



Paolo Musolino

MATEMATICA E REALTÀ

7 January 2006

"I primi e più antichi problemi di ogni branca della matematica traggono certamente la loro origine dall'esperienza e sono ispirati dal mondo dei fenomeni (Erscheinungen)"

In queste parole del matematico David Hilbert possiamo veder racchiusa l'essenza originaria della matematica. Essa, infatti, al pari di tutte le altre scienze degne di questo nome, nasce come indagine sul mondo empirico. E' un'indagine, tuttavia, che dalla realtà riceve solamente un primo "svezamento": essa fa di fatti necessari, almeno in principio, i suoi postulati, ma i risultati che da questi discendono prescindono dal mondo esterno.

Un chiaro esempio di questa matematica per così dire primitiva può essere tratto dagli Elementi di Euclide. I postulati -si veda il famoso quinto postulato, vale a dire quello delle parallele- sono dati di fatto necessari del mondo in cui siamo immersi, sono verità assolute che non necessitano di dimostrazione alcuna. Essi sono assiomi che testimoniano una realtà che non può essere altrimenti, asserti che rappresentano le uniche "necessità spaziali" del mondo fenomenico. Non sarebbe eccessivo definirli come una sorta di arché spaziale, dal momento che sono i punti di partenza da cui tutte le considerazioni geometriche derivano (e devono essere fatte derivare).

Continuando in questa direzione, il lettore potrebbe avere poco chiara la differenza tra la matematica e le altre scienze. Ciò che rende la matematica la disciplina più pura e universale è che essa può del tutto fare a meno della realtà, può "essere" senza "esistere". E' proprio vero che se un giorno tutto d'un tratto ci si scoprisse "senza mondo", l'unica cosa che rimarrebbe da fare sarebbe, effettivamente, un po' di matematica.

Come nota, infatti, l'algebrista e logico americano P. Halmos *è innegabile ... che gran parte della matematica è sorta e continua a incontrare una profonda ammirazione per il solo motivo che è interessante - è interessante di per se stessa... Mi piace l'idea che ci sono cose fatte solo per l'interesse che rivestono in sé. C'è davvero qualcosa di sbagliato nel dire che la matematica è una stupenda creazione dello spirito umano e che merita di esistere anche in assenza di ogni applicazione pratica?*

Nota giustamente anch'egli che *l'origine della pittura come quella della matematica, risiede nella realtà fisica, ma il pittore non è una macchina fotografica e il matematico -fortunatamente, aggiungo io- non è un ingegnere...*

Il matematico non ha bisogno, e per alcuni non deve ricorrere, ad una qualsivoglia sorte di esperimento per progredire o per dimostrare un suo qualche asserto: l'unico strumento di cui dispone, più potente di qualsiasi esperienza fenomenica, è una rigorosa dimostrazione fatta di deduzioni e calcoli.

Nell'ambito di una dialettica tra "applicati" e "puristi", contro coloro che difendono questa somma disciplina da ogni contatto con la realtà empirica, sono numerosi i matematici che sostengono la necessità di uscire da una condizione di isolamento, di affacciarsi sul mondo delineato per mezzo di esperimenti e osservazioni dalle altre scienze.

In questo senso Hilbert afferma che *sul potere creativo della pura ragione il mondo esterno esercita di nuovo la sua influenza e ci conduce attraverso fatti reali e nuove domande, ci apre nuove regioni della matematica; e mentre ci sforziamo di far rientrare questi nuovi campi della scienza sotto il dominio della ragione pura, incontriamo spesso la risposta ad antichi problemi irrisolti e facciamo avanzare le vecchie teorie nel modo più fecondo.*

Così facendo la matematica riceverebbe linfa vitale dal mondo fenomenico, portando ad un progresso non soltanto ciò che è comunemente racchiuso sotto il nome di "matematica applicata", ma anche quelle branche che si guardano bene, o almeno dicono di farlo, da ogni contatto con la realtà empirica.

L'invenzione e il sempre più diffuso utilizzo del calcolatore, per esempio, ha aperto nuovi orizzonti a questa disciplina. Esso non solo ha permesso la risoluzione di problemi classici come quello dei "quattro colori" (è sempre possibile colorare una mappa con quattro colori, in modo che due nazioni confinanti non abbiano mai lo stesso colore?), ma ha anche portato alla creazione di una realtà virtuale che si addice maggiormente a quel gusto estetico fatto di pulizia, nitidezza e semplicità proprio della maggior parte dei matematici.

Un esempio di ciò può essere tratto dallo sviluppo di una teoria del caos o, come la definisce nel suo libro James Gleick, della "nascita di una nuova scienza", incoraggiato, se non addirittura iniziato, grazie ad una serie di semplici simulazioni meteorologiche svolte dal matematico Lorenz (e pubblicate nell'articolo *Deterministic Nonperiodic Flow*) su un primitivo computer nel Massachusetts Institute of Technology (elaborazioni che hanno portato, per esempio, a quel fenomeno noto come "effetto farfalla").

Una rivoluzione sostanziale nel modo di interpretare la matematica e le sue interazioni con la realtà è avvenuta a partire dalla fine del diciottesimo secolo.

Fino a quel momento i tentativi di svincolarsi dalle "verità naturali", ben rappresentate in questa disciplina -almeno a livello geometrico, ma non solo- dai postulati euclidei rimanevano isolati a pochi "personaggi". C'è inoltre da aggiungere che si verificavano anche tentativi di dimostrazioni "sperimentali" della necessità o meno della geometria euclidea.

A tal proposito Gauss, che effettuò una misurazione della somma degli angoli interni del triangolo formato dai monti Hohenhagen, Brocken e Inselberg alla ricerca di una risposta di natura empirica, scrive in una lettera ad Olbers del 1817:

"Mi sto convincendo sempre di più che la necessità fisica della nostra geometria non può essere dimostrata, almeno non dalla ragione umana né per ragioni umane. Forse in un'altra vita penetreremo la natura dello spazio

che è per ora irraggiungibile. Fino ad allora dovremo porre la geometria non nella stessa classe dell'aritmetica, che è puramente a priori, ma in quella della meccanica"

Una svolta fondamentale si ebbe a partire dal primo ventennio del diciannovesimo secolo, grazie ai lavori di grandi matematici come Lobaceskij e Riemann: ad una *unica geometria* fino a quel momento esistente, si vennero ad affiancare *più geometrie*. Cadeva, infatti, la pretesa che la geometria dovesse descrivere la realtà esterna: i postulati cessarono di essere verità inattaccabili, ma divennero semplici "punti di partenza" da cui dedurre le varie geometrie.

La negazione di determinati assiomi fece sì che ad un oggetto da descrivere strettamente "*fenomenico*", il matematico ne sostituisse uno "*noumenico*", una pura creazione e astrazione mentale.

Un cammino analogo fu quello percorso dalle altre scienze e in particolare dalla fisica, sebbene con un secolo di ritardo.

Ai *seguaci* di Newton e Galilei, fu necessario, tuttavia, l'*annus mirabilis* che è il 1905 (anno di pubblicazione della *Teoria della Relatività Ristretta*) per destarsi dall'illusoria presunzione di poter descrivere e spiegare -rigorosamente- il mondo, di poter comprendere "quel libro scritto in segni matematici" che è la natura.

La consapevolezza di una relatività gnoseologica ha portato un avvicinamento tra fisici e matematici (quantomeno quelli applicati), consci entrambi del loro compito, vale a dire quello di fornire un modello che possa permettere di approssimare e interpretare situazioni *naturali* o *artificiali* (ma anche puramente *mentali*).

Se l'epistemologo Karl Popper pone nella falsificabilità il discriminante tra ciò che può aspirare al "titolo" di scienza e ciò che non può che rimanere pura *metafisica*, non sarebbe scorretto -anzi, dal mio punto di vista sarebbe addirittura auspicabile!- accostare a tal criterio l'utilizzo degli strumenti forniti dalla matematica per *leggere* i fenomeni, in quanto essi rappresentano se non l'unico almeno il più potente -e rigoroso- mezzo per *catalogare* la realtà.

La matematica, come notò il filosofo Comte, è infatti la disciplina più generale e il suo metodo -ma ci potremmo anche accontentare "solamente" del suo rigore...- sarebbe opportuno fosse adottato, almeno in parte, anche dalle altre scienze.

Possiamo bene affermare che col passare del tempo si è venuta sempre più a creare una *matematica della realtà* ed una *realtà matematica*, non tuttavia così distinte e separate come si potrebbe immaginare.

Esse non sono altro che due differenti inclinazioni tipiche dell'animo umano -uno spirito più pragmatico ed uno più astratto-, ma proprio dalla loro interazione la nostra scienza acquista nuovi stimoli e compie progressi e, inoltre, come nota Hilbert è *su questi reiterati scambi tra ragione ed esperienza che riposano tante analogie sorprendenti, come quell'armonia apparentemente prestabilita, tante volte notata dai matematici, tra le questioni, i modi e le concezioni dei diversi rami della loro scienza.*