



Zeno Martini (admin)

MA QUANTO CORRONO?

23 June 2007

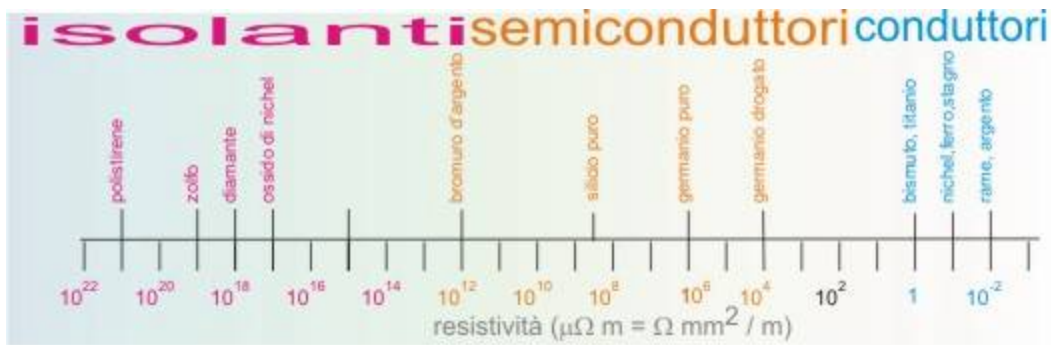
Premessa

E' giunta più di qualche domanda relativa alla "velocità della corrente elettrica". Non è un'espressione molto corretta e sottintende una duplice visione del fenomeno, non esplicitata. La corrente elettrica è un modo di essere delle cariche e sta a significare il loro movimento d'insieme ordinato. E' misurata dall'intensità che indica quante cariche attraversano la sezione di un conduttore nell'unità di tempo. Chi si pone la domanda probabilmente sta pensando alla velocità con cui le cariche attraversano quella sezione. Contemporaneamente però vi associa la rapidità con cui si manifestano i fenomeni elettrici in un circuito non appena venga attivato. Per quanto distante possa essere l'utilizzatore dal generatore, una lampada, per esempio, si accende immediatamente. Questa seconda velocità però è nettamente diversa dalla prima. E' infatti la velocità con cui si propaga nel conduttore la velocità d'insieme. Infatti gli elettroni per effetto dei loro campi elettrici, spingono quelli vicini. Un'onda di compressione si propaga, un'onda che viaggia alla velocità della luce: un'onda elettromagnetica.

Questo articolo mostra perché chi fa la domanda si sente sempre rispondere (o quasi, almeno qui su Electroportal) che la velocità con cui si muovono gli elettroni nei conduttori, la prima delle due, è in realtà molto piccola. La risposta che suscita quasi sempre meraviglia e perplessità si basa sul modello detto "a gas di elettroni". E' il più semplice per illustrare la conducibilità elettrica ma, se può essere sufficiente per lo scopo che qui ci si prefigge, ha notevoli limitazioni soprattutto per quanto riguarda la spiegazione delle variazioni di conducibilità nei materiali.

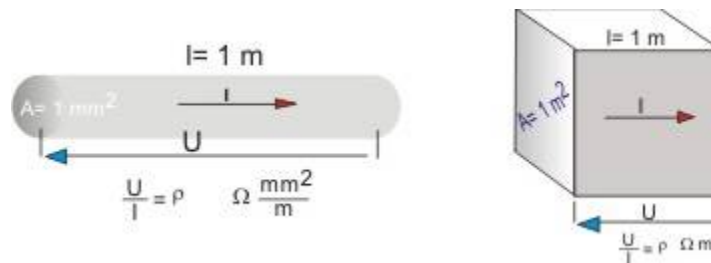
Materiali

In relazione alla conducibilità elettrica la classica suddivisione dei materiali è quella illustrata in tabella.



La figura illustra quanto ampio sia il campo dei valori per la resistività.

La resistività $\mathbf{r}$ di un materiale, che è l'inverso della conducibilità, se espressa nel sistema SI in $\mathbf{W \cdot m}$ (*ohm m*) è la resistenza che presenta un pezzo di quel materiale avente sezione di $\mathbf{A=1 \cdot m^2}$ e lunghezza $\mathbf{l=1 \cdot m}$, cioè un cubo di lato un metro. Per i conduttori è preferibile usare un suo sottomultiplo, un milione di volte più piccolo, il $\mathbf{mW \cdot m}$ che si può anche scrivere $\mathbf{W \cdot mm^2 / m}$, che è l'unità usata in figura. La resistività espressa in tale unità è la resistenza di un filo lungo un metro e di sezione pari ad un millimetro quadro. Il numero che la esprime è un milione di volte maggiore di quello espresso nell'unità del sistema internazionale



Per la legge di Ohm un filo di rame con queste dimensioni cui venga applicata una tensione di $U=10 \text{ V}$ è percorso da una corrente $I = U / R = 10 / (0.02 \times 10^{-2}) = 500 \text{ A}$, mentre per un filo di polistirene di identiche dimensioni l'intensità sarebbe di 10 miliardesimi di picoampere.

E' intuibile quanto possa essere arduo definire un modello matematico unico in grado di spiegare queste enormi differenze.

E' un argomento di fisica dello stato solido e richiede, per una sua trattazione completa, il ricorso alla meccanica quantistica e alle proprietà ondulatorie degli elettroni.

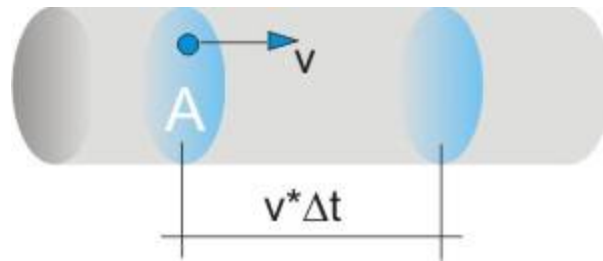
Il gas di elettroni

Per definizione l'intensità di corrente è la quantità di elettricità che attraversa la sezione di un conduttore nell'unità di tempo. E' quindi espressa da $I = Q/t$; I è appunto l'intensità, Q la quantità di elettricità, t il tempo di osservazione. In analogia al movimento di un fluido, potremmo dire che si tratta di una "portata di carica". La portata volumetrica di un fluido che scorre in una tubazione è data dal prodotto della sezione per la velocità di spostamento comune a tutte le particelle di fluido. La quantità di massa trasportata è perciò il prodotto della portata volumetrica per la densità del fluido.

Analogamente la quantità di elettricità sarà il prodotto della portata volumetrica delle cariche che si spostano con la comune velocità di deriva, v , moltiplicato la carica esistente nell'unità di volume.

Qui entrano in gioco le ipotesi alla base del modello del gas di elettroni. Innanzitutto sono pensati come particelle e si suppone che partecipino alla conduzione tutti gli elettroni di valenza. Nel cosiddetto legame metallico gli elettroni di valenza non appartengono al singolo atomo ma sono completamente liberi di muoversi tra l'intero reticolo cristallino del metallo. Essi formano perciò una nube di particelle cariche interna alla struttura reticolare del metallo: un gas di elettroni appunto. Un filo conduttore lo possiamo quindi immaginare come un tubo pieno di questo gas. Si possono allora interpretare le proprietà elettriche dei metalli ricorrendo a questa analogia e sfruttando la teoria sviluppata per i gas.

Conosciamo la carica dell'elettrone: in valore assoluto $e=1,610^{-19}$ C. Il numero di elettroni per unità di volume, nell'ipotesi che tutti gli elettroni di valenza siano svincolati dai loro atomi, è dato dalla valenza per il numero di atomi per unità di volume. Lo si può ottenere in questo modo. Una mole di una qualsiasi sostanza, che contiene sempre un numero di molecole pari al *numero di Avogadro* $N=6,02 \times 10^{23}$, corrisponde ad una quantità che, espressa in grammi, è pari alla sua massa atomica. Se consultiamo una [tavola periodica degli elementi](#) la massa atomica del rame è 63,546 mentre la sua densità è $8,96 \text{ kg/dm}^3$. Una mole è costituita perciò da 0,063546 kg ed un metro cubo ha una massa di 8960 kg. In un metro cubo ci sono perciò $m=8960/0,063546=1,37 \times 10^5$ moli cioè $n=0,82 \times 10^{29}$ atomi. Questo è anche il numero di elettroni liberi che ci serve per il modello per metro cubo per il rame monovalente.



Considerato un tratto del conduttore rappresentato in figura, in cui si ha una corrente dovuta alla velocità di deriva $\mathbf{v}$ del gas elettronico, nel tempo $\mathbf{Dt}$ attraverso la sezione $\mathbf{A}$ sono transitate tutte le cariche che si trovano nel volume compreso tra le due sezioni azzurre. La carica che vi corrisponde è

$$\mathbf{Q} = n \mathbf{x} (\mathbf{A} \mathbf{v} \mathbf{x} \mathbf{Dt}) \mathbf{x} e$$

Quindi la densità di corrente può essere calcolata con

$$\mathbf{J} = \mathbf{I} / \mathbf{A} = (\mathbf{Q} / \mathbf{Dt}) / \mathbf{A} = \mathbf{v} \mathbf{x} n \mathbf{x} e$$

Espressione da cui si ricava la velocità di deriva.

$$\mathbf{v} = \mathbf{J} / (n \mathbf{x} e)$$

Per una densità di corrente di $10 \text{ A} / \text{mm}^2 = 10^7 \text{ A} / \text{m}^2$.

Si ha perciò

$$\mathbf{v} = 10^7 / (0,82 \times 10^{29} \times 1,6 \times 10^{-19}) = \mathbf{0,76 \text{ mm} / s}$$

La velocità di propagazione della perturbazione nel conduttore risulta invece

$$\mathbf{c} = 1 / \sqrt{\epsilon \mathbf{x} \mu}$$

dove ϵ e μ sono, rispettivamente, la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del mezzo in cui si forma il campo elettromagnetico. Nel caso di conduttori nudi in aria essa è di $300.000 \text{ km} / \text{s}$.

I limiti del modello

Se può essere soddisfacente per comprendere il valore della velocità di deriva, come anticipato nella premessa, il modello a gas di elettroni ha dei limiti notevoli nella spiegazione del comportamento di materiali diversi.

Il modello consente infatti di ricavare un'espressione della resistività.

Se indichiamo con **K** il campo elettrico che conferisce agli elettroni l'accelerazione **a=Kxe/m_e**, dove **m_e = 9x10⁻³¹ kg** è la massa dell'elettrone, si può porre che la velocità di deriva sia proporzionale all'accelerazione con costante di proporzionalità data dal tempo medio che intercorre tra due urti, **t**

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}t = t\mathbf{x}K\mathbf{x}e/m_e$$

Per la legge di ohm si ha

$$r = K/J = K / (v_n n x e) = K / (n x t x K x e^2 / m_e) = \mathbf{m_e} / \mathbf{n x t x e^2}$$

L'espressione mostra come le uniche variabili siano **n** e **t**, le quali risultano insufficienti a spiegare la diversità tra i diversi materiali. **t** si può porre uguale al rapporto tra la distanza tra gli atomi del reticolo cristallino e la velocità termica posseduta dagli elettroni, presupponendo gli elettroni liberi di un elemento monovalente, uniformemente distribuiti. La velocità termica è l'energia cinetica posseduta dall'elettrone che dalla teoria dei gas ideali è proporzionale alla temperatura assoluta **T (K)**, è completamente casuale, quindi non dà alcun contributo alla velocità di deriva che genera la corrente elettrica, ma è determinante per stabilire il tempo tra due urti successivi. Nell'urto la velocità di deriva è completamente annullata e l'elettrone l'acquiesce di nuovo, mediamente uguale alla precedente, nell'intervallo successivo. Si ha dunque:

$$\mathbf{0,5 x m_e x v_t^2 = 1,5 x k x T}$$

dove **k=1,38x10⁻²³ J K⁻¹** è la costante di Boltzmann. Per **T=300 K** si rivava perciò **v_t= 1,2x10⁵ m/s**

Considerando **n=0,82x10²⁹ atomi / m³**, quindi un ugual numero di elettroni liberi, si ha una distanza reticolare **d= 1 / n^{1/3} = 0,23 nm**. Allora si ha **t= d / v_t = 1,9x10⁻¹⁵ s**, per cui si ottiene **r=1,5x10⁻⁷ W m**. E' una resistività che si avvicina a quella del ferro o dello stagno, ma non a quella del rame la cui resistività è quasi dieci volte inferiore. Inoltre il modello che, per una temperatura costante prevede correttamente una resistività costante, come avviene nei conduttori, implica una dipendenza dalla temperatura secondo la radice quadrata e non lineare, come si verifica sperimentalmente. Non riesce poi assolutamente a spiegare la diversità tra conduttori ed isolanti.

Teorie che interpretano correttamente queste proprietà considerano gli elettroni non come particelle ma come onde secondo i concetti ed i metodi della meccanica quantistica: il modello ad elettroni liberi e la teoria delle bande.

Bibliografia

- Introduzione ai materiali - Mondatori Biblioteca EST
- Fisica 2 - Hans-C.Ohanian - ed-Zanichelli