



**Zeno Martini (admin)**

# Forze elettrodinamiche a regime

30 July 2008

## Abstract

L'articolo è un *esercizio didattico* sull'applicazione della formula dell'interazione elettrodinamica tra conduttori paralleli percorsi da correnti. Considera linee in regime sinusoidale. E' stato sviluppato per chiarire nei dettagli il quesito, posto da uno studente, su come si giustificavano le formule che il suo testo di Elettrotecnica riportava senza dimostrazione. (Le formule sono quelle del [riepilogo: forze medie](#) ). Alcuni Script [Scilab](#) sono proposti per aiutare nel tracciamento dei diagrammi.

## La formula

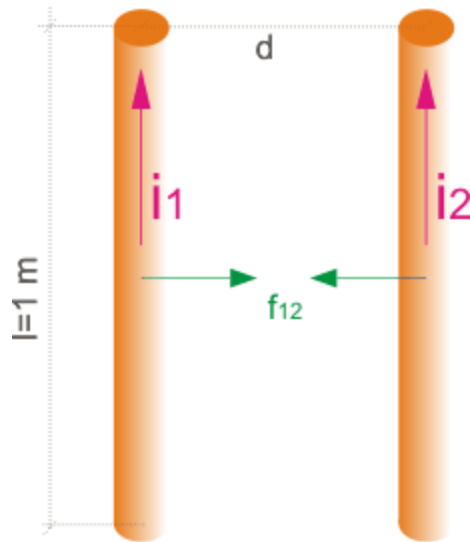
Tra due conduttori percorsi da corrente paralleli e distanti **d** si manifesta, per ogni metro di lunghezza, un'interazione elettrodinamica, che, tra l'altro, costituisce il fenomeno fisico in base al quale è definito l'ampere assoluto, data da:

$$f_{12} = k \cdot i_1 \cdot i_2 \frac{N}{m}$$

$$k = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{d}$$

$i_1, i_2$  : intensità delle correnti in ampere

d: distanza tra i conduttori in metri



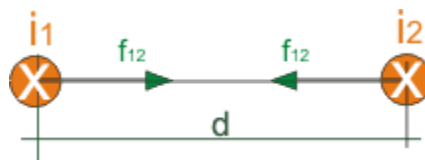
se. 1

La forza è perpendicolare ai conduttori ed è di attrazione se le correnti sono equiverse, di repulsione se controverse. La forma è valida per i valori istantanei delle correnti. Se le correnti sono continue, il valore delle correnti è costante nel tempo, quindi anche la forza. Se le correnti variano nel tempo varia ovviamente anche la forza, che oscilla attorno ad un valore medio.

## Linea monofase

In una linea monofase in corrente alternata la corrente in un filo è sempre uguale ed opposta alla corrente nell'altro filo. La forza, che è di repulsione, varia tra zero ed un valore massimo. Il valore medio è la metà del massimo. Esso è proporzionale, secondo la costante  $k$ , funzione della distanza come definito dalla se.1, al quadrato del valore efficace. La frequenza dell'oscillazione è il doppio della frequenza delle correnti.

Il grafico è tracciato in valori relativi. In pratica per le correnti è tracciato  $i(t) / I_M$ , per la forza il rapporto  $f_{12,rel} = f_{12} / (k \cdot I_M^2)$



verso positivo della corrente: entrante (x)

$$i_1(t) = I_M \cdot \sin \omega t$$

$$i_2(t) = -I_M \cdot \sin \omega t$$

verso positivo della forza: attrazione

$$\begin{aligned} f_{12}(t) &= -k \cdot I_M^2 \cdot \sin^2 \omega t = -k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) = \\ &= -\frac{k \cdot I_M^2}{2} + \frac{k \cdot I_M^2}{2} \cdot \cos 2\omega t = k \cdot I_M^2 \cdot \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) = k \cdot I^2 (-1 + \cos 2\omega t) \end{aligned}$$

$$F_{m,Max} = k \cdot I_M^2$$

$$f_{12,rel} = \frac{f_{12}(t)}{|F_{m,Max}|} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos 2\omega t$$

$$f_{12,rel\_med} = -\frac{1}{2}$$

$$F_{m,m} = f_{12,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{k \cdot I_M^2}{2} = -k \cdot I^2 \text{ (forza media: di repulsione)}$$

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} : \text{valore efficace}$$



se. 2: forza tra conduttori di una linea monofase

NB: in ascisse è indicato l'angolo di fase delle correnti ( wt)

$$i_1(t) = I_M \cdot \sin \omega t$$

$$i_2(t) = -I_M \cdot \sin \omega t$$

$$f_{12,rel} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos 2\omega t$$

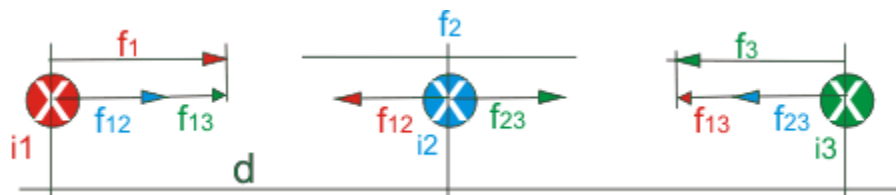
$$f_{12,rel\_med} = -\frac{1}{2}$$

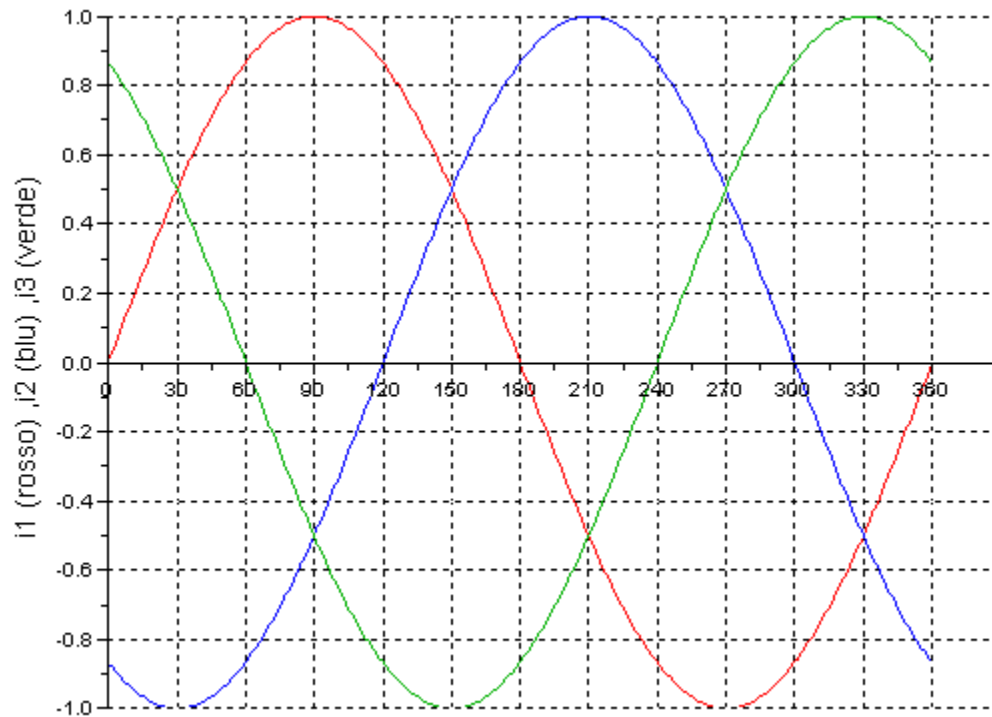
### Script Scilab[1]

```
x=[0:360]; //vettore dell'angolo in gradi
x1=%pi*x/180; //vettore dell'angolo in radianti
im=sin(x1);
r=%pi/180;
deff("[z]=g(x)","z=sin(x*r)*sin(x*r-%pi)");
plot2d(x,im,1);
plot2d(x,-im,12);
fplot2d(x,g,6);
plot2d(x,-(1/2)*ones(x),3)
```

## Linea trifase: conduttori complanari

In una linea trifase ogni conduttore interagisce con gli altri due. La forza risultante su ognuno è la somma vettoriale di due forze. Nel caso di conduttori complanari alla distanza  $d$ , il conduttore centrale è soggetto a due forze uguali e contrarie, mentre i laterali sono soggetti a due forze che hanno la stessa direzione e lo stesso verso e che in modulo sono l'una la metà dell'altra. La forza che si esercita tra due conduttori adiacenti è la metà di quella che si ha tra due conduttori di una linea monofase posti alla medesima distanza. Le correnti in due conduttori adiacenti non sono infatti in opposizione di fase ma sfasate di 120 gradi



**se. 3****se. 4 : correnti trifasi**

$$i_1(t) = I_M \cdot \sin \omega t$$

$$i_2(t) = I_M \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_3(t) = I_M \cdot \sin(\omega t + 120^\circ)$$

**Script Scilab[2]**

```

x=[0:360]; //vettore dell'angolo in gradi
x1=%pi*x/180; //vettore dell'angolo in radianti
i1=sin(x1);
i2=sin(x1-2*%pi/3);
i3=sin(x1+2*%pi/3);
r=%pi/180;
plot2d(x,i1,1);
plot2d(x,i2,2);
plot2d(x,i3,3)

```

$$\begin{aligned}
f_{12}(t) &= k \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \sin \omega t \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = -0,5 \cdot k \cdot I_M^2 \cdot \sin^2 \omega t - k \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \\
&= -0,5 \cdot k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) - k \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
F_{m,Max} &= k \cdot I_M^2 \\
f_{12,rel} &= \frac{f_{12}(t)}{F_{m,Max}} = -0,5 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{12,rel} &= -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{12,rel\_med} &= -\frac{1}{4} \\
F_{med12} &= f_{12,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{2} = -\frac{F_{m,m}}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{23}(t) &= k \cdot I_M \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot I_M \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} \cdot \cos^2 \omega t \right) = k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \sin^2 \omega t \right) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} \right) = k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} - \frac{3}{4} \right) = -k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) \\
f_{23,rel} &= \frac{f_{23}(t)}{F_{m,Max}} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \\
f_{23,rel\_med} &= -\frac{1}{4} \\
F_{med23} &= f_{23,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{2} = -\frac{F_{m,m}}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{13}(t) &= \frac{k}{2} \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) = \\
&= \frac{k}{2} \cdot I_M^2 \cdot \sin \omega t \cdot \left( -\frac{1}{2} \cdot \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = -\frac{k}{4} \cdot I_M^2 \cdot \sin^2 \omega t + \frac{k}{2} \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \\
&= -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) + \frac{k}{2} \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{13,rel} &= \frac{f_{13}(t)}{F_{m,max}} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{13,rel\_med} &= -\frac{1}{8} \\
F_{med13} &= f_{13,rel\_med} \cdot F_{m,max} = -\frac{1}{8} \cdot k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{4} = -\frac{F_{mm}}{4}
\end{aligned}$$

Le forze totali agenti sui conduttori sono allora

$$\begin{aligned}
 f_{1,rel} &= f_{12,rel} + f_{13,rel} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \\
 &= -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \omega t \cdot \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$f_{1,rel\_med} = -\frac{3}{8}$$

$$F_{1med} = f_{1,rel\_med} \cdot F_{m,max} = -\frac{3}{8} \cdot k \cdot I_M^2 = -\frac{3}{4} \cdot k \cdot I^2 = -\frac{3}{4} F_{m,m}$$

$$\begin{aligned}
 f_{2,rel} &= f_{12,rel} - f_{23,rel} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t - \left( -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) = \\
 &= \frac{3}{4} \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t
 \end{aligned}$$

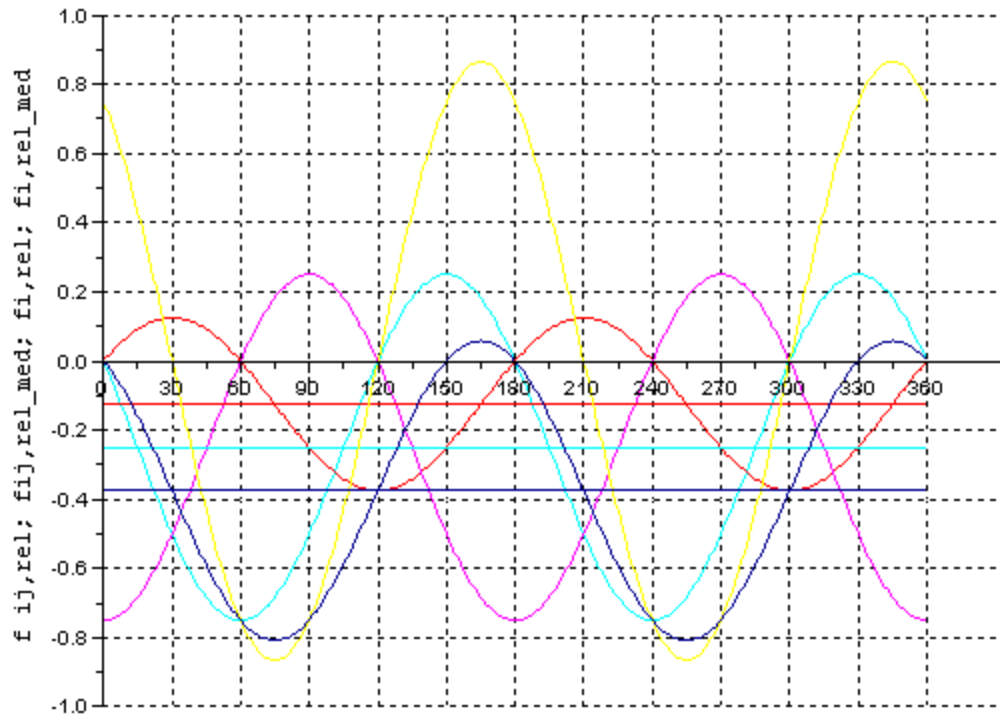
$$f_{2,rel\_med} = 0$$

$$F_{2med} = 0$$

$$\begin{aligned}
 f_{3,rel} &= f_{23,rel} + f_{13,rel} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \\
 &= -\frac{3}{8} - \frac{3}{8} \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$f_{3,rel\_med} = -\frac{3}{8}$$

$$F_{3med} = f_{3,rel\_med} \cdot F_{m,max} = -\frac{3}{8} \cdot k \cdot I_M^2 = -\frac{3}{4} \cdot k \cdot I^2 = -\frac{3}{4} F_{m,m}$$



### se. 5: forze tra coppie di conduttori e totali su ogni conduttore

NB: in ascisse è indicato l'angolo di fase delle correnti ( wt)

$$f_{12,rel} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{12,rel\_med} = -\frac{1}{4}$$

$$f_{23,rel} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t$$

$$f_{13,rel} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{13,rel\_med} = -\frac{1}{8}$$

$$f_{1,rel} = f_{12,rel} + f_{13,rel} = -\frac{3}{8} + \frac{3}{8} \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{1,rel\_med} = -\frac{3}{8} (= f_{3,rel\_med})$$

$$f_{2,rel} = f_{12,rel} - f_{23,rel} = \frac{3}{4} \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{2,rel\_med} = 0$$

**Script Scilab[3]**

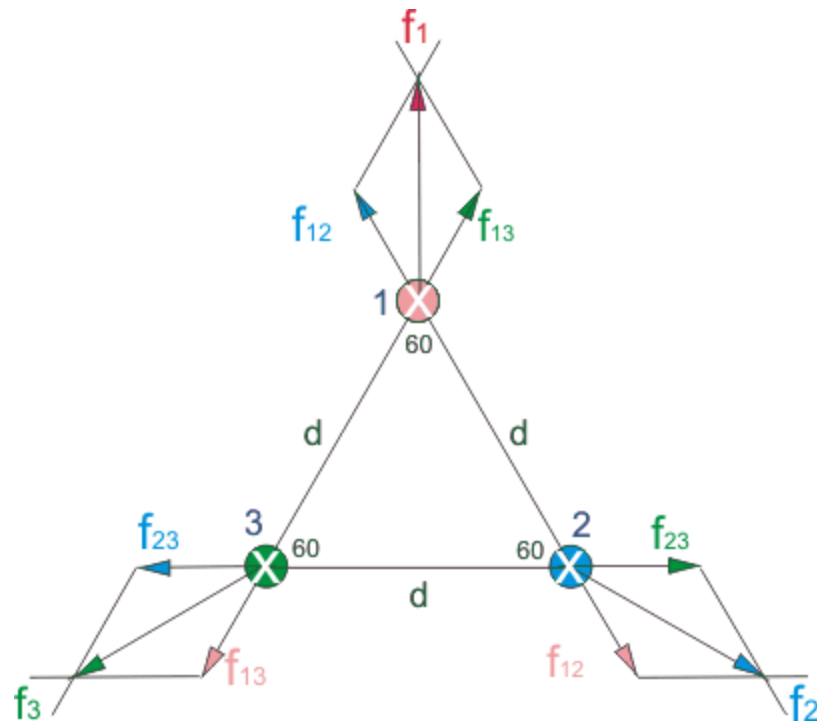
```

x=[0:360]; //vettore dell'angolo in gradi
x1=%pi*x/180; //vettore dell'angolo in radianti
i1=sin(x1);
i2=sin(x1-2*%pi/3);
i3=sin(x1+2*%pi/3);
r=%pi/180;
deff("[y12]=f12(x)", "y12=sin(x*r)*sin(x*r-2*%pi/3)");
deff("[y13]=f13(x)", "y13=0.5*sin(x*r)*sin(x*r+2*%pi/3)");
deff("[y23]=f23(x)", "y23=sin(x*r-2*%pi/3)*sin(x*r+2*%pi/3)");
deff("[ysc]=fsc(x)", "ysc=(sin(x*r)*sin(x*r-2*%pi/3)-sin(x*r-2*%pi/3)*sin(x*r+2*%pi/3))");
deff("[ysl]=fsl(x)", "ysl=(sin(x*r)*sin(x*r-2*%pi/3)+0.5*(sin(x*r)*sin(x*r+2*%pi/3)))");
fplot2d(x, f12, 4);
fplot2d(x, f13, 5);
fplot2d(x, f23, 6);
plot2d(x, -(1/4)*ones(x), 4);
plot2d(x, -(1/8)*ones(x), 5);
fplot2d(x, fsc, 7);
fplot2d(x, fsl, 9);
plot2d(x, -(3/8)*ones(x), 9);

```

## Linea trifase: conduttori ai vertici di un triangolo equilatero

Nel caso di conduttori disposti ai vertici di un triangolo equilatero, ogni conduttore è soggetto a due forze che formano tra loro un angolo di  $60^\circ$  e che, per ragioni di simmetria, sono uguali tra loro in modulo. Il modulo di ciascuna delle due forze è, in valore assoluto, uguale a quello della forza che si ha tra il conduttore centrale ed un conduttore laterale della linea con conduttori disposti in piano. Come mostra la figura se.6, agiscono in modo da "allargare" il triangolo equilatero.



**se. 6**

$$\begin{aligned}
f_{12}(t) &= k \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \sin \omega t \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = -0,5 \cdot k \cdot I_M^2 \cdot \sin^2 \omega t - k \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{12,rel} &= \frac{f_{12}(t)}{F_{m,Max}} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{12,rel\_med} &= -\frac{1}{4} \\
F_{med12} &= f_{12,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{2} = -\frac{F_{m,m}}{2}
\end{aligned}$$

---


$$\begin{aligned}
f_{23}(t) &= k \cdot I_M \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot I_M \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( 0,25 \cdot \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} \cos^2 \omega t \right) = k \cdot I_M^2 \cdot \left( 0,25 \cdot \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \sin^2 \omega t \right) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \left( \sin^2 \omega t - \frac{3}{4} \right) = k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} - \frac{3}{4} \right) = -k \cdot I_M^2 \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{\cos 2\omega t}{2} \right) \\
f_{23,rel} &= \frac{f_{23}(t)}{F_{m,Max}} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \\
f_{23,rel\_med} &= -\frac{1}{4} \\
F_{med23} &= f_{23,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{2} = -\frac{F_{m,m}}{2}
\end{aligned}$$

---


$$\begin{aligned}
f_{13}(t) &= k \cdot I_M \cdot \sin \omega t \cdot I_M \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) = \\
&= k \cdot I_M^2 \cdot \sin \omega t \cdot \left( -0,5 \cdot \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \right) = -0,5 \cdot k \cdot I_M^2 \cdot \sin^2 \omega t + k \cdot I_M^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{13,rel} &= \frac{f_{13}(t)}{F_{m,Max}} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
f_{13,rel\_med} &= -\frac{1}{4} \\
F_{med13} &= f_{13,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{1}{4} k \cdot I_M^2 = -\frac{k \cdot I^2}{2} = -\frac{F_{m,m}}{2}
\end{aligned}$$

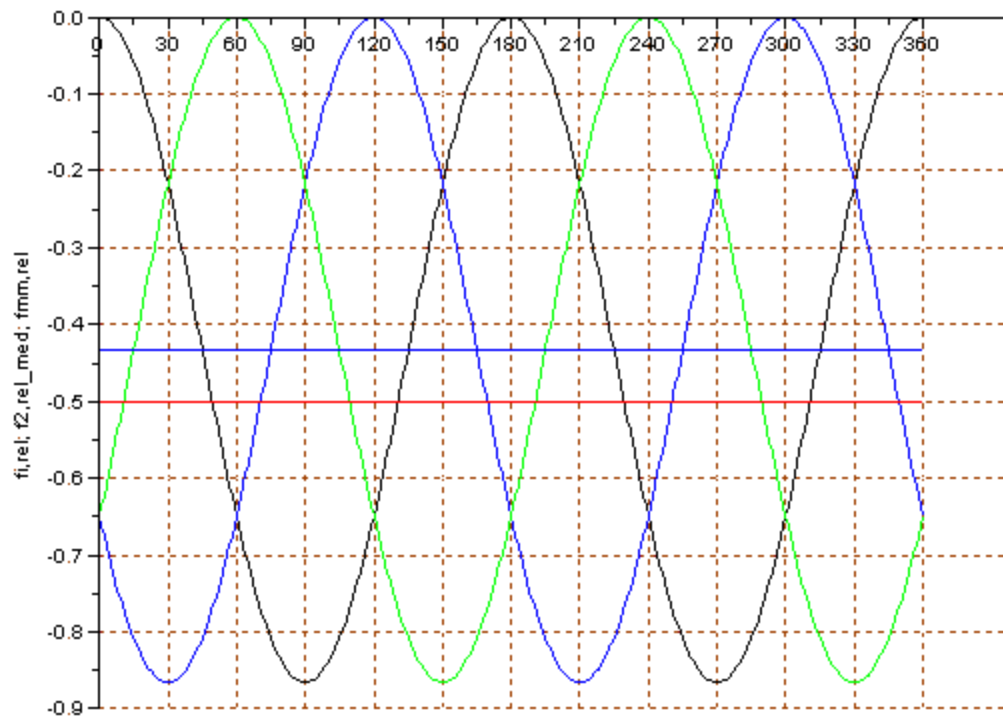
$$\begin{aligned}
 f_{1,rel} &= (f_{12,rel} + f_{13,rel}) \cdot \cos 30^\circ = \\
 &= \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 f_{1,rel} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \cos 2\omega t \\
 f_{1,rel\_med} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \\
 F_{1med} &= f_{1,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{m,m}
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
 f_{2,rel} &= (f_{12,rel} + f_{23,rel}) \cdot \cos 30^\circ = \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 f_{2,rel} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \cos 2\omega t - \frac{3}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
 f_{2,rel\_med} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \\
 F_{2med} &= f_{2,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{m,m}
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
 f_{3,rel} &= (f_{13,rel} + f_{23,rel}) \cdot \cos 30^\circ = \\
 &= \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 2\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 f_{3,rel} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} \cos 2\omega t + \frac{3}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t \\
 f_{3,rel\_med} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \\
 F_{3med} &= f_{3,rel\_med} \cdot F_{m,Max} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{m,m}
 \end{aligned}$$



### se.7: forze tra coppie di conduttori e totali su ogni conduttore

NB: in ascisse è indicato l'angolo di fase delle correnti,( wt)

$$f_{1,rel} = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \cos 2\omega t$$

$$f_{2,rel} = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \cos 2\omega t - \frac{3}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{3,rel} = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8} \cos 2\omega t + \frac{3}{4} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$f_{1,rel\_med} = f_{2,rel\_med} = f_{3,rel\_med} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$F_{med1} = F_{med2} = F_{med3} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot F_{m,Max} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{mm}$$

#### Script Scilab[4]

```
x=[0:360];//vettore dell'angolo in gradi
```

```

x1=%pi*x/180;//vettore dell'angolo in radianti
i1=sin(x1);
i2=sin(x1-2*%pi/3);
i3=sin(x1+2*%pi/3);
r=%pi/180;
deff("[yst1]=fst1(x)","yst1=cos(%pi/
6)*(sin(x*r)*sin(x*r-2*%pi/
3)+sin(x*r)*sin(x*r+2*%pi/3))");
deff("[yst2]=fst2(x)","yst2=cos(%pi/
6)*(sin(x*r-2*%pi/3)*sin(x*r+2*%pi/
3)+sin(x*r-2*%pi/3)*sin(x*r))");
deff("[yst3]=fst3(x)","yst3=cos(%pi/
6)*(sin(x*r)*sin(x*r+2*%pi/3)+sin(x*r-2*%pi/
3)*sin(x*r+2*%pi/3))");
fplot2d(x,fst1,1);
fplot2d(x,fst2,2);
fplot2d(x,fst3,3);
plot2d(x,-(sqrt(3)/4)*ones(x),2);
plot2d(x,-(1/2)*ones(x),5)

```

## Riepilogo e conclusioni

A parità di intensità di corrente **I**, a parità di distanza **d** tra i conduttori, si hanno le seguenti

### forze medie

monofase

$$F_{mm} = k \cdot I^2 = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{d} \cdot I^2$$

trifase: complanari

$$F_{mt\_piano} = \frac{3}{4} \cdot F_{mm} = \frac{1,5 \cdot 10^{-7}}{d} \cdot I^2$$

trifase: a triangolo

$$F_{mt\_triangolo} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{mm} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-7}}{d} \cdot I^2$$

e le seguenti

## forze massime

monofase

$$F_{m,Max} = k \cdot I_M^2 = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{d} \cdot I_M^2 = 2 \cdot F_{mm}$$

trifase

$$F_{t,Max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F_{m,Max} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-7}}{d} \cdot I_M^2 = \sqrt{3} \cdot F_{mm}$$

NB:

-per tutti i conduttori nella disposizione a triangolo

-per il conduttore centrale nella disposizione in piano

Nel normale funzionamento tra i conduttori di una linea le forze non sono in genere molto grandi. Le cose cambiano invece in condizioni di cortocircuito, quando le correnti assumono valori anche 20 volte la corrente nominale, quindi le forze, che dipendono dal quadrato, aumentano di 400 volte. Nel caso del cortocircuito poi, la presenza della componente unidirezionale, accresce ulteriormente in modo sensibile il valore massimo della forza. La componente unidirezionale dipende dall'istante in cui si verifica il cortocircuito

*Esempi*

1)

$$d = 10cm; I = 2000A$$

$$k = 2 \cdot 10^{-6} NA^{-2}$$

$$F_{mm} = k \cdot I^2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (2000)^2 = 8 N m^{-1} \approx 0,8 kg m^{-1}$$

2)

$$d = 10cm; I = 50000A$$

$$F_{mm} = k \cdot I^2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (50000)^2 = 5000 N m^{-1} \approx 500 kg m^{-1}$$

Quanto esposto sopra vale allora solo, nel caso di corto, per la componente a regime, quindi in realtà non è di molta utilità. Per valutare gli sforzi elettrodinamici infatti, specialmente nelle barre dei quadri di potenza, occorre riferirsi al valore massimo della forza. Cosa che vedremo in un prossimo articolo.

---

[1] Basta copiare ed incollare nella finestra principale di Scilab.

Per effettuare modifiche copiare nell'editor di Scilab; quindi eseguire il comando **Load into Scilab** del menu **execute** dopo aver eventualmente settato **Scilab** nel menu' **scheme**

[\[2\]](#) Vedi nota 1 [\[3\]](#) vedi nota 1 [\[4\]](#) vedi nota 1