



Paolo Musolino

INFINITO

2 February 2006

Sull'Infinito

ossia sull'umano annegar nell'infinito mar dell'Essere

*"C'è un concetto che corrompe e altera tutti gli altri.
Non parlo del Male, il cui limitato impero è l'Etica, parlo dell'Infinito."*

J. L. Borges, Otras Inquisiciones

La storia dell'Infinito, come nota brillantemente in un suo libro il matematico Paolo Zellini, è stata in gran parte la storia della complementarità e della lotta di due concezioni di esso: l'infinito potenziale, "negativo", che non finisce mai, e l'infinito attuale, perfetto e chiuso.

Il primo, detto anche falso infinito o, come direbbe Hegel (sebbene in differente contesto), cattivo infinito, è caratterizzato dalla ripetizione "all'infinito" di una medesima operazione di divisione. Tale concezione può essere efficacemente rappresentata dal mito di Sisifo^[1], condannato a trasportare eternamente sulla sommità di un monte (identificato con l'Acrocorinto) un masso che, appena giunto in cima, rotolava a valle.

Il secondo, l'infinito attuale, è un infinito "chiuso" e, per così dire, compiuto, identificabile "religiosamente" con la divinità o "cosmologicamente" con l'universo.

Se spesso l'infinito è considerato come qualcosa di desiderabile, sinonimo di perfezione, Borges ci mette in guardia: esso confonde i nostri sensi e la nostra razionalità, ci disorienta, ci introduce in un labirinto da cui non si può uscire.

La concezione di Borges è, in tal senso, analoga a quella dei Greci: essi non lo nominavano mai in matematica e cercavano il più possibile di evitarlo, in quanto creava problemi difficilmente risolvibili (si vedano a tal proposito da un lato i paradossi di Zenone sull'impossibilità del moto, per esempio, e dall'altro la raffinatissima tecnica di misurazione greca che si opponeva di fatto all'infinito). Esemplare è come il concetto di *apeiron* (illimitato) avesse il carattere implicito di non esistenza, di mancanza, rappresentato da quell' a privativo, caratteristico anche dei suoi attributi.

Se durante tutta l'antichità l'infinito era guardato con sospetto (si pensi alla definizione che ne dà Boezio, ovvero "*dedecus malitiae*"), col passare degli anni, o meglio dei secoli, esso comincia a ricevere migliore "accoglienza" da parte almeno dei filosofi, che lo "trattano con minor diffidenza e maggior familiarità".

Se, infatti, Galilei "matematico" agli interrogativi di Bonaventura Cavalieri si limita quasi a rispondere con un "anti-hilbertiano" "*ignorabimus*^[2]" (perché nell'affrontare tali questioni ci si imbatte in "*difficoltà che derivano nel discorrere che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti, dandogli quegli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate*"), Galilei "filosofo" afferma la "non non-pensabilità" dell'infinito in atto:

"Concedo dunque a' signori filosofi che il continuo contiene quante parti quante [cioè, parti dotate di misura] piace a loro, e gli ammetto che le contenga in atto o in potenza, a loro gusto e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che una linea di dieci canne si contengono dieci linee di una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, ecc., così contiene ella punti infiniti: chiamateli poi in atto o in potenza, come più vi piace, ché io, Sig. Simplicio, in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio e giudizio[...]. Stante che la linea e ogni continuo siano divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti indivisibili, perché una divisione e subdivisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perché altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'essere le parti infinite si tira in conseguenza l'essere non quante, perché quanti[parti estese] infiniti fanno un'estensione infinita: e così abbiamo il continuo composto d'infiniti indivisibili"

Gli anni scorrono e, dopo essere passati "attraverso" Galilei, Cavalieri, Torricelli e Leibniz, si arriva al diciannovesimo secolo, quello che, tanto in matematica (assieme al precedente e al successivo) quanto (e soprattutto) in filosofia, può essere a ragione definito come "l'età dell'infinito". Ma se innumerevoli meriti si devono riconoscere agli idealisti (Fichte, Schelling ed Hegel), altrettanti riconoscimenti spettano a quel "trampolino^[3]" che è **Kant**. Stimolato dal concorso indetto da Lagrange per l'esposizione di "*une théorie claire et précise de ce qu'on appelle Infini en Mathématique*", Kant si impegna a dare una definizione non contraddittoria di ciò che egli chiama *Unendliche*. La posizione di Kant a proposito della grandezza infinita è alquanto articolata. Come nota giustamente Antonio Moretto nel saggio "Infinità e filosofia trascendentale. La riflessione in Kant", il filosofo tedesco ammette uno spazio ed un tempo metafisici, che vanno intesi come infiniti in senso attuale e rappresentano la condizione perché in essi siano dati mediante limitazioni gli spazi ed i tempi finiti della matematica e della meccanica. Pertanto l'infinità attuale è compatibile con le forme pure dell'intuizione sensibile. Tuttavia non c'è posto per la grandezza infinitamente grande in atto nella conoscenza (*Erkenntnis*) adeguata ad una possibile esperienza, ossia quella che rientra nell'ambito di applicazione dei

principi dell'intelletto puro. La grandezza infinitamente grande in atto è un concetto irraggiungibile per l'intelletto, sicché "il vero (trascendentale) concetto dell'infinità è che la sintesi successiva dell'unità nella misurazione d'un *quantum* non può mai essere compiuta". D'altra parte, anche se è un concetto irraggiungibile, ciò non vuol dire tuttavia che sia impossibile. In questo senso, la Kritik der reinen Vernunft precisa che un quantum infinito "contiene un numero [Menge] (di unità data), che è maggiore di ogni numero; che è il concetto matematico dell'infinito". Da un lato, poiché ogni valutazione numerica (finita) è inadeguata, si deve ricorrere ad una rappresentazione potenziale dell'infinito, ad esempio con una successione crescente e illimitata di numeri. Dall'altro, se è pur vero che ogni valutazione numerica è inadeguata, proprio questo fatto attesta che il *quantum* in questione contiene una moltitudine attualmente infinita di unità. Avremmo così, accanto a una matematica "fenomenica", la possibilità di una "matematica noumenica", legittima sotto il profilo logico dal momento che non è contraddittoria sotto il profilo logico, che non può venire applicata al mondo dell'esperienza, poiché lo trascende, ma che può essere riservata alla realtà noumenica.

Quando parla di Infinito (o della Totalità), Kant viene a cozzare con l'idea di Dio: nella Dialettica trascendentale della KRV, egli dichiara l'impossibilità di una Teologia razionale (in quanto, non essendo Dio "sperimentabile", non gli si può attribuire la categoria dell'esistenza), nella KPV Kant assume "la totalità delle perfezioni, la più grande delle tentazioni umane" come postulato.

Il binomio "Dio-infinito" (a cui Kant si rifà, o per confutarlo o per assumerlo come condizione necessaria dell'agire morale), ha, almeno per quanto riguarda il cristianesimo, radici antiche (si pensi alla posizione di Tertulliano). Tale binomio, grazie soprattutto alla "mediazione" di Sant'Anselmo (Nos credimus Te -Deum- esse id quo nihil maius cogitari possit), giunge pressoché intatto fino a **Dante**. Nel Paradiso Dante fa esperienza dell'Infinito (ovvero di Dio), ma Esso rimane incomprensibile per la finita mente umana. L'impossibilità di dire l'Infinito, l'ineffabilità di tale concetto ("Trasumanar significar *per verba* / non si poria") è ciò che unisce il sommo poeta ad un'altra delle figure di spicco della letteratura italiana, agli "antipodi" dell'Alighieri: **Leopardi**. Il naufragio del poeta ("...e il naufragar m'è dolce in questo mare^[4]"), infatti, non è semplicemente del pensiero ("Così tra questa/immensità s'annega il pensier mio"), che non può figurarsi l'infinito ed è costretto ad accontentarsi di "parvenze" -ovvero dell'indefinito-, ma è al contempo della parola, incapace di dire l'infinito o, per dirla dantesca, di "significar la trasumanazione".

Per "rappresentare" l'infinito di Leopardi, le sensazioni che esso suscita nel poeta e nel lettore, *socius naufragii*, si è spesso fatto ricorso a quadri del pittore tedesco **Friedrich**. Se tale operazione può essere legittima dal punto di vista strettamente estetico, qualora si voglia andare a fondo del pensiero dei due artisti vediamo quanto

grande sia la distanza che li separa e comprendiamo quanto possa risultare frettoloso tal paragone. E' vero, entrambi gli artisti rappresentano l'infinito (anche se, per quanto riguarda Leopardi, sarebbe più corretto parlare di indefinito) attraverso la negazione di una "finitezza" (possa essere essa un colle, una siepe, una croce, un monte od un uomo...), ma un "mare" separa le loro "filosofie dell'infinito": quello del poeta recanatese è strettamente materiale e, per così dire, sensista, quello dell'artista tedesco è fortemente intriso di una profonda spiritualità, di una "ferma fede". L'infinito del poeta è teso verso un piacere ed una felicità irraggiungibili, quello del pittore verso Dio. Se dunque Leopardi si lascia trasportare da dolci flutti, Friedrich trova nella fede un'ancora, un soccorso.

Non naufrago, ma "*suavis spectator*[\[5\]](#)" dall'alto dei suoi "*templa serena*[\[6\]](#)", è Lucrezio: per lui rivelare il "vero infinito" significa liberare l'uomo dai suoi timori infondati, dal pesante giogo della *religio*. Gli dei vivono in un'altra dimensione negli "intermundia", nella nostra realtà infiniti sono gli atomi ed infinito è l'universo (summa):

"Omne quod est igitur nulla regione viarum

Finitumst; namqu(e) extremum debebat habere

extremum porro nullius posse videtur

esse, nisi ultra sit quod finiat; ut videatur

quo non longius haec sensus natura sequatur.

Nunc extra summam quoniam nihil esse fatendum,

non habet extremum, caret ergo fine modoque.[\[7\]](#)"

Che il "cielo stellato sopra di noi", per dirla kantianamente, fosse infinito non pare una grossa novità (anche se per le cosmogonie e le cosmologie dell'epoca quella di Lucrezio-Epicuro era una concezione tutt'altro che usuale); ciò che stupisce è l'estrema attualità di certi aspetti del pensiero cosmologico lucreziano.

Il buon senso, un attento e laborioso ragionamento, un'immediata intuizione: in qualunque maniera si affronti il problema della grandezza dell'universo, il risultato è, quasi sempre, lo stesso: un cosmo immenso, tanto più se rapportato a noi "homunculi". Il paradosso di Olbers[\[8\]](#) faceva vacillare la visione "statica", che teneva banco sin dall'antichità. Il colpo definitivo alla concezione anti-evolutiva (e per alcuni anche "finitista") del cosmo fu sferrato da Friedman (1922), Lemaitre (1927) e Hubble (1928, "confortato" anche dalla sua legge $v = H \times d$). Gli anti-evoluzionisti tentarono di rialzarsi nel 1948 con Bondi, Gold e Hoyle, ma il colpo di grazia giunse con la scoperta della radiazione cosmica di fondo, che spianò la strada alla teoria

dell'inflazione (formulata da Starobinskij nel 1979 e perfezionata da Guth nel 1981). Subito dopo il big bang (un centomillesimo di milionesimo di milionesimo di milionesimo di secondo) l'universo si sarebbe trovato in una condizione di falso vuoto che avrebbe indotto una violenta repulsione gravitazionale. In 10^{-32} secondi la repulsione avrebbe fatto crescere l'universo di 10^{50} volte. Una tale iper-espansione comporta l'esistenza di numerosi altri universi non richiesti e a noi inaccessibili, ma liquida i monopoli e spiega perché l'universo oggi sia così uniforme. Per di più risolve il problema filosofico della "causa prima": l'universo sarebbe nato per effetto tunnel dal vuoto quantistico. La teoria è stata madre di numerose altre teorie elaborate, tra gli altri, da Linde e Albrecht. Tutte queste teorie hanno però un nodo epistemologico irrisolto: sono costruite in modo da non poter essere confutate, e quindi, vengono meno al principio di falsificabilità. Inoltre la comparsa dell'universo dal nulla presuppone comunque la preesistenza delle leggi della meccanica quantistica. Per quanto riguarda la fine dell'universo, alcuni scienziati ipotizzano un "universo oscillante" tra un big bang ed un big crunch. La posizione di Lucrezio, inoltre, può apparire sorprendentemente analoga a quella, per esempio, di Stephen Hawking, che prevede la "morte" e la "nascita" di infiniti universi, che si susseguirebbero l'uno dopo l'altro ininterrottamente (non avrebbe dunque senso parlare di un "istante assoluto iniziale" e, tanto meno, di un "Creatore").

Con l'infinito hanno lottato (come rivali o alleati) matematici, filosofi, astronomi, teologi, poeti, pittori... In questo "campo di battaglia di contrasti senza fine" più e più volte le domande hanno soverchiato le risposte, ma dai dubbi, non dalle certezze, il progresso, *"ad augusta per angustia"*.

In quesiti senza soluzione *si è annegato il pensiero umano...*

...ma il naufragar c'è dolce in questo mare.

1 Nella mitologia greca, fondatore e re di Corinto, figlio di Eolo, re di Tessaglia. Sisifo vide il dio Zeus rapire la bellissima Egina e rivelò l'accaduto al padre della fanciulla. Infuriato con Sisifo, Zeus lo condannò mandandogli la Morte, che egli però riuscì ripetutamente a ingannare. Quando infine morì, finì nel Tartaro, dove fu costretto per l'eternità a far rotolare fino alla cima di una ripida collina un masso che ogni volta ricadeva giù. Si ritiene che questo supplizio infero, come quello di Tantalos e delle Danaidi, sia stato inserito nei poemi epici e in particolare nell'Odissea per influenza orfico-pitagorica.

[2] Forte del Paradiso in cui si trovava, e dal quale nessuno poteva cacciarlo ("Nobody will ever drive us out of Cantor's paradise"), Hilbert, al Congresso di Parigi del 1900 affermava: "The conviction of the solvability of every mathematical problem is a powerful incentive to the worker. We hear within us the perpetual call: There is the problem. Seek its solution. You can find it by pure reason, for in mathematics there is no *ignorabimus*". A scacciarlo da tale Paradiso ci pensò Kurt Gödel con i suoi

teoremi "negativi" (risposta appunto "negativa" a più d'uno dei suoi 23 problemi): "per un sistema nel quale siano formalizzate tutte le forme dimostrative finitiste (ossi quelle intuizionisticamente inattaccabili) sarebbe assolutamente impossibile una dimostrazione finitista di non contraddittorietà come quella ricercata dai formalisti"(dagli Atti del secondo convegno di epistemologia delle scienze esatte tenutosi nel 1930 a Königsberg).

[3] "Si prende come trampolino Kant, riconoscendo il potere attivo esercitato dall'intelligenza nella costruzione della realtà, e si ingrandisce questo potere facendo sparire quel *caput mortuum* che era la "cosa in sé". Di conseguenza la realtà tutta diviene opera ed espressione dello spirito, la cui progressiva incarnazione costituisce la storia del mondo" (F. Enriques, Signification de l'histoire de la pensée scientifique, 1934)

[4] "L'ultimo verso è invisibile, silenzioso, illeggibile. E forse qui, in questo silenzio che non può neppure dirsi "sovrumano", in questa fine del linguaggio, nel vuoto di senso e di suono che in essa si spalanca, si può ritrovare ancora l'ombra dei versi, e nel fluttuare dell'ombra, l'invito a ritornare a quel movimento dell'inizio, a quel sempre che sale da lontananze perdute. L'ultimo verso, il silenzio che succede come sua "verità", invitano a quella *dolce* ripetizione, a quel ritmo, che è l'essenza stessa della poesia, il legame della poesia con il respiro, con la vita: Sempre caro mi fu quest'ermo colle". (Antonio Prete, Finitudine e Infinito, 1998)

[5] "Suave, mari magno turbantibus aequora ventis, / e terra magnum alterius spectare laborem"

[6] "Sed nil dulcius est, bene quam munita tenere / edita doctrina sapientum templa serena"

[7] Trad: Tutto ciò che esiste, dunque, non è limitato in alcuna direzione; poiché avrebbe dovuto avere un limite estremo e certamente appare non poter esserci un limite estremo di nessuna cosa, se non ci sia oltre (di essa) qualche cosa che (la) limiti; dimodoché si veda (il punto) al di là del quale la nostra capacità del senso non la segua. Ora poiché è da ammettere che niente ci sia oltre l'universo, esso non ha un termine, dunque è senza fine e misura.

[8] Formulato dal tedesco Heinrich Wilhelm Olbers (1758-1840), tale paradosso afferma che "se l'universo fosse uniformemente popolato di galassie fino a distanza infinita - o di stelle, nella prospettiva newtoniana - il cielo dovrebbe infatti apparire uniformemente luminoso anche di notte".