



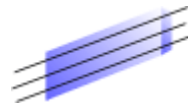
Zeno Martini (admin)

FLUSSO E DIVERGENZA

1 January 2004

FLUSSO

Si definisce flusso di un vettore, l'integrale di superficie del prodotto scalare tra il vettore $\mathbf{A}$ in un punto P appartenente alla superficie ed il versore della normale alla superficie in P.



$$\phi = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_S A \cdot \cos\alpha \cdot dS$$

Osservazioni.

- E' una grandezza che, si può dire, misura il numero di linee di forza che attraversano la superficie, una volta che si sia stabilito di tracciare un determinato numero di linee per unità di superficie per il valore unitario dell'intensità del vettore-campo.
- Il flusso assume significati fisici diversi a seconda della natura del campo: è la quantità di elettricità nell'unità di tempo che attraversa la sezione di un conduttore; la quantità di carica che ha attraversato la sezione di un isolante; l'impulso di tensione ottenibile sul contorno di una superficie in un campo magnetico; la portata in un tubo in cui scorre un fluido.

Divergenza

Si definisce divergenza del vettore $\mathbf{A}$ il limite a cui tende il valore del flusso uscente da una superficie chiusa che circonda il punto P, quando il volume da essa racchiuso tende a zero.



$$\operatorname{div} \vec{A} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \frac{d\phi}{dv}$$

In coordinate cartesiane si ha

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Osservazioni

- Oltre ad un'informazione qualitativa sul punto (che si può dedurre dal significato della parola scelta: punto dal quale partono linee non parallele), essa fornisce anche un'informazione quantitativa sull'"intensità" della sorgente di linee di forza che si trova in quel punto, indicando, in una opportuna scala di rappresentazione, il numero di linee che partono da quel punto.
- Utilizzando l'operatore nabla si ha:

$$\operatorname{div} \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$$

- Quando $\operatorname{div} \vec{A} = 0$, il campo è privo di sorgenti di linee di forza, che sono allora linee chiuse. Siamo in tal caso di fronte ad *un campo solenoidale*.
- Teorema della divergenza: *il flusso di un vettore uscente da una superficie chiusa è uguale all'integrale della divergenza del vettore, esteso al volume racchiuso dalla superficie.*

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{A} dv$$