



Volfango Furgani

TRASFORMATA DI LAPLACE

16 November 2002

Domanda:

Chiedo chiarimenti e materiale sulle trasformate ed antitrasformate di Laplace. Sono uno studente al quinto anno di elettronica e telecomunicazioni e studiando sistemi automatici trovo difficoltà nell'usare i suddetti argomenti.

Risponde Volfango Furgani

Innanzitutto meglio non storpiare il nome di uno dei massimi matematici ed astronomi, Laplace appunto. Comunque spero di inquadrare meglio, non risolvere, le tue difficoltà.

A che serve la sua trasformata? Se per te è facile fare derivate ed integrali, non servirebbe a molto. Se invece qualche difficoltà con l'analisi matematica ce l'hai come tanti di noi, allora dovresti, sentendo nominare la trasformata di Laplace, tirare un sospiro di sollievo. Dubito che lo abbia fatto o che lo farai dopo questa nota necessariamente breve. Laplace ha scoperto che è possibile evitare di risolvere derivate, integrali e le relative equazioni. Qualcosa bisogna tuttavia fare e, per essere semplici, si sostituisce la derivata con una moltiplicazione per s e l'integrale con una divisione per s . ' s ' è una variabile complessa pari a $a + jb$. Invece di lavorare con il tempo t si lavora con una variabile complessa: il vantaggio è che le operazioni restano algebriche e non integro-differenziali. Per apprezzare il vantaggio, bisogna sapere l'algebra ed i numeri complessi. Non sempre accade nel variegato universo degli studenti degli Itis. Il passaggio da funzioni $f(t)$ a funzioni $F(s)$ è l'operazione di trasformazione dal dominio del tempo (t in ascisse) al dominio della frequenza (f in ascisse). Per noi poveri tecnici, i sapienti matematici hanno approntato tabelle a due colonne una con le $f(t)$ più importanti nelle applicazioni e l'altra con le corrispondenti $F(s)$. Mediante queste tabelle si può conoscere la trasformata del segnale che eccita il sistema e addormenta te. Non te la prendere, è solo un'ipotesi, verosimile però. Ora che sappiamo trattare i segnali dobbiamo descrivere in forma matematica il sistema. Dire che un amplificatore guadagna 10 è già un esempio di grossolana descrizione del sistema. In genere una costante non basta, perché, continuando con l'amplificatore, tu sai che il guadagno è funzione della frequenza. In termini più generali, bisogna trovare la funzione di trasferimento del sistema caratterizzata dal numero di elementi del sistema che immagazzinano energia. Il parto di una funzione di trasferimento è, spesso, un procedimento matematicamente travagliato. Necessita di un lungo

periodo di studio senza possibilità di sconti. Noto il segnale di ingresso e la funzione di s che ci dice come e con quali ritardi od oscillazioni il segnale stesso viene trasferito dal sistema in uscita possiamo facilmente trovare con una moltiplicazione la risposta del sistema. Tornando allo amplificatore, se il segnale di ingresso è 0.1 volt ed il guadagno 10, l'uscita risulta di un volt. In generale la risposta del sistema è, ovviamente, una funzione di s . Adesso dovremmo antitrasformare cioè ritornare a funzioni del tempo. In generale questa operazione è piuttosto complicata. Per fortuna, è possibile evitarla. Si possono prevedere le proprietà del sistema, solo dopo uno studio adeguato, direttamente esaminando la funzione di s . La tirata precedente ha, come obbiettivo massimo, di vincere la diffidenza verso il buon Laplace e, non può, a nessun effetto, evitare ore di proficuo studio ed esercizio. L'argomento è vasto e complicato. In questo stesso sito si trovano parecchi articoli che trattano diversi aspetti della questione. Non dimenticare poi, il tuo libro di testo. Non 'è una via brevis per lo studio dei sistemi. Di questo devi essere convinto.

Volfango Furgani