



Zeno Martini (admin)

FORZA ELETTROSTATICA TRA LE ARMATURE DI UN CONDENSATORE

31 July 2002

Domanda:

Potrei sapere qual è la forza per unità di lunghezza che si instaura tra le armature di un condensatore cilindrico carico e collegato ad una batteria che gli fornisce tensione?

Risponde admin

La forza tra le armature di un condensatore si può calcolare applicando il principio dei lavori virtuali. Il lavoro delle forze esterne su un sistema che non scambia energia con l'esterno cambia l'energia interna al sistema. La forza è dunque data dal rapporto tra la variazione di energia interna e la variazione della dimensione fisica secondo cui agisce la forza. Se indichiamo con w la variazione di energia e con x la variazione della dimensione fisica si ha: $F=w/x$.

Nel caso del condensatore cilindrico la forza tra le armature è radiale e lo spostamento da considerare è la variazione del raggio esterno.

Consideriamo una porzione di condensatore di lunghezza unitaria ($l=1$ m) e raggio esterno R .

Se x è una infinitesima (molto piccola) variazione del raggio la variazione del volume $V=\pi R^2$ è $\Delta V=2\pi R x$ (volume corona cilindrica di spessore infinitesimo x e raggio R). La variazione di energia interna è $w=0,5\epsilon_0 D^2/e=\pi R x D^2/e$ dove ϵ_0 è la costante dielettrica e $D=Q/A$ la densità di carica sull'armatura. $A=2\pi R$ è la superficie laterale del cilindro esterno di lunghezza unitaria.

In definitiva $w= \pi R x (Q/2\pi R)^2/e=xQ^2/4\pi R\epsilon_0$.

Se consideriamo la capacità unitaria del condensatore cilindrico $c=2\pi\epsilon_0/k$ con $k=\ln(R/R_i)$, avendo indicato con R_i il raggio dell'armatura interna, è $Q=cU$ dove U è la tensione tra le armature, per cui si arriva alla $w= x(2U\pi\epsilon_0/k)^2/4\pi R\epsilon_0=x\pi\epsilon_0 U^2/Rk^2$.

La forza tra le armature per unità di lunghezza è $F=w/x=(\pi\epsilon_0/R)(U/k)^2$.