

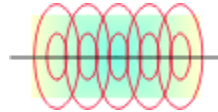


Zeno Martini (admin)

ROTORE

1 January 2004

Rotore



Rotore di un vettore in un punto P è quel vettore il cui modulo è il valore assoluto massimo del limite a cui tende il rapporto tra la circuitazione C del vettore lungo il bordo che delimita un'area S che circonda il punto P e l'area stessa, quando quest'ultima tende a zero ($\lim C/S$, $S \rightarrow 0$), la cui direzione è quella della perpendicolare alla superficie S, ed il cui verso sta a quello di calcolo della circuitazione come il verso di avanzamento di una vite destrorsa.

$$\vec{R} = \text{rot } \vec{A}$$

Le sue componenti cartesiane si calcolano formalmente come i minori della matrice

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

cioè

$$R_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}; R_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; R_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}$$

Il rotore gode delle seguenti proprietà:

- Utilizzando l'operatore nabla si può stabilire l'uguaglianza

$$\vec{R} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- La divergenza di un rotore è nulla in ogni punto del campo

$$\vec{\text{div}} \vec{R} = 0$$

- Il flusso del rotore $\vec{R}$ di un vettore $\vec{A}$ attraverso una superficie S è uguale alla circuitazione del vettore lungo il bordo della superficie (teorema di Stokes)

$$\int_S \vec{R} \cdot d\vec{S} = \oint_s \vec{A} \cdot d\vec{s}$$

- In base al teorema di Stokes, si può dire che se il vettore $\vec{A}$ è lamellare, il suo rotore è nullo in ogni punto per cui $\vec{A}$ si dice anche irrotazionale. E' allora immediato riconoscere la seguente identità: il rotore di un gradiente è nullo

$$\vec{\text{rot}} \text{grad} V = 0$$

- **Laplaciano di un vettore:** è' il vettore calcolato dall'espressione seguente

$$\vec{L} = \Delta_2 \vec{A} = \text{grad} \left(\text{div} \vec{A} \right) - \text{rot} \left(\text{rot} \vec{A} \right)$$

Le sue componenti cartesiane sono

$$L_x = \Delta_2 A_x; L_y = \Delta_2 A_y; L_z = \Delta_2 A_z$$

- **Potenziale vettore:** E' il vettore $\vec{U}$ il cui rotore corrisponde al vettore considerato $\vec{A}$. Esso esiste se il campo è solenoidale ($\text{div} \vec{A} = 0$) ed è definito a meno del gradiente di una funzione scalare arbitraria V . Tutto ciò è espresso dalla relazione

$$\vec{A} = \text{rot}(\vec{U} + \text{grad} V)$$

Osservazioni

- Il rotore denota e quantifica la presenza di vortici, di un campo in cui sono presenti linee di forza che si concatenano.
- Nel caso del moto di un fluido l'esistenza di un rotore della velocità, definisce un moto vorticoso, cioè un movimento in cui la velocità delle singole particelle ha una componente perpendicolare al moto principale di traslazione che determina la portata. Se questa componente non esiste il moto si dice laminare (o lamellare), in quanto il movimento avviene in modo che è possibile individuare superfici costituite da particelle avente la stessa velocità che scorrono l'una sull'altra senza influenzarsi reciprocamente.

- Il movimento delle cariche elettriche costituente una corrente produce nello spazio circostante dei vortici che sono il campo magnetico. Il rotore del campo magnetico prodotto da un conduttore percorso da una intensità di corrente costante è la densità di corrente elettrica
- Inoltre, come si può vedere analizzando le equazioni di Maxwell, le linee di forza di un campo magnetico variabile producono vortici che costituiscono un campo elettrico variabile e, reciprocamente, le linee di forza di un campo elettrico variabile nel tempo producono vortici che sono a loro volta un campo magnetico variabile. Questa successione infinita di campi elettrici e magnetici variabili, si potrebbe dire questa loop infinito di rotori, costituiscono il *campo elettromagnetico*.