



Volfango Furgani

BOOST CONVERTER

4 November 2003

Generalità.

Si tratta di un circuito alimentato in tensione continua che ottiene in uscita una tensione maggiore di quella di ingresso. Esistono diversi tipi di convertitori cc/cc: ad esempio quelli abbassatori o buck e quelli che fanno le due cose variando il valore di un parametro di controllo. Ogni tipo di convertitore può essere realizzato secondo molti schemi circuitali diversi. Questi appunti servono, nelle mie ambizioni, a chiarire con un esempio come questa numerosa famiglia di convertitori può essere studiata nella situazione più semplice, quando, cioè, il transitorio iniziale si è esaurito e la corrente induttiva non si interrompe. Non sono di conseguenza esaustivi.

Premessa su induttanze e capacità in transitorio.

Necessaria e piuttosto lunga per di più. La mia esperienza mi suggerisce che il comportamento transitorio di una capacità, cioè il funzionamento di carica e scarica è ben noto. Molto meno conosciuto quello di un'induttanza. Ricordo che anch'essa può caricarsi e scaricarsi di energia magnetica associata alla corrente. Siccome l'energia non si trasferisce su di un induttore in un tempo nullo a meno che non si disponga di una sorgente di potenza infinita, la corrente cresce lentamente in un tempo finito dipendente da L/R ed è necessariamente in ritardo rispetto alla tensione alla quale non è associata alcuna energia. Dualmente l'energia elettrostatica di un condensatore è legata alla tensione che si trova in ritardo sulla corrente di un tempo dipendente da CR . R , in ogni caso, è la resistenza vista da L o da C . Detto questo, ricordo che il ritardo temporale e l'angolo di sfasamento elettrico sono proporzionali con una legge simile ad $s = vt$. Precisamente $j = \omega t$: l'angolo j percorso nell'unità di tempo è dato dal prodotto del numero di rotazioni complete (costituite da 360° gradi o meglio, ma, in modo equivalente, 2π radianti) compiute dalla grandezza elettrica in esame nell'unità di tempo ed indicato con il simbolo ω per il tempo stesso. Ricordo, per i più incerti, che ω si chiama pulsazione, si misura in radianti percorsi in un secondo ed è legata alla frequenza f , ovvero dal numero di giri interi percorsi in un secondo dalla relazione $\omega = 2\pi f$.

Ricaviamo ora le equazioni dinamiche per C ed L . Lo faccio perché, appartenendo ad una vecchia scuola, credo che quando la dimostrazione è semplice e porta a risultati non intuibili a priori, deve essere conosciuta.

Il comportamento statico di una capacità è definito da $Q = CV$. Il comportamento dinamico si ricava pensando agli incrementi di Q e V dovuti a segnali variabili. Si ha: $DQ = CDV$. Queste variazioni si ottengono in un tempo finito Dt . L'incremento di carica e di tensione in un secondo si ottiene dividendo per Dt . Quindi $DQ/Dt = C DV/Dt$. Il pensare che la variazione elementare di una grandezza indicata con D divenga piccola quanto si vuole, simbolicamente si indica sostituendo D con d . Il rapporto di due incrementi evanescenti, o come meglio si dice, che tendono a zero, si chiama derivata. In definitiva avremo: $dQ/dt = C dv/dt$. Ma la carica nell'unità di tempo è, per definizione, la corrente e quindi

$$1) \quad i = C dv/dt.$$

Per l'induttanza il procedimento è analogo partendo dall'equazione che la definisce staticamente $F=LI$, dove F rappresenta il flusso magnetico. Passando agli incrementi $DF = LDi$. Se li riferiamo all'unità di tempo otteniamo $DF/Dt = LDi/Dt$. Passiamo alle derivate e si ha $dF/dt = Ldi/dt$. Nel caso si conosca la legge dell'autoinduzione di Faraday, si sa anche dF/dt è la tensione v indotta ai capi di L . Finalmente:

$$2) \quad v = L di/dt$$

Dico ricordiamo perché dovrebbero essere note dal corso di sistemi. Gli enunciati corrispondenti sono:

3) *La corrente di una capacità C è proporzionale alla variazione di tensione.*

Da questa formulazione si ottengono dei risultati, più o meno noti, che è bene sottolineare. Se la derivata dv/dt è nulla, ossia la v è costante, anche la i è nulla. Ovvero, una volta terminata la carica, la corrente continua non passa più attraverso la capacità.

Se poi tento di imprimere una brusca variazione alla tensione e quindi un elevato di/dt , mi trovo a dover fornire una corrente sempre più elevata. Al limite infinita. Il che è ovviamente impossibile perché non si dispone di sorgenti di corrente infinite. Brevemente si dice che C si oppone alle istantanee variazioni di tensione.

Ancora, se scarico bruscamente una capacità su una R molto piccola, ne consegue un elevato dv/dt ed ottengo una corrente potenzialmente pericolosa almeno per i semiconduttori.

4) *La tensione ai capi di una induttanza L è proporzionale alla variazione di corrente.*

Se la derivata di/dt è nulla, ovvero la i è costante, ne deriva che la v è nulla. In realtà questo risultato non è evidenziabile con un voltmetro in parallelo alla bobina, perché la resistenza dell'avvolgimento induttivo non si può praticamente

mai trascurare ed il voltmetro segna una tensione diversa da zero. Almeno nei casi di interesse elettronico.

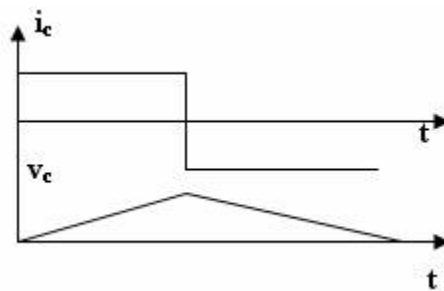
Se invece tento di imprimere una brusca variazione alla corrente e quindi un elevato dv/dt , mi trovo a dover fornire una tensione sempre più elevata. Al limite infinita. Il che è ovviamente impossibile perché non si dispone di sorgenti di tensione infinite. Brevemente si dice che L si oppone alle istantanee variazioni di corrente reagendo con una forza elettromotrice che si oppone, secondo Lenz, alle variazioni di corrente di qualunque rapidità.

Se poi apro bruscamente un circuito induttivo ho un elevato di/dt , e ne risulta una tensione potenzialmente pericolosa almeno per i semiconduttori.

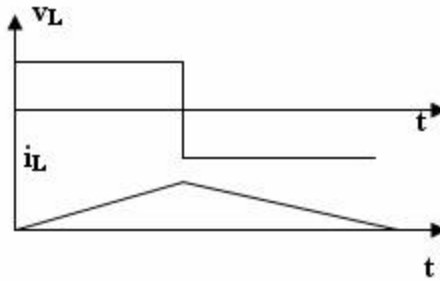
Noterete che, per passare dal comportamento capacitivo a quello induttivo, è sufficiente scambiare i termini tensione con corrente e corrente con tensione come si può osservare esaminando le due equazioni differenziali di partenza tra le quali esiste una sorta di legge di dualità.

Carica a corrente costante.

Normalmente, quando si parla di carica e scarica di un condensatore, si sottintende che la corrente è libera di variare come vuole. Questo accade se il generatore che alimenta il circuito tende a mantenere la tensione costante al variare del carico e non si preoccupa della corrente. In elettronica esistono generatori, il transistor è uno di questi, che tendono a mantenere la corrente costante ed a lasciar fare alla tensione. Supponiamo allora che i sia costante. Anche dv/dt deve esserlo per la 1). La curva che varia in modo costante è una retta e quindi il grafico della carica a corrente costante non ha più nulla a che fare con l'esponenziale. Se la corrente cambia segno e diviene di scarica, la tensione diminuisce linearmente come in figura.



Considerazioni analoghe valgono per una induttanza L sottoposta a tensione costante: la corrente varia linearmente. In sostanza i grafici sono identici: basta scambiare tensione e corrente e viceversa per la dualità già notata in precedenza.



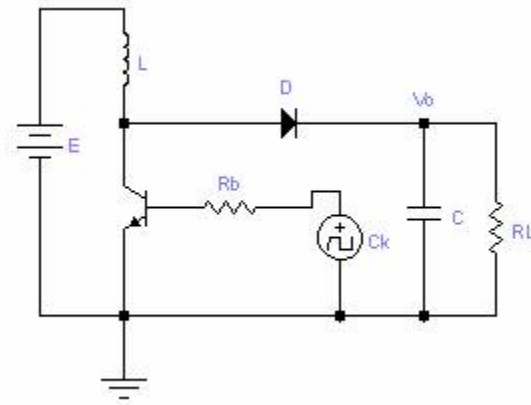
Finalmente il circuito.

Anzi no. Una premessa inaspettata. Vorrei sottolineare che conversione è uno dei termini più usati in elettronica: da analogico a digitale, da frequenza a tensione, da tempo a tensione, da corrente a tensione e le reciproche sono alcuni esempi di conversioni nei quali il livello di potenza coinvolto è basso. A livelli di norma più elevati si collocano le conversioni da alternata a continua e viceversa o le conversioni di livello che non mutano l'attributo alternata o continua. Il boost alza, e non è un procedimento intuitivo, il livello della tensione continua che è presente in ingresso. Quindi non è confondibile con un alimentatore che converte tensione alternata in una continua. Da notare, inoltre che come per tanti circuiti funzionanti a potenze elevate si è scelto il funzionamento in commutazione piuttosto che quello proporzionale, o come più spesso si dice, lineare. Quest'ultima modalità è contraddistinta dal fatto che i dispositivi interessati ricevono tensioni o correnti di qualunque valore compreso nell'intervallo di corretto funzionamento. Il loro prodotto, cioè la potenza dissipata, non è mai nullo ed il rendimento è basso. In commutazione i dispositivi funzionano in due soli stati assimilabili ad un cortocircuito (tensione nulla e corrente dipendente dal circuito esterno in genere elevata) o ad un circuito aperto (corrente nulla e tensione dipendente, almeno a regime, dai generatori impressi). Uno dei fattori della potenza, V od I , è nullo e quindi in nessuno dei due stati si dissipa energia. Ciò non vale quando il dispositivo commuta, cioè passa da uno stato all'altro. In tal caso la potenza dissipata è diversa da zero perché lo sono sia le tensioni che le correnti sul dispositivo. E questo accade per tutto il tempo che il dispositivo impiega a passare da on ad off. Si intuisce che la potenza persa cresce con il numero di commutazioni che si hanno in un secondo e dipende quindi dalla frequenza di lavoro. Val la pena di rilevare che qualunque dispositivo reale, soprattutto in conduzione quando la resistenza presentata è sempre diversa da zero, non ha il comportamento ideale descritto prima. Il ragionamento fatto è valido solo per rendere intuibile come circuiti di conversione funzionanti in commutazione possano avere un rendimento superiore a quelli lineari.

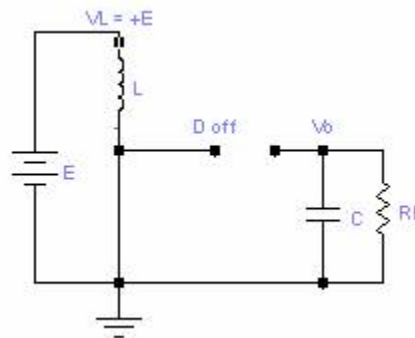
Funzionamento qualitativo del circuito boost.

Focalizziamo la nostra attenzione sul fatto che la tensione di uscita è, con mia grande meraviglia, maggiore di quella di ingresso. Ciò è dovuto al sommarsi della tensione di ingresso E alla caduta su L . Questa tensione carica, quando D è on, la capacità C che alimenta il carico a $V_o = E + V_L$

Approfondiamo il discorso. Nel circuito di figura si distinguono due fasi.

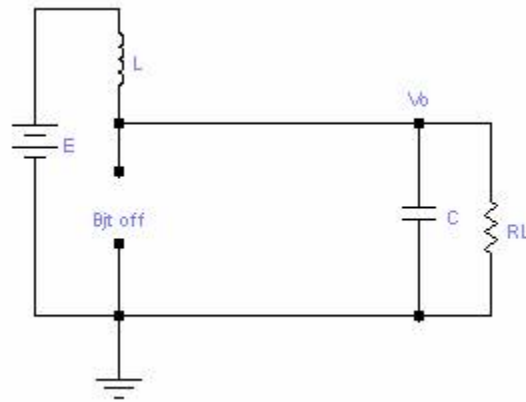


La prima si ha per il tempo t_{on} durante il quale il segnale di base mantiene il Bjt saturo. Badate che il transistor bipolare è solo una delle possibili realizzazioni di un interruttore che si apre e chiude al ritmo dettato dal segnale di base. Per la legge di Kirchhoff la tensione v_L eguaglia quella di ingresso E con polarità positiva in alto e l'induttanza L si carica di energia magnetica.. Durante il tempo t_{on} il diodo D è polarizzato inversamente e la situazione è quella rappresentata in figura. L'energia al carico è fornita dal condensatore C che si scarica alimentando R_L . Evidentemente il tempo t_{on} deve essere molto minore della costante di tempo di scarica. In altre parole, C deve avere un valore sufficientemente elevato da evitare variazioni eccessive e non desiderate della tensione di uscita V_o .

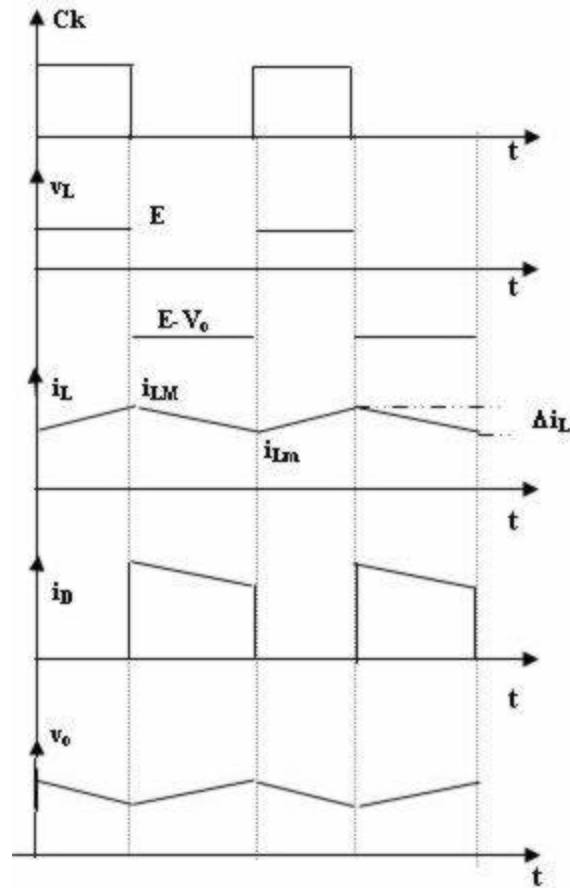


La seconda fase ha inizio con l'apertura dell'interruttore. Il diodo D passa in conduzione a causa dell'inversione di polarità di v_L e l'induttanza si scarica su C

riportando la tensione V_o al livello precedente l'inizio della prima fase. Si tratta di giustificare l'inversione della polarità di v_L che ora ha il potenziale più elevato sul morsetto in basso. Ci aiuta la legge di Lenz secondo la quale il verso della fem è tale da opporsi alla causa che l'ha generata. In questo caso la colpa è da riversare sulla brusca diminuzione della corrente, che fluiva verso il basso, all'apertura dell'interruttore. La tensione autoindotta da questa variazione tende a mantenere la corrente costante con verso che abbiamo appena ricordato. La polarità della tensione che tende a mantenere la direzione della corrente sull'interruttore verso il basso è quella con il + sul morsetto inferiore. In tal modo E e v_L si sommano per dare una V_o certamente maggiore di E .



Le forme d'onda.



Formule relative al convertitore boost.

Definizioni.

Il periodo T vale la somma $t_{on} + t_{off}$. Questi due tempi si riferiscono al tempo di chiusura, t_{on} , e di apertura, t_{off} dell'interruttore che simula Mos o Bjt. Il duty-cycle della forma d'onda di comando è definito come $d = t_{on}/T$. Da qui ricavo $1 - d = 1 - t_{on}/T = (T - t_{on})/T$. Deduco, poiché $t_{off} = T - t_{on}$ $1 - d = t_{off}/T$. Questa relazione ci sarà utile in seguito.

Equazioni.

L'equazione per la carica di L , valida durante t_{on} , è quella della maglia di ingresso dove E equilibra V_L . Si ha, perciò, **1)** $E = LDI_{on}/t_{on}$. Durante il tempo t_{off} di scarica di L , si ha che la forza contro elettromotrice V_L si somma ad E per dare la tensione di uscita $V_o > E$. Quindi: **2)** $E - V_o = LDI_{off}/t_{off}$. Di solito si assume che le variazioni di corrente in aumento e diminuzione siano uguali e di segno opposto. Si scrive: **3)** $DI_{on} = -DI_{off}$.

Calcolo del rapporto fra le tensioni.

La tensione di uscita è un dato di progetto fondamentale. Vediamo che essa è legata a quella di ingresso tramite d . Meglio, noto V_o/E , si può calcolare d . Per ottenere la formula che lega questi parametri ricavo LDI dalla 1) e dalla 2) separatamente ed uguaglio gli incrementi secondo la 3). Risulta: $LDI_{on} = Et_{on}$ ed $LDI_{off} = (E - V_o) t_{off}$. Ottengo $Et_{on} = (E - V_o)t_{off}$ e quindi $E(t_{on} + t_{off}) = V_o t_{off}$. Quindi:

$$E/V_o = t_{off}/T = 1 - d.$$

Da cui:

$$d = 1 - E/V_o.$$

Calcolo del rapporto fra correnti.

Il valore medio della corrente di uscita I_o coincide con quello di I_d che, come sappiamo, è di forma trapezoidale. Le basi sono I_{Lmax} ed I_{Lmin} e l'altezza vale t_{off} . Indicando con I_i il valore medio della corrente di ingresso che scorre su L , si ha, eguagliando l'area del rettangolo $I_o T$ (che definisce il valore medio di I_o): $I_o T = (I_{Lmax} + I_{Lmin}) t_{off} / 2 = I_i t_{off}$ Quindi:

$$I_o/I_i = t_{off}/T = 1 - d$$

Trasformatore elevatore in cc.

Invertendo la formula delle tensioni ottengo: $V_o/E = 1/(1 - d)$. Considerata insieme alla formula delle correnti vedo che se la tensione di uscita aumenta, la corrente, sempre all'uscita diminuisce nello stesso rapporto come accade per il trasformatore. Abbiamo realizzato un trasformatore elevatore in cc. L'analogo di n (rapporto spire) è $1/(1 - d)$.

Calcolo di L.

Si parte dalla relazione $t_{on} + t_{off} = T$. Si ricavano t_{on} e t_{off} dalla 1) e dalla 2) ottenendo: $t_{on} = LDI/E$ e $t_{off} = - LDI/t_{off}$. Sostituisco e raccolgo LDI . Quindi $LDI(1/E - 1/(E - V_o)) = LDI(E - V_o - E)/E(E - V_o) = 1/f$. Ricavando $L = E(E - V_o)/fDI(-V_o)$. Cambiando segno:

$$L = E(V_o - E)/fDI V_o$$

Calcolo di C.

Indico con DV_o il ripple ammesso. La capacità si scarica mentre l'interruttore è on. Considero la scarica lineare e quindi ricordando $V = Q/C$ e $Q = It$, ho $DV_o = I_{ot_{on}}/C$.

$$C = I_{ot_{on}}/DV_o$$

Considerazioni per la scelta dei componenti.

Il diodo deve essere veloce o fast recovery, come dicono i manuali. L'induttanza può generare, a fronte di brusche variazioni di corrente, picchi di tensione. Cercheremo di avere un valore piccolo di L , realizzabile a nucleo magnetico toroidale, ed un elevato valore di C che smorzi questi transitori. Per la frequenza sceglieremo il valore più alto possibile che consente minori valori di C , compatibilmente con la dissipazione di potenza che aumenta con la frequenza. In soldoni, al massimo, qualche decina di Khz. Ricordo, per la scelta realizzativa dell'interruttore, che i Mos di potenza possono lavorare a frequenze più alte dei Bjt. Hanno però, i Mos, resistenze di conduzione, e quindi perdite, più elevate. La variazione di corrente DI , per evitare pericolose interruzioni di I_L , va scelta fra il 30% ed il 50% del valore medio di $I_L = I_i$. Il funzionamento in commutazione provoca disturbi sulla rete che vanno adeguatamente filtrati.