



Zeno Martini (admin)

UN PO' DI PID

4 December 2007

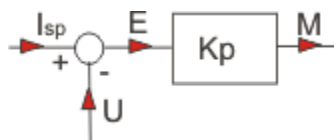
Cose generali

La progettazione completa del controllo di un azionamento o di un processo industriale, richiede sia la valutazione del comportamento a regime stazionario (o quasi-stazionario), in cui le grandezze in gioco si mantengono costanti o subiscono variazioni molto lente, sia lo studio del comportamento dinamico, cioè della transizione sufficientemente rapida da un regime ad un altro. Se la condizione transitoria è frequente, risulta indispensabile ricorrere a siffatta progettazione. Gli innumerevoli parametri in gioco, spesso non completamente noti, rendono difficoltoso il progetto della dinamica. Un aiuto notevole lo fornisce la simulazione, che è l'elaborazione al computer del modello matematico del comportamento dinamico. E' così possibile determinare i parametri con i quali tarare i componenti di regolazione reali. Tali tecniche si stanno diffondendo con il potenziamento dei software di analisi e sintesi e costituiranno sempre più l'approccio progettistico futuro.

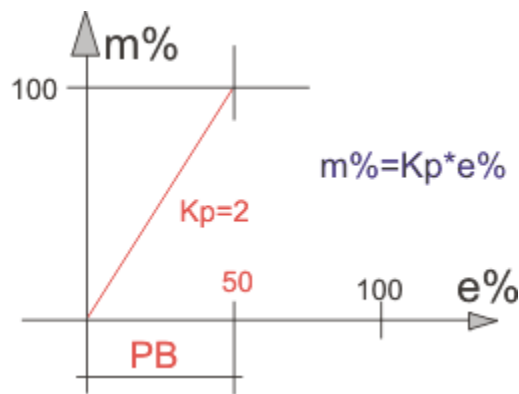
Nella grande maggioranza dei casi però, ancora oggi, il progetto del controllo si basa prevalentemente su considerazioni di tipo statico, cioè sulle condizioni di funzionamento a regime stazionario. Spesso infatti la fase dinamica occupa una piccola parte della vita operativa del sistema. In questo caso il comportamento in regime transitorio è rimandato alla fase di messa a punto del sistema ed affidato ai regolatori industriali, genericamente indicati con il nome di PID, un acronimo che sta per **p**roporzionale, **i**ntegrale, **d**erivativa, aggettivi che qualificano le tre azioni svolte dal regolatore.

Un regolatore PID è dunque costituito da tre blocchi che agiscono contemporaneamente o separatamente e che svolgono tre azioni distinte. E' in generale inserito in un sistema controreazionato.

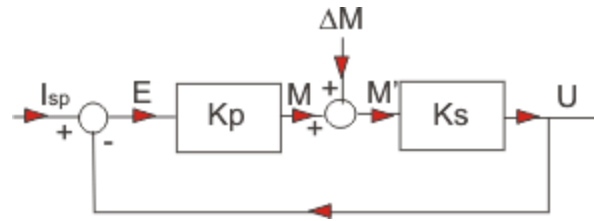
Il blocco proporzionale esplica un'azione direttamente proporzionale all'errore, **E**, cioè alla differenza tra il valore effettivo dell'uscita, **U**, ed il valore per essa impostato (*set point*: **I_{sp}**): $E = I_{sp} - U$



La costante di proporzionalità, K_p , cioè il guadagno, può essere aumentata fino ad ottenere la prontezza di risposta desiderata con gli adeguati margini di stabilità. L'errore però non può mai essere nullo: l'aumento del guadagno lo può solo ridurre. Il guadagno K_p è il rapporto tra l'uscita e l'ingresso "normalizzati", cioè riferiti entrambi ai rispettivi valori di fondo scala, che indichiamo, rispettivamente con M_{fs} ed E_{fs} . L'ingresso, e , e l'uscita, m , normalizzati sono allora: $m = M / M_{fs}$ ed $e = E / E_{fs}$ dove M ed E sono gli effettivi valori di uscita ed ingresso compresi nell'intervallo dell'azione proporzionale. Quindi $K_p = m / e$. L'inverso del guadagno moltiplicato cento è la *banda proporzionale*: $PB = 100 / K_p = 100 * e / m$. Se $m=1$, cioè quando l'uscita raggiunge il suo valore di fondo scala, si ha $e = PB / 100 = 1 / K_p$, cioè l'ingresso che manda in fondo scala l'uscita. Se ad esempio $K_p=2$, l'uscita va in fondo scala per $e = 0,5$ cioè per un ingresso che è il 50% del valore di fondo scala. La figura rappresenta la banda proporzionale.



In un sistema a controreazione unitaria, l'errore è $E = I_{sp} - U$ dove U è l'uscita effettiva. Se I_{sp} è l'ampiezza di un gradino, l'uscita corrisponde a regime è $U = I_{sp} * K_s * K_p / (1 + K_s * K_p)$ dove K_s è il guadagno statico proprio del processo controllato. Dunque $E = I_{sp} / (1 + K_s * K_p)$. Si ha $E = E_{fs}$, errore di fondo scala o massimo errore quando $U = 0$, quindi $E_{fs} = I_{sp}$. Allora $e = E / E_{fs} = 1 / (1 + K_s * K_p)$ ed $e\% = 100 / (1 + K_s * K_p)$ che è l'errore della risposta al gradino unitario. Per l'azione proporzionale $m\% = K_p * e\% = 100 * K_p / (1 + K_s * K_p)$. Restringendo PB si riduce l'errore, ma non lo si elimina. Un sistema con errore finito in risposta al gradino si dice di *tipo zero*. Solo aggiungendo un opportuno ingresso DM , detto *reset*, all'uscita del regolatore, aggiustabile dall'operatore, è possibile eliminarlo. Il segnale in ingresso al sistema controllato è in tal caso $M' = M + DM$



Per eliminare completamente l'errore automaticamente, occorre un'azione che non sia sensibile al semplice errore, ma alla somma dei suoi incrementi nel tempo. Tale è l'azione integrale. Un sistema che ha un errore nullo in risposta al gradino si dice di *tipo 1*. Il parametro caratteristico dell'azione integrale è detto costante di integrazione ed è legato al tempo in cui si desidera che l'errore si azzeri.

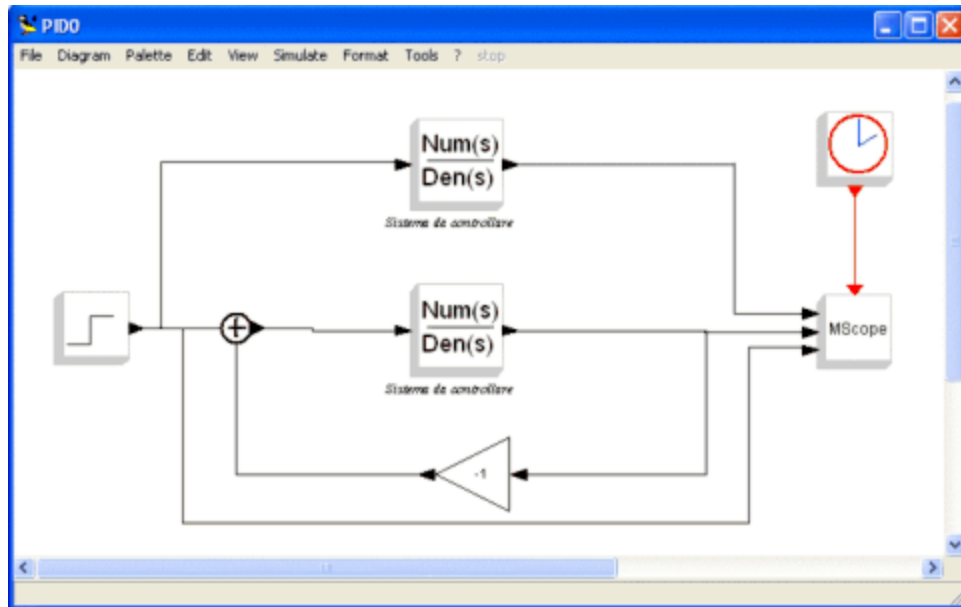
L'azione proporzionale e quella integrale sono spesso combinate tra loro. La regolazione **PI** è efficace e molto usata quando le variazioni richieste sono ampie, ma piuttosto lente. L'azione integrale elimina l'errore, ma diminuisce la rapidità di risposta. La taratura della costante di integrazione è legata alle sovraelongazioni ed alle oscillazioni che si possono innescare.

L'azione derivativa infine è utilizzata quando sono richieste variazioni rapide ma non eccessivamente ampie, in quanto essa aumenta la rapidità di risposta. Essa però non elimina l'errore a regime per cui in genere è usata solo in combinazione con le altre due azioni, dando luogo alla regolazione **PID**. L'azione derivativa permette di attenuare le eventuali sovralongazioni ed oscillazioni introdotte dall'azione integrale. C'è però da osservare che l'azione derivativa pura non è usata ma è sempre associata ad un filtro passa-basso, cioè ad una rete che limita il guadagno del blocco derivativo quando le variazioni sono troppo rapide.

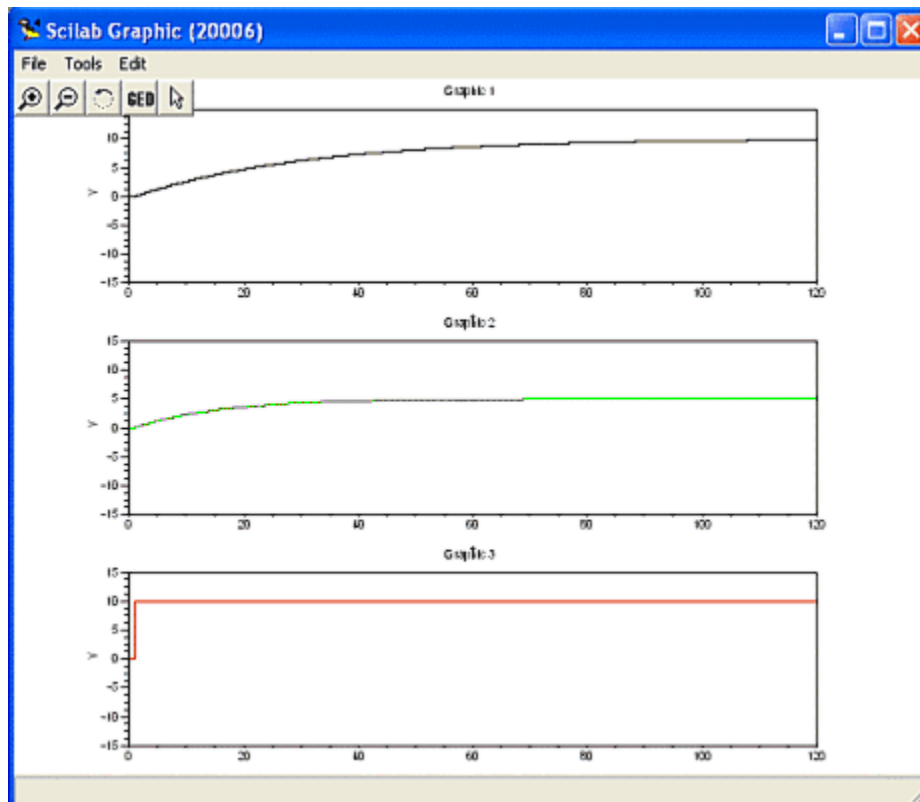
SIMULAZIONI

Illustriamo quanto sopra ricorrendo ad alcune simulazioni al computer usando l'applicazione Scicos di Scilab 4.1.2. Gli esempi vogliono essere una traccia da cui partire per studiare e regolare sistemi di maggiore complessità.

Consideriamo un sistema del primo ordine la cui funzione di trasferimento è dunque $G(s) = 1 / (1 + s \cdot T)$. La seguente figura mostra il diagramma tracciato con scicos predisposto per vedere l'uscita del sistema senza controreazione e con controreazione unitaria. Si applica un ingresso a gradino di ampiezza $I_{sp}=10$. La costante di tempo del sistema è $T=30$ s.

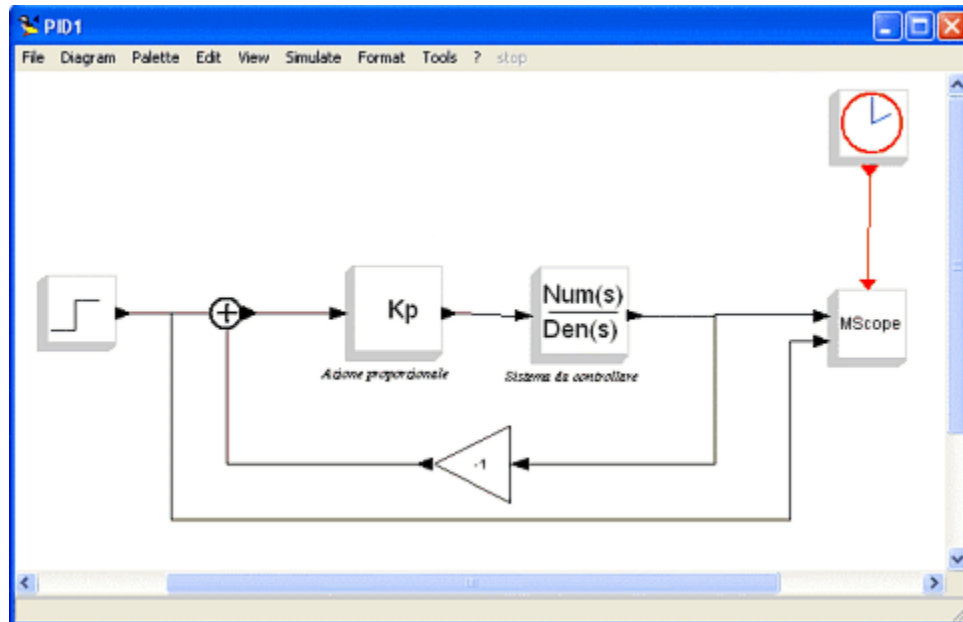


Nella figura seguente sono mostrate le risposte in catena aperta (nero) ed in controreazione unitaria (verde). Come si vede la controreazione aumenta la rapidità di risposta a scapito del guadagno.

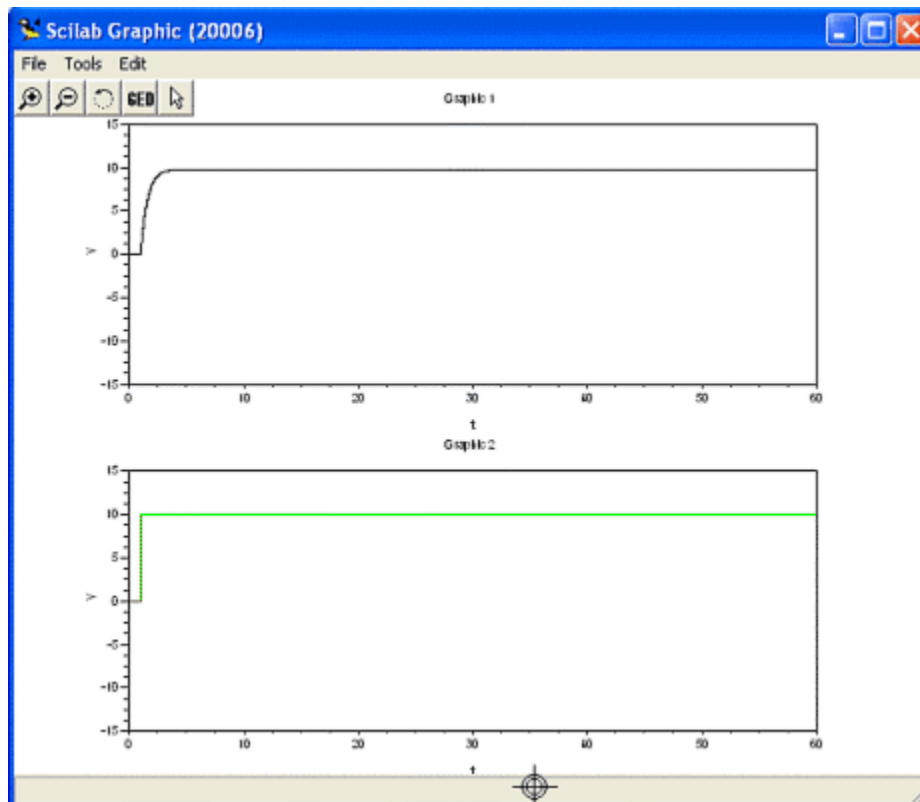
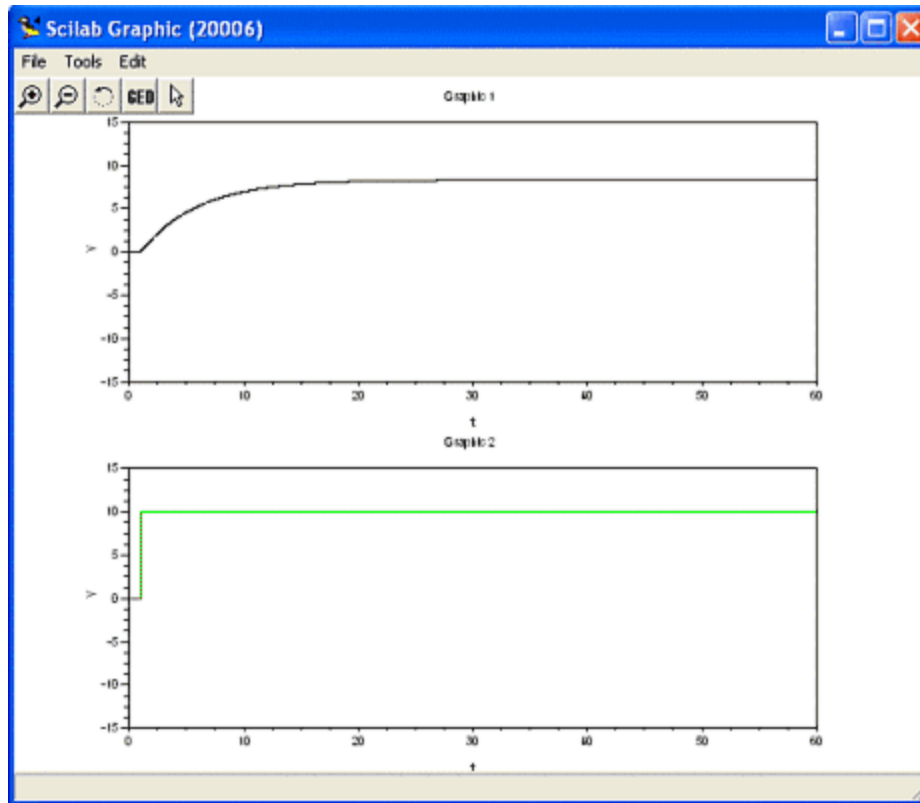


AZIONE PROPORZIONALE

Consiste nel predisporre un blocco di amplificazione dell'errore, cioè della differenza tra l'ingresso e l'uscita. L'aumento del guadagno aumenta ulteriormente la rapidità di risposta e diminuisce lo scostamento del valore finale dal valore impostato nell'ingresso, senza però annullarlo. Se non ci sono problemi di stabilità, come è il caso del sistema considerato, il guadagno può essere aumentato fino a raggiungere l'errore accettabile.

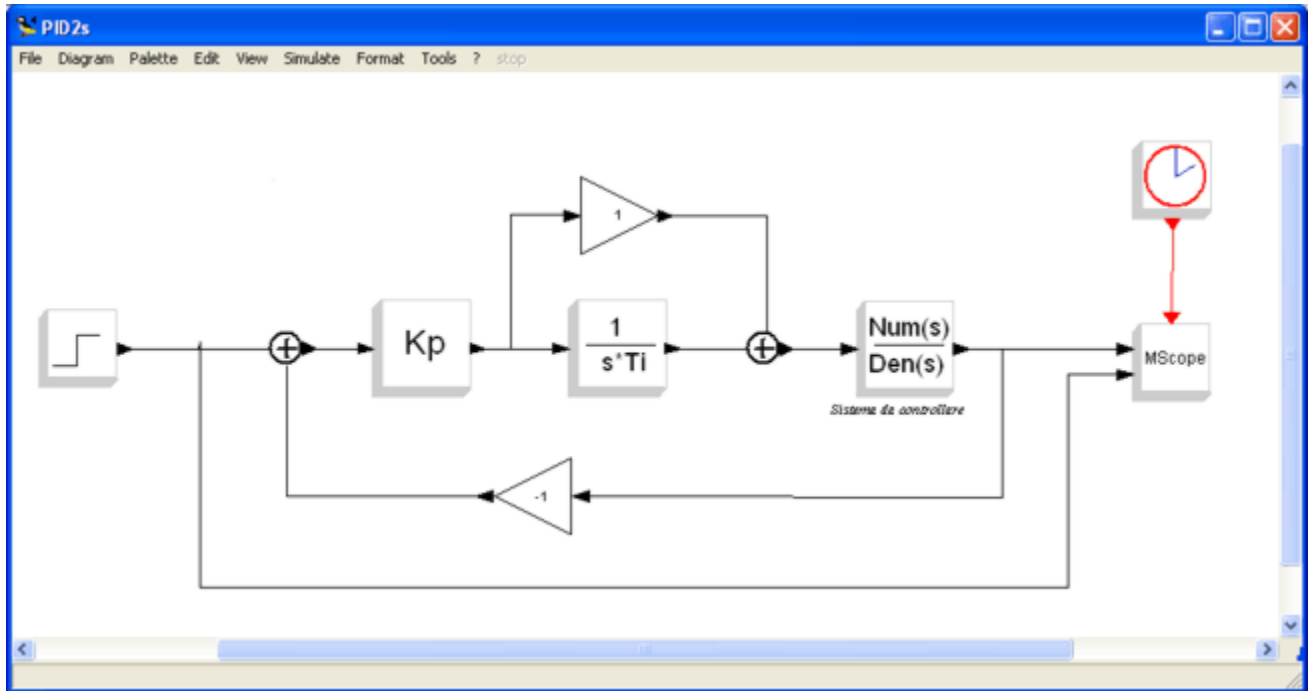


I grafici mostrano l'uscita per $K_p=5$ e per $K_p=50$



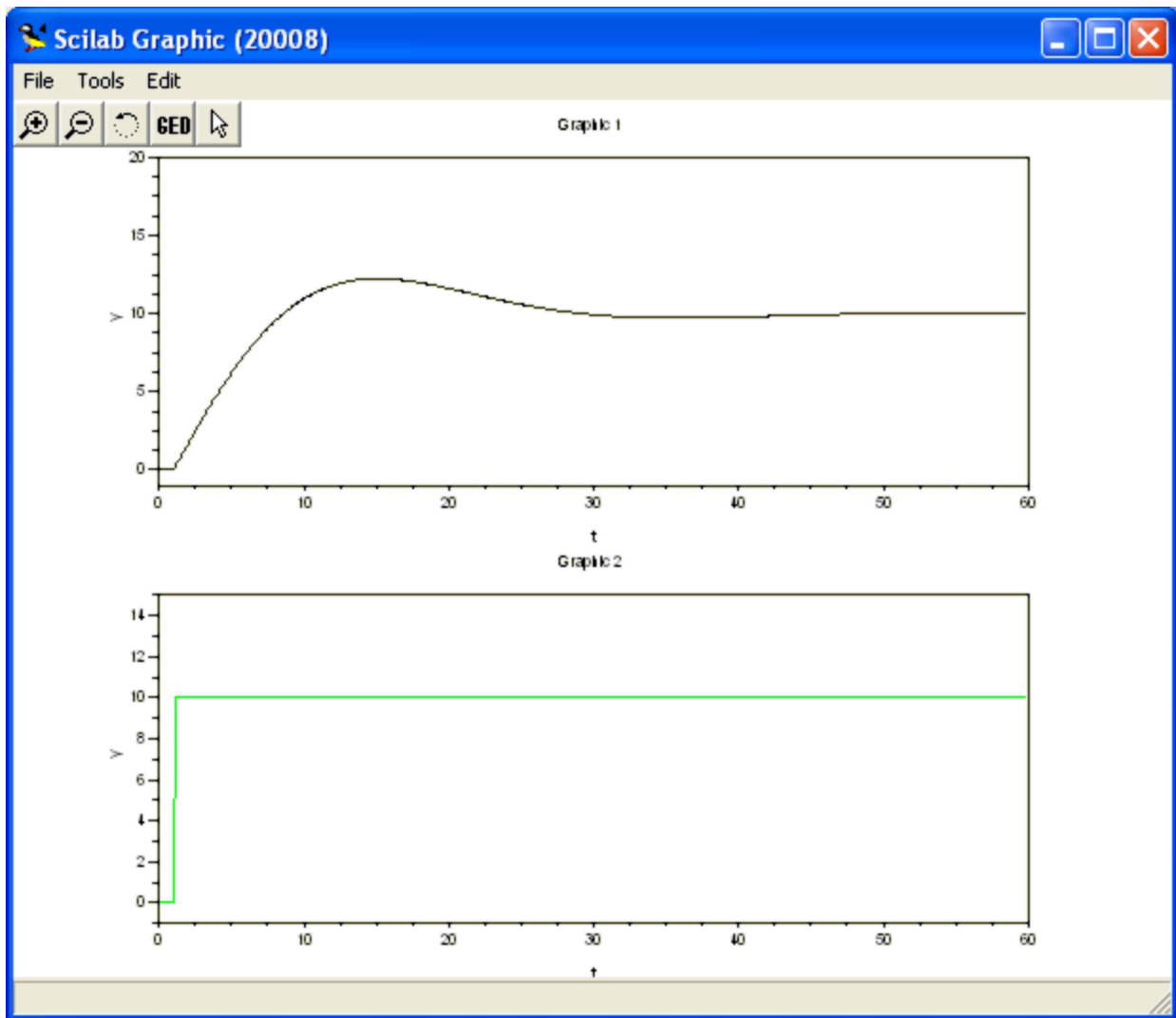
Azione Proporzionale-Integrale

Per annullare l'errore completamente, si affianca all'azione proporzionale quella integrale secondo lo schema a blocchi della seguente figura. La funzione di trasferimento del blocco PI è: $G(s) = K_p + K_i/s = K_p(1 + 1/(s \cdot T_i))$ con $T_i = K_p/K_i$ che è detta *tempo di integrazione*. La risposta desiderata si ottiene regolando la costante di proporzionalità e quella di integrazione, cioè il tempo di integrazione.



I

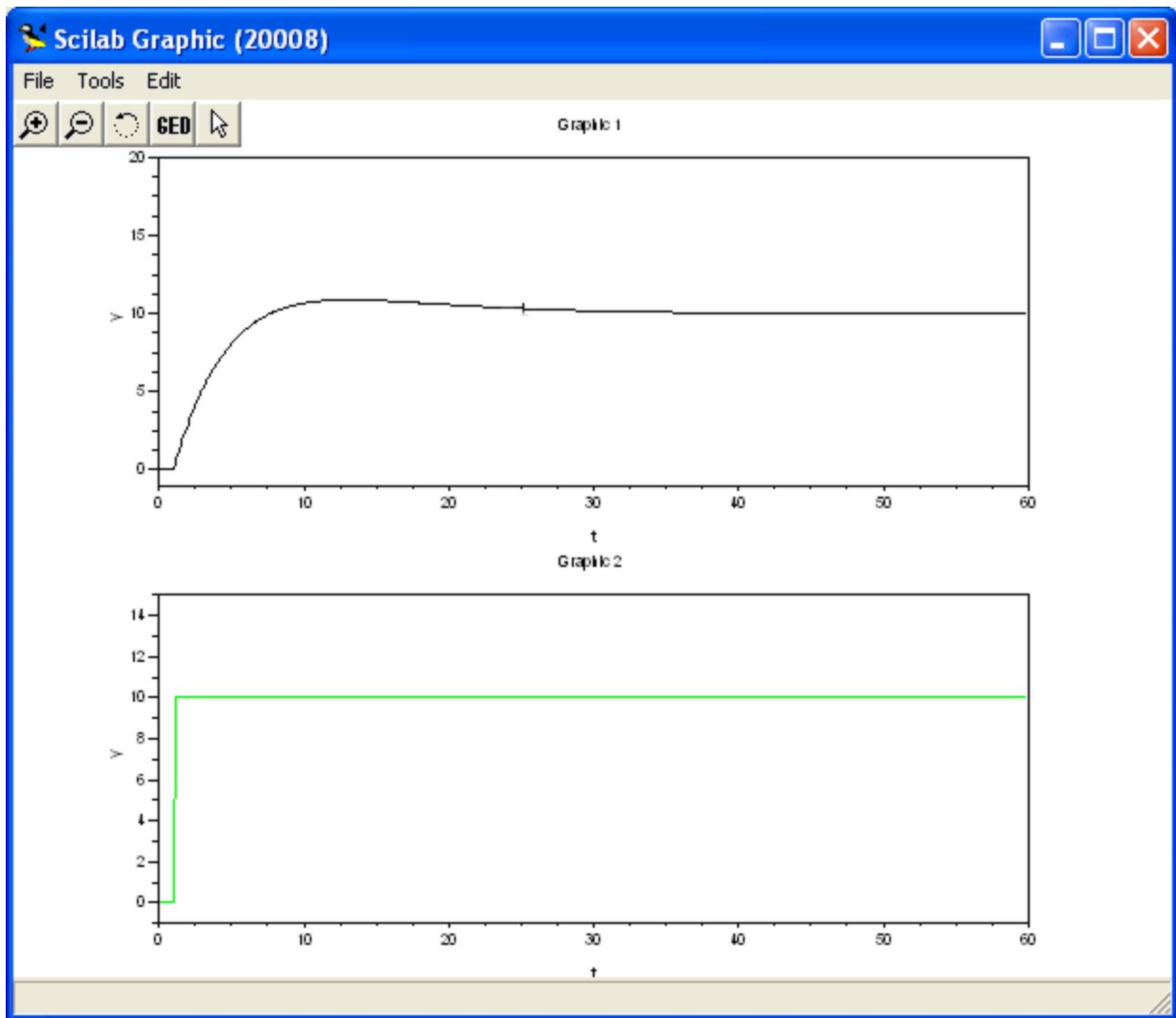
$$K_p = 5; K_i = 1; T_i = K_p/K_i = 5$$



Come si vede l'aggiunta dell'azione integrale diminuisce la rapidità di risposta, ed introduce una sovraelongazione. La rapidità di risposta può essere aumentata aumentando K_p

II

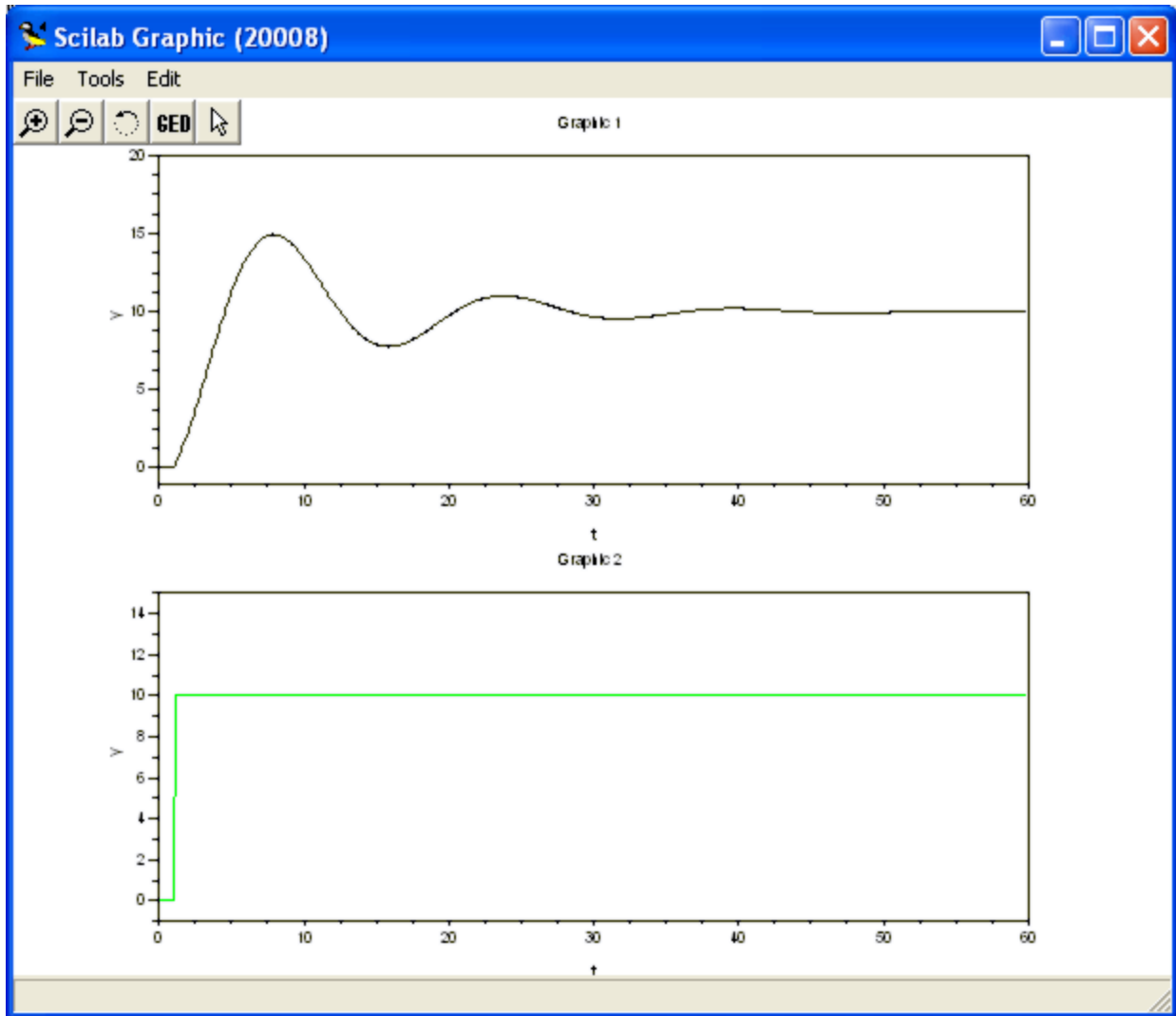
$$K_p=10; K_i = 1; T_i = K_p/K_i = 10$$



La diminuzione del tempo di integrazione aumenta la rapidità di risposta ma anche la sovraelongazione e la frequenza delle oscillazioni smorzate.

III

$$K_i = 5; K_p = 5; T_i = K_p/K_i = 1.$$

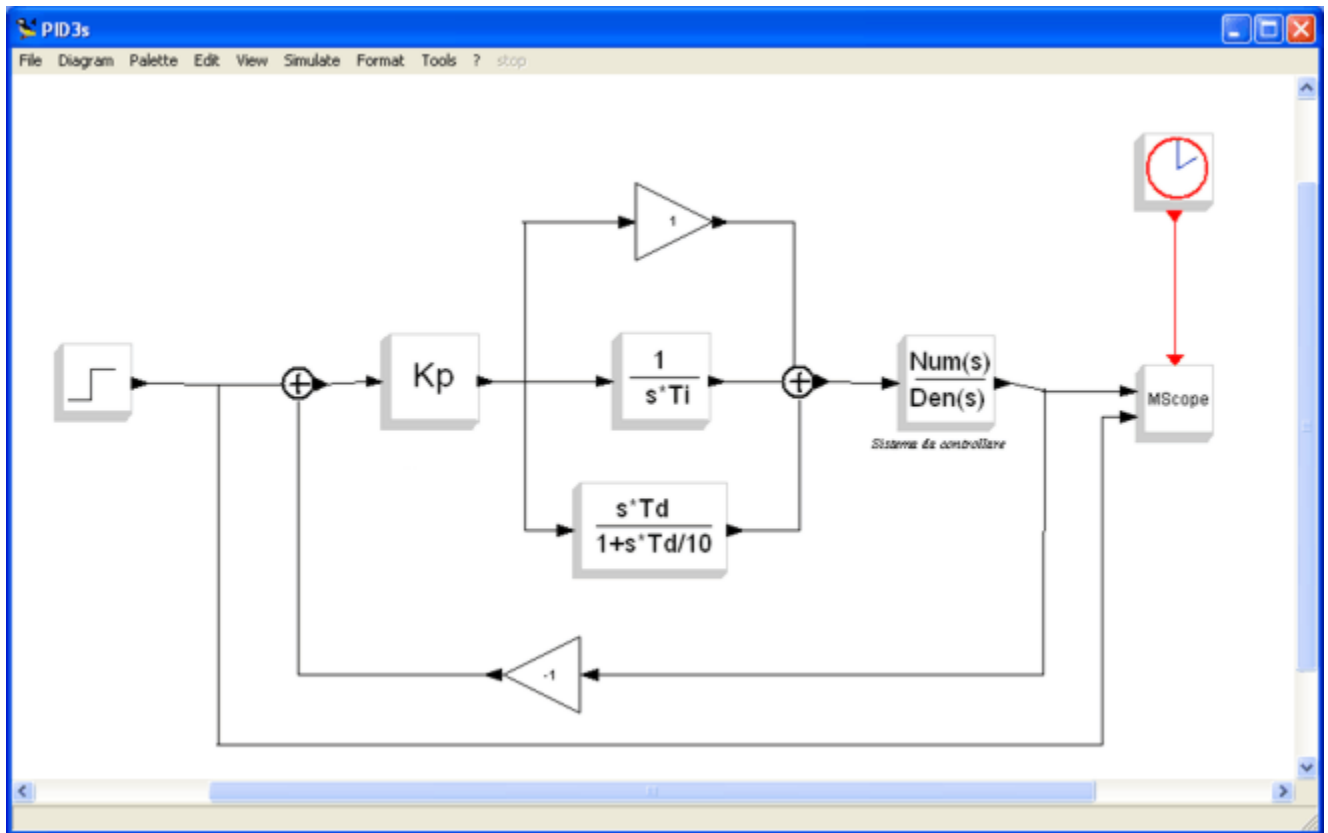


AZIONE PROPORZIONALE-INTEGRALE- DERIVATIVA

L'aggiunta dell'azione derivativa alla situazione dell'ultimo schema, illustrato nella figura seguente, consente di aumentare la rapidità di risposta riducendo sovraelongazione ed oscillazioni. L'azione derivativa caratterizzata dalla costante K_D , come detto più sopra, non è usata pura (K_D*s), ma associata ad un filtro passa basso con frequenza di taglio opportunamente scelta. La funzione di trasferimento del blocco PID è allora:

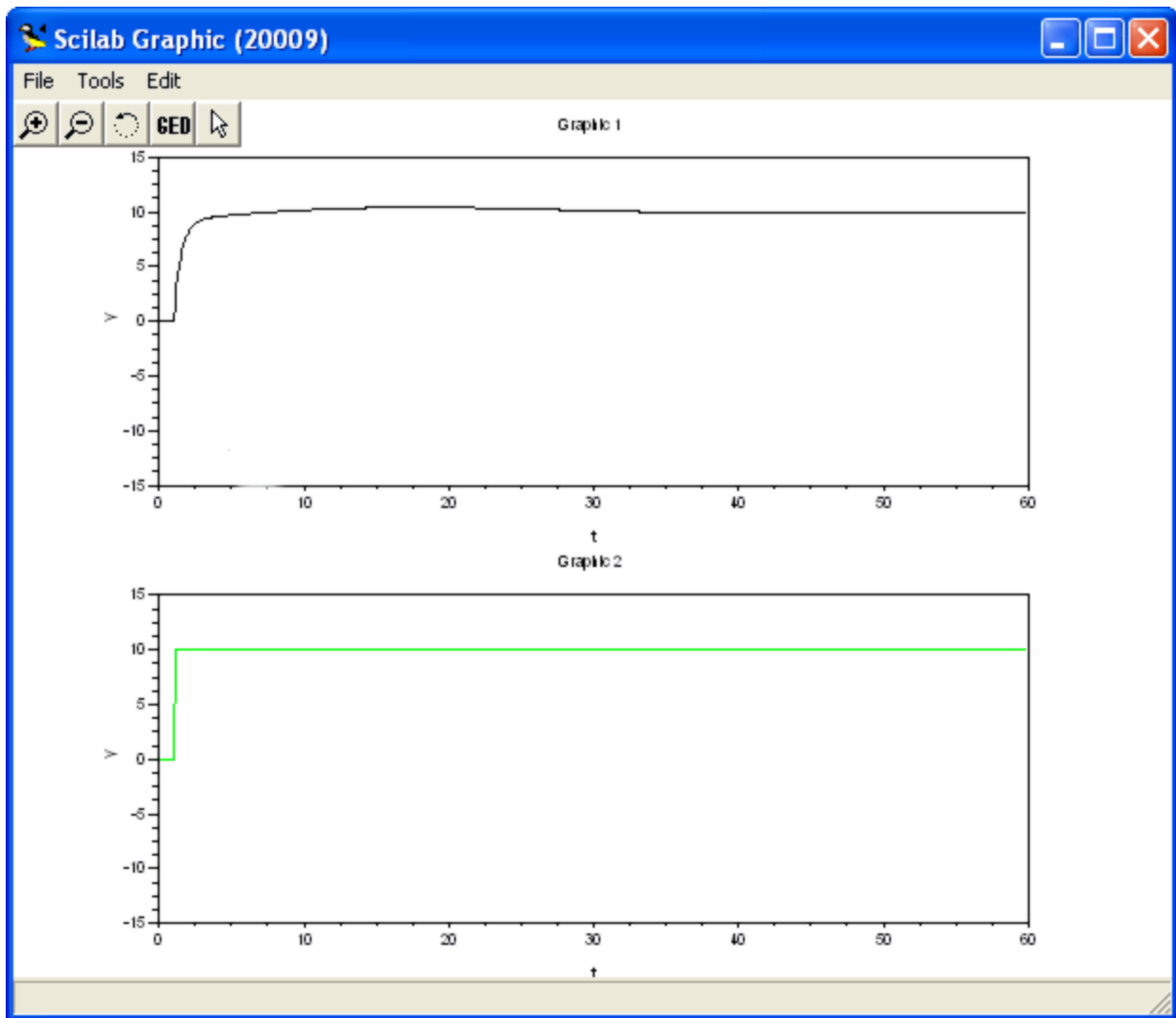
$$G(s) = K_p + K_i/s + K_D*s/(1+s*T_1) = K_p*(1+1/(s*T_i)+s*T_D/(1+s*T_D/N))$$

con $T_i = K_p/K_i$ tempo di integrazione e $T_D = K_D/K_p$ tempo di derivazione (o di anticipo), e $T_1 = T_D/N$ con N scelto tra 3 e 10.



Il grafico è tracciato per un valore di $T_D=50$

$$K_i = 5; K_p=5; T_i = K_p/K_i = 1; T_D = 50$$



Download

Le applicazioni Scicos si possono scaricare [qui](#).

Sono i file

- PID0.cos
- PID1.cos
- PID2s.cos
- PID3s.cos

Dopo averli scaricati li si attiva in Scicos dal menu *File->Open* (ovviamente avendo installato Scilab 4.1.2 e lanciata l'applicazione Scicos). Forse è superfluo aggiungere a chi è giunto fino a questo punto della lettura, e che ha acquisito una sufficiente conoscenza di Scicos, che i diagrammi sono facilmente modificabili. Ad esempio i parametri PID sono modificabili nella finestra richiamata con il menu *Diagram-*

>*Context* , mentre il tipo di sistema è modificabile cliccando sul blocco Num(s) / Den(s). Eventualmente vedere l'articolo [Impariamo a simulare](#)