,s(2\,s^2+2\,s+1)},\ \mathrm{laplace}(i(t),t,s)=\frac{5(s+2)(2\,s+3)}{3\,s(2\,s^2+2\,s+1)}]$$

```
(%i15) sol:map(lambda([eq],ilt(eq,s,t)),factored);
```

$$(\%o15)\quad [v(t)=\frac{\%e^{-\frac{t}{2}}\left(-\frac{50\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{3}-\frac{50\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}\right)}{2}+20,\ i(t)=10-\frac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}]$$

Per plottarla basteranno un paio di righe di codice;

(%i20) `v:rhs(sol[1]);`

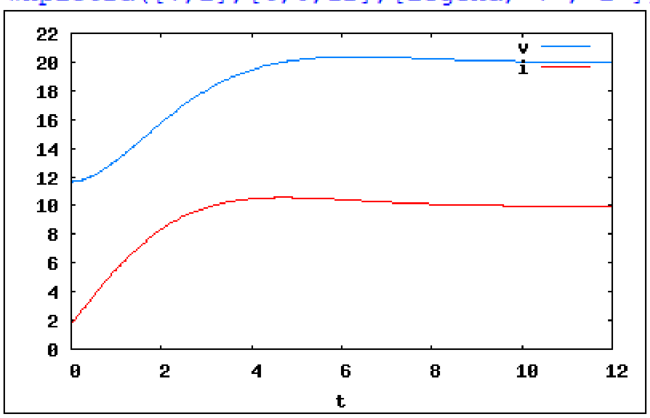
(%o20) $$\frac{\%e^{-\frac{t}{2}}\left(-\frac{50\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{3}-\frac{50\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}\right)}{2}+20$$

(%i43) `i:rhs(sol[2]);`

(%o43) $$10-\frac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}$$

(%i56) `wxplot2d([v,i],[t,0,12],[legend,"v","i"]);`

(%t56)



(%o56)

dal grafico possiamo verificare i valori iniziali e a regime per $t \to \infty$

$$v(0) = \frac{5}{3} \simeq 1,7\,V \quad v(\infty) = 20\,V \quad i(0) = \frac{35}{3} \simeq 11,7\,A \quad i(\infty) = 10\ A$$

c) Sistemistica

attraverso l'uso delle matrici caratteristiche, della matrice di transizione di stato e di Laplace.

Risoluzione sistemistica

```
(%i50) A:matrix ([-1/(R*C),1/C],[-1/L,0]);
```

(%o50) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

```
(%i51) B:matrix([1/(R*C),0],[0,1/L]);
```

(%o51) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

```
(%i52) C:matrix([1,0],[0,1]);
```

(%o52) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

```
(%i53) x0:matrix([vC0],[iL0]);
```

(%o53) $\begin{bmatrix} \frac{35}{3} \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix}$

```
(%i54) I:ident(2);
```

(%o54) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(%i6) F: invert (s*I-A);

(%o6)
$$\begin{bmatrix} \dfrac{s}{s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}} & \dfrac{1}{C\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)} \\ -\dfrac{1}{L\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)} & \dfrac{\frac{1}{C\,R}+s}{s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}} \end{bmatrix}$$

(%i7) E: matrixmap(lambda([e],ilt(e, s, t)),F)$

Is $L\left(4\,C\,R^2-L\right)$ *positive, negative, or zero?* p;

(%i8) TS:(E.x0)$

(%i9) S:matrix([V1/s],[V2/s]);

(%o9)
$$\begin{bmatrix} \dfrac{V1}{s} \\ \dfrac{V2}{s} \end{bmatrix}$$

(%i10) T:(F.B.S);

(%o10)
$$\begin{bmatrix} \dfrac{V2}{s\,C\,L\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)}+\dfrac{V1}{C\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)R} \\ \dfrac{\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)V2}{s\,L\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)}-\dfrac{V1}{s\,C\,L\left(s\left(\frac{1}{C\,R}+s\right)+\frac{1}{C\,L}\right)R} \end{bmatrix}$$

(%i11) PS:matrixmap(lambda([e], ilt(e, s, t)), factor(T))$

Is $L\left(4\,C\,R^2-L\right)$ *positive, negative, or zero?* p;

(%i12) xtot:TS+PS$

(%i13) Y:C.xtot$

(%i14) ratprint:false;

(%o14) false

(%i15) ev(Y,V1=10,V2=20,R=1,R2=0.5,L=2,C=1,iL0=5/3,vC0=35/3);

(%o15)

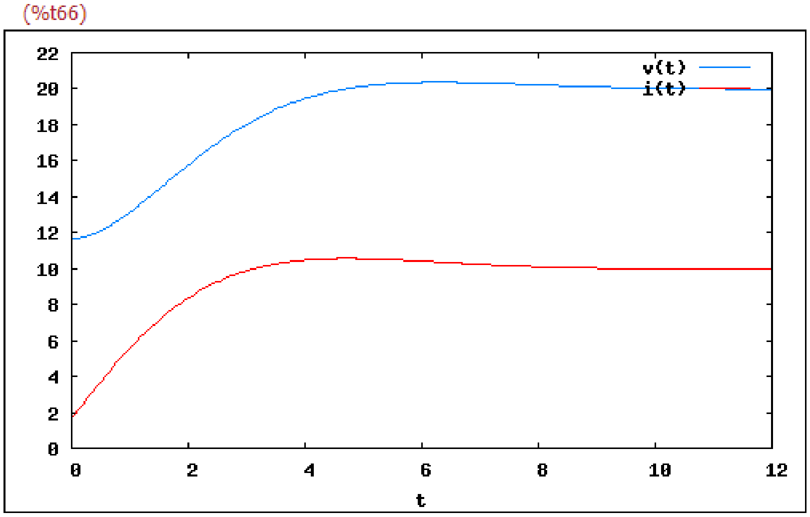
$$\begin{bmatrix} \dfrac{10\,\%e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{3}+\dfrac{35\,\%e^{-\frac{t}{2}}\left(2\cos\left(\frac{t}{2}\right)-2\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{6}-20\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)+20 \\ \dfrac{\%e^{-\frac{t}{2}}\left(20\sin\left(\frac{t}{2}\right)-20\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{2}+\dfrac{5\,\%e^{-\frac{t}{2}}\left(2\sin\left(\frac{t}{2}\right)+2\cos\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{6}-\dfrac{35\,\%e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{3}+10 \end{bmatrix}$$

(%i16) ZZ:expand(ratsimp(%));

$$(\%o16)\quad \begin{bmatrix} -\dfrac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{t}{2}\right)}{3}-\dfrac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3}+20 \\ 10-\dfrac{25\,\%e^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{t}{2}\right)}{3} \end{bmatrix}$$

(%i66) wxplot2d([ZZ[1,1],ZZ[2,1]], [t,0,12],[legend,"v(t)","i(t)"]);

(%t66)



(%o66)

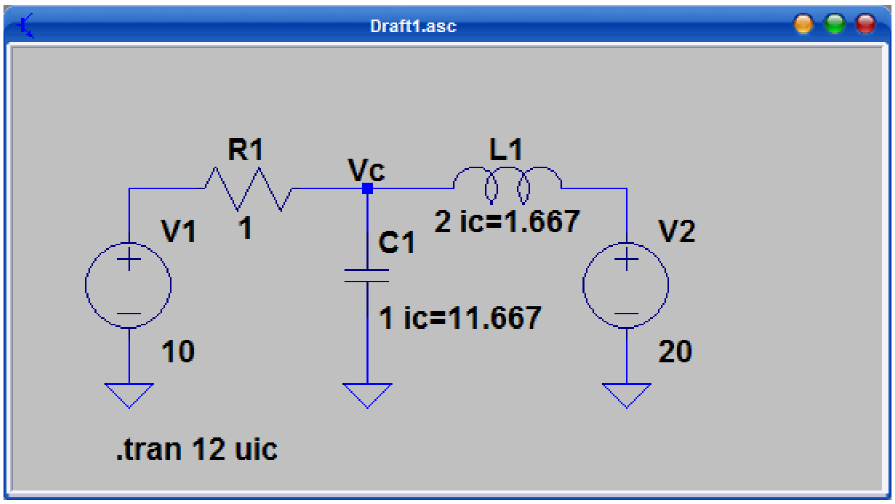
NB per semplificare l'output simbolico alcuni passaggi di Maxima non sono stati esplicitati ! (chiudendo la riga con "$")

Simulazione Numerica

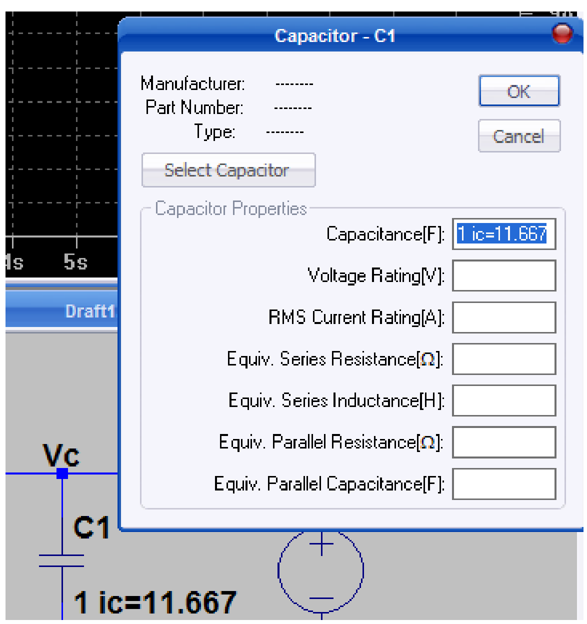
Come simulatori numerici useremo tre software completamente freeware :

- a) LTspice:

disegnamo la rete

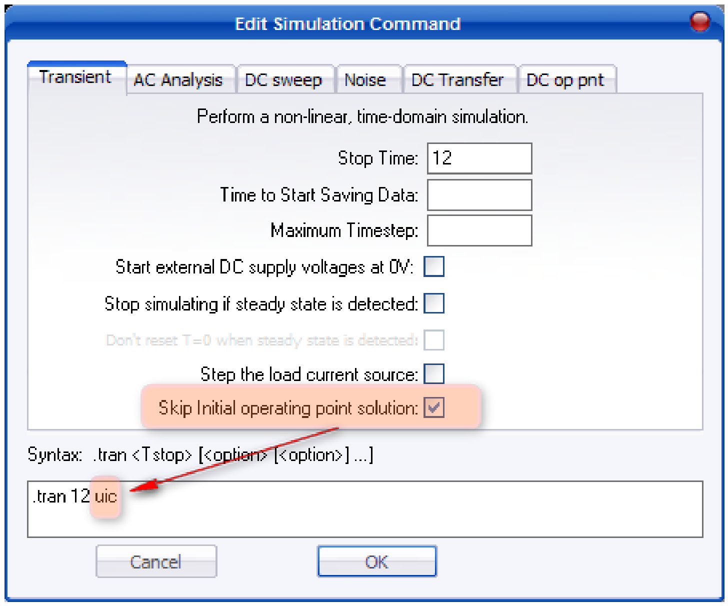


e imponiamo le condizioni iniziali nel condensatore, aggiungendo al valore della capacità un **ic**=v(0-), nel nostro caso **ic**=11.667, nella finestra d'inserimento

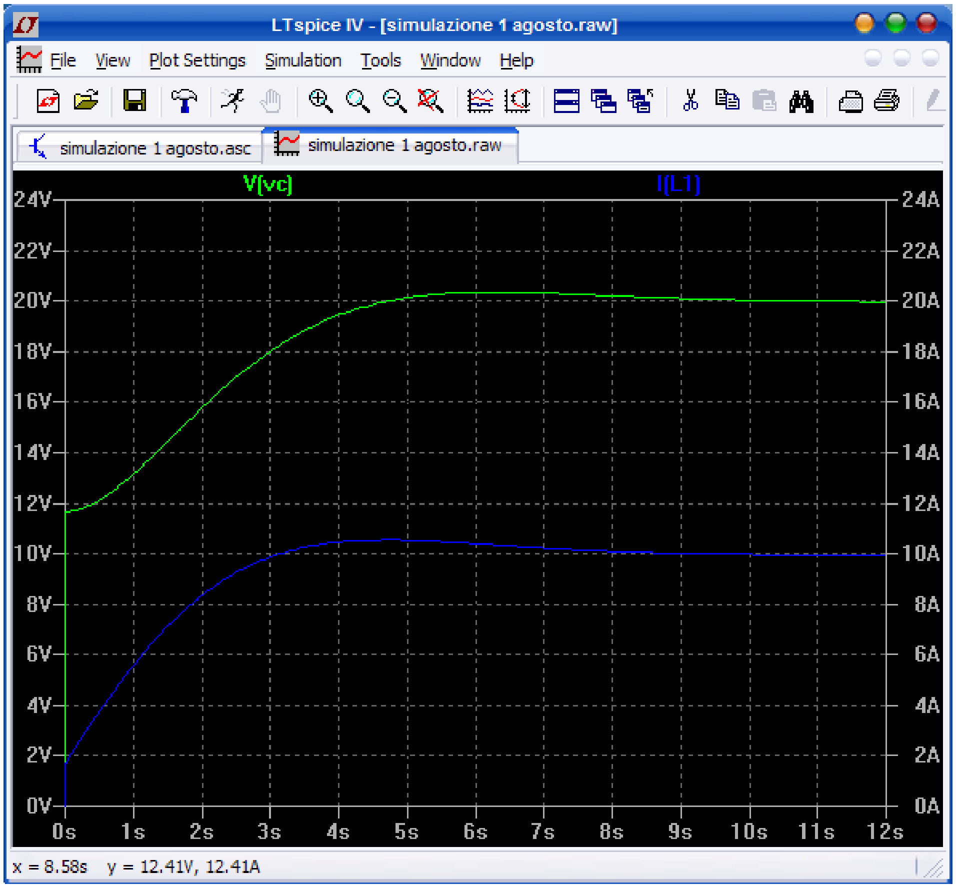


e così faremo anche per l'induttore.

Infine impostiamo il tipo di analisi, nel nostro caso **Transient** con tempo finale a 12 s, ricordando di selezionare l'opzione "Skip Initial operating point solutions" come in figura,



un "Run" ed una successiva misura di tensione su **C** e di corrente in **L**, fornirà i seguenti andamenti temporali.



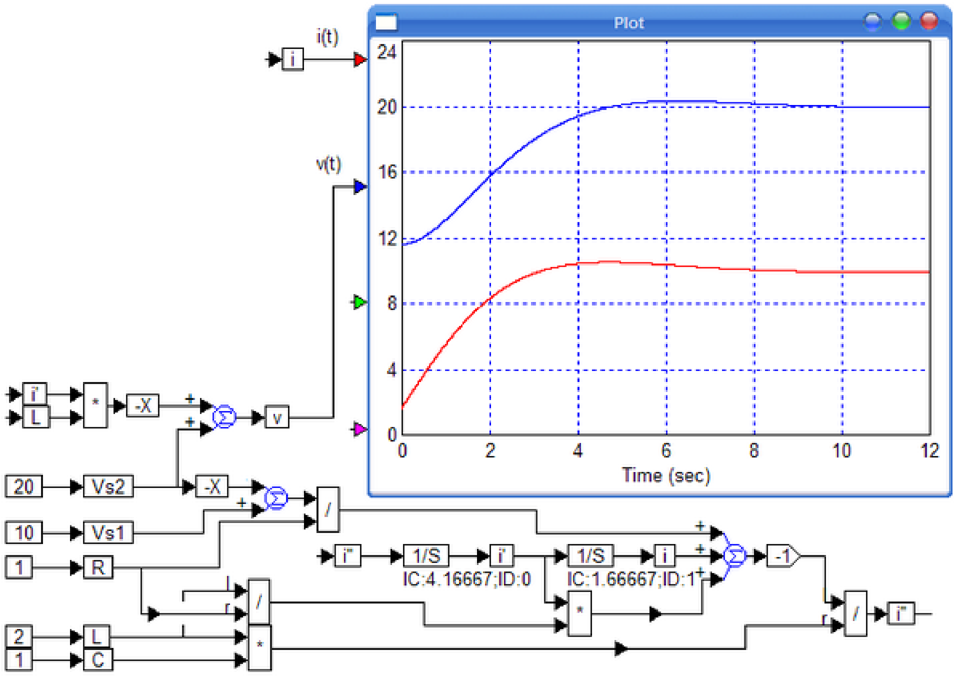
- b) VisSim3

Useremo l'equazione differenziale di secondo grado già ricavata in precedenza, ma riscritta come

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = -\left(\frac{V_{S1} - V_{S2}}{CRL} + \frac{1}{CR}\frac{di}{dt} + i\right);$$

questa uguaglianza, ci permetterà di chiudere il sistema "all'indietro" realizzando un "loop".

Si partirà a costruire la catena di integrazione per $i(t)$ dalla sua derivata seconda $i''(t)$ (si notino nei blocchi 1/s gli inserimenti delle condizioni iniziali **IC**); si concluderà ancora con il riferimento a questo blocco sull'estrema destra, chiudendo l'anello.



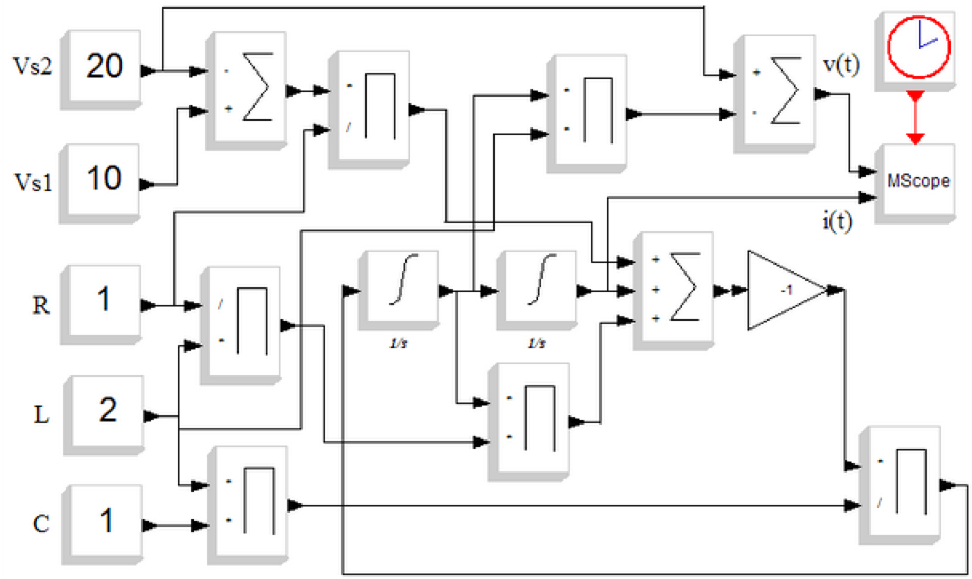
Faremo uso invece della seconda equazione del sistema

$$v = V_{S2} - L\frac{di}{dt}$$

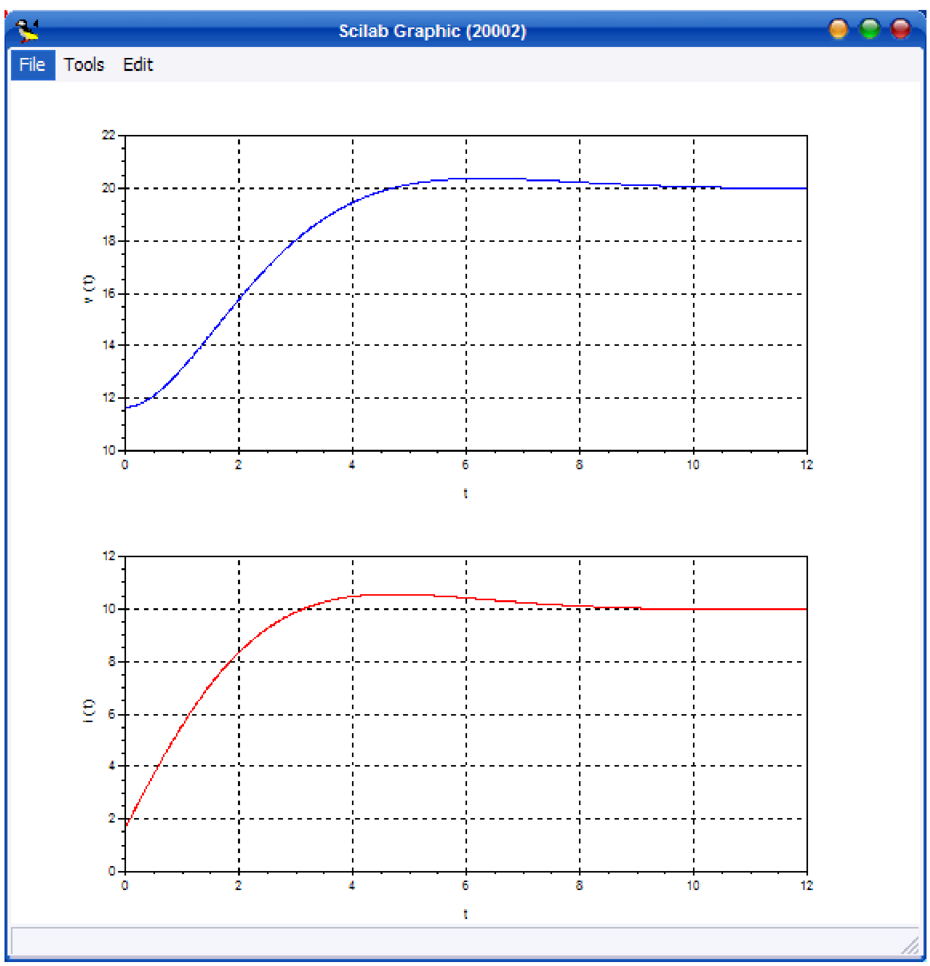
per ricavare e tracciare la **v(t)** .

- c) Scicos

Usando la stessa metodologia utilizzata per VisSim, inseriamo lo schema a blocchi in Scicos,



impostiamo i parametri della simulazione; un **Run** finale porterà a



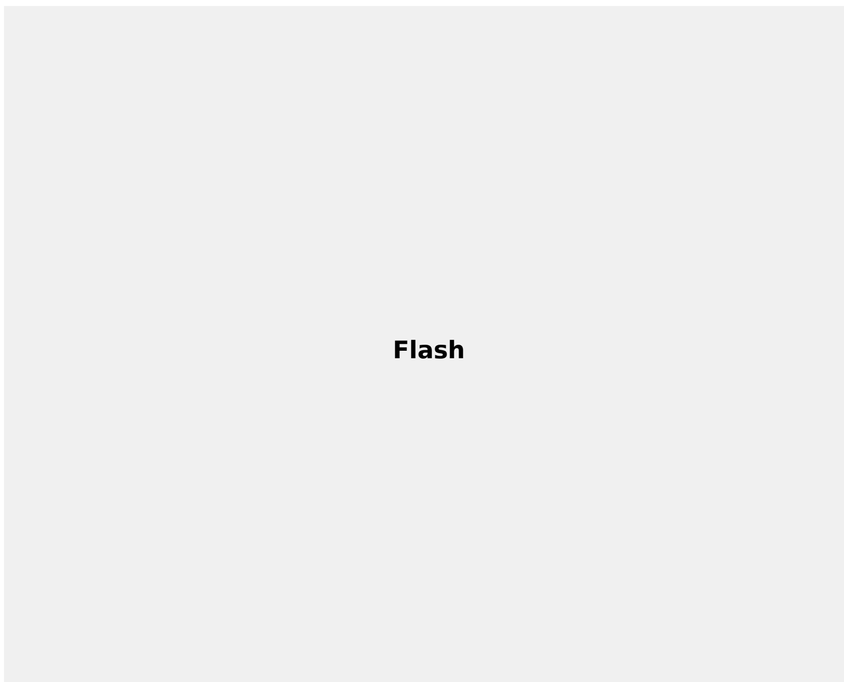
Come prevedibile, le varie metodologie portano a risultati concordanti; **per fortuna !** ;)

Links

Visto che tutto l'articolo si impernia sulle equazioni differenziali e sulle trasformate di Laplace,

a) per chi volesse farsi una cultura sull'argomento, potrà farlo attaverso un videocorso del MIT e precisamente il 18.03 Differential Equations tenuto dal **MITICO** Professor **Arthur Mattuck** !

Un esempio: "Lecture 19"



b) per chi desiderasse qualcosa di "*più leggero*" potrebbe partire dai 34 video sull'argomento

Un esempio: "Laplace Transform 1"

Flash

Estratto da "http://www.electroyou.it/mediawiki/index.php?title=UsersPages:Renzodf:articolo21"