



Zeno Martini (admin)

METODO DELLE IMMAGINI

11 November 2003

Domanda:

Come mai si ricorre spesso al metodo delle immagini per calcolare la distribuzione del campo elettrico in una certa regione dello spazio generato da una carica puntiforme posta in un mezzo costituito almeno da due mezzi omogenei separati tra loro? Se devo calcolare la distribuzione del campo in una delle regioni omogenee costituenti il mezzo totale perché devo tenere conto di cariche immagine fittizie?

Risponde admin

Non c'è alcun obbligo di farlo. E' uno dei tanti trucchi o, più seriamente, metodi, per determinare la configurazione di campi elettrici.

Per tracciare l'andamento delle linee di forza di un campo elettrico $\mathbf{K}$ e delle sue superfici equipotenziali in zone di spazio in cui non esistono cariche libere è *infatti sufficiente* risolvere l'equazione di Laplace cioè: **$\text{divgrad } U=0$** ; o di Poisson, nel caso più generale in cui ci siano cariche libere, di cui si conosca la densità di distribuzione di carica, cioè la divergenza del vettore spostamento elettrico, **$\mathbf{D}=\epsilon\mathbf{K}$** , dove ϵ è la costante dielettrica del mezzo; **$\text{divgrad } U=-(1/\epsilon)\text{div } \mathbf{D}$** . Ho scritto *sufficiente* in corsivo perché sarà anche sufficiente, ma non è certamente agevole risolvere, si dice anche integrare, quelle equazioni. I calcolatori ci aiutano con una potenza di calcolo inimmaginabile qualche decennio fa, ma anche gli algoritmi implementati fanno ricorso a metodi che ne semplificano l'integrazione, ad esempio il metodo di iterazione. Altri metodi di soluzione dell'equazione di Laplace sono quelli grafici di Maxwell e di Lehmann.

Il metodo delle immagini facilita lo studio di campi prodotti da cariche in un mezzo di costante dielettrica diversa, riconducendolo allo studio di campi in mezzi omogenei. Consiste nel trovare una configurazione di cariche che non è quella reale ma che produce lo stesso effetto di quella reale. Un campo prodotto da una carica puntiforme Q in un mezzo omogeneo è immediatamente determinabile, come si sa, ricorrendo alla legge di Coulomb: **$\mathbf{K}=Q/(4\pi\epsilon r^2)$** . Come procedere però se lo spazio comprende due mezzi omogenei di costante dielettrica ϵ_1 ed ϵ_2 , separati da una superficie S con la carica Q posta in 1? Si può ricorrere al principio delle immagini. Esso consiste nel determinare quella carica che, posta in 2, fa sì che in ogni punto della superficie di separazione sia soddisfatta la legge di rifrazione: **$\epsilon_1/\epsilon_2=\tan\alpha_1/\tan\alpha_2$** con α_1

ed α_2 gli angoli del campo elettrico in 1 e 2 rispetto alla normale alla superficie S. Il campo nel mezzo 1 è rappresentato dal campo, in un mezzo omogeneo di costante dielettrica ϵ_1 dovuto ad una carica Q nel punto P e ad una carica $Q' = Q(\epsilon_1 - \epsilon_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2)$ posta postanel mezzo 2 in P' , immagine speculare di P rispetto alla superficie di separazione S . Nel mezzo 2 il campo è quello prodotto da una carica $Q'' = Q(2\epsilon_2)/(\epsilon_1 + \epsilon_2)$ posta in P in un mezzo omogeneo di costante ϵ_2 .

E' naturale nel nostro modo di ragionare la ricerca di situazioni più semplici da trattare di quelle che la realtà ci propone, in modo che si possa dire: la situazione reale è un po' difficile da trattare, ma ***tutto avviene come se*** la situazione fosse quest'altra, più agevole, che richiede strumenti più semplici per essere affrontata.