



Paolo Moroni (Paolo Moroni)

SUI COMPONENTI SIMMETRICI

20 August 2004

Il calcolo delle correnti di cortocircuito è di interesse per il dimensionamento dei poteri di interruzione degli interruttori automatici, per il dimensionamento degli interruttori di manovra, per la valutazione degli sforzi elettrodinamici e termici a cui sono sottoposte le apparecchiature elettriche, per il coordinamento delle protezioni, ecc. Nel caso dei sistemi trifase esso può essere effettuato utilizzando il metodo dei componenti simmetrici, già noto e ampiamente trattato in letteratura (si veda ad esempio V. Medved, R. Schinco: *"Le correnti di corto circuito negli impianti elettrici AT, MT, e BT"*, UTET).

Il contributo di questo articolo è di natura formale, e consiste nel dimostrare che il metodo dei componenti simmetrici può essere convenientemente ambientato in uno spazio di Hilbert. L'esposizione fa uso delle notazioni di Dirac^(a) che, come la teoria dello spazio di Hilbert, sono supposte note.

^(a) Le notazioni di Dirac sono le notazioni naturali dello spazio di Hilbert in quanto ne evidenziano la struttura algebrica.

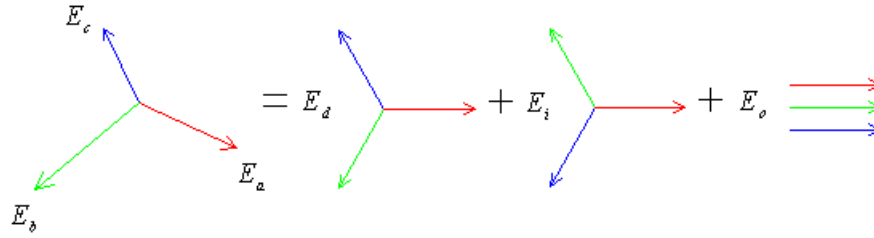
Componenti simmetrici e Ket di sequenza

Si introduce, per semplificare le notazioni, l'operatore $a=e^{j2\pi/3}$.

Si postula che lo stato di un sistema trifase in regime stazionario sia un ket di uno spazio di Hilbert generato dai ket di base $|1, \alpha^2, \alpha\rangle$, $|1, \alpha, \alpha^2\rangle$ e $|1, 1, 1\rangle$, detti rispettivamente di sequenza diretta, inversa e omopolare. Una terna qualsiasi $|E_a, E_b, E_c\rangle$ di tensioni stellate (o correnti) in un punto qualsiasi di un sistema trifase può allora essere scritta come somma:

$$[1.1] \quad |E_a, E_b, E_c\rangle = E_d |1, \alpha^2, \alpha\rangle + E_i |1, \alpha, \alpha^2\rangle + E_o |1, 1, 1\rangle$$

essendo E_d , E_i e E_o numeri complessi detti ampiezze dei ket di sequenza. Quanto fatto equivale graficamente a sommare i fasori dello stesso colore in figura:



La metrica (ortogonale ma non normale) è definita dalle relazioni:

$$\begin{aligned}
 &\langle 1, \alpha, \alpha^2 | 1, \alpha^2, \alpha \rangle = \langle 1, 1, 1 | 1, \alpha^2, \alpha \rangle = \langle 1, 1, 1 | 1, \alpha, \alpha^2 \rangle = 0 \\
 [1.2] \quad &\langle 1, \alpha^2, \alpha | 1, \alpha, \alpha^2 \rangle = \langle 1, \alpha^2, \alpha | 1, 1, 1 \rangle = \langle 1, \alpha, \alpha^2 | 1, 1, 1 \rangle = 0 \\
 &\langle 1, \alpha^2, \alpha | 1, \alpha^2, \alpha \rangle = \langle 1, \alpha, \alpha^2 | 1, \alpha, \alpha^2 \rangle = \langle 1, 1, 1 | 1, 1, 1 \rangle = 3
 \end{aligned}$$

da cui risulta immediatamente che:

$$\begin{aligned}
 E_d &= \frac{1}{3} \langle 1, \alpha^2, \alpha | E_a, E_b, E_c \rangle \\
 [1.3] \quad E_i &= \frac{1}{3} \langle 1, \alpha, \alpha^2 | E_a, E_b, E_c \rangle \\
 E_o &= \frac{1}{3} \langle 1, 1, 1 | E_a, E_b, E_c \rangle
 \end{aligned}$$

Essendo simmetrici, i ket di sequenza semplificano i calcoli dei sistemi trifase che vengono ridotti a sistemi monofase. Un regime trifase stazionario qualunque può quindi essere studiato in modo semplice decomponendo la rete di Thevenin nel punto di guasto nelle tre reti di sequenza, e determinando i ket di sequenza mediante l'imposizione delle condizioni di guasto (secondo gli stessi procedimenti indicati nella letteratura già richiamata).

I ket di sequenza assumono un significato fisico notevole. Valgono ad esempio le seguenti affermazioni: a) nel funzionamento normale lo stato di un sistema trifase è un ket di sequenza diretta; b) in caso di guasto bifase lo stato del sistema nel punto di guasto è la sovrapposizione di un ket di sequenza diretta e di uno di sequenza inversa di uguali ampiezze; c) in caso di guasto monofase la corrente nel punto di guasto è la sovrapposizione di un ket di sequenza diretta, di uno di sequenza inversa e di uno di sequenza omopolare di uguali ampiezze. Affermazioni analoghe possono essere ripetute relativamente alle tensioni.

Relazioni algebriche usuali

Per comodità si danno le [1.4] e [1.5]; si sottolinea che tali relazioni algebriche, alquanto usuali, sono la trascrizione delle [1.1], e [1.3] nella rappresentazione delle grandezze di fase.

$$[1.4] \quad \begin{cases} E_a = E_d + E_i + E_o \\ E_b = \alpha^2 E_d + \alpha E_i + E_o \\ E_c = \alpha E_d + \alpha^2 E_i + E_o \end{cases}$$

$$[1.5] \quad \begin{cases} E_d = \frac{1}{3} (E_a + \alpha E_b + \alpha^2 E_c) \\ E_i = \frac{1}{3} (E_a + \alpha^2 E_b + \alpha E_c) \\ E_o = \frac{1}{3} (E_a + E_b + E_c) \end{cases}$$