



Giovanni Schgör (g.schgor)

Temperatura di un resistore

1 November 2005

Sommario

Alcuni giorni fa è stato chiesto nel Forum di Elettronica un consiglio per il controllo della temperatura di un resistore speciale (in oro) [vedi: noel2 - [Aiuto problema controllo resistenza!](#)].

Il problema era complicato dal fatto che non poteva essere previsto alcun tipo di sensore di temperatura

Poiché ne è seguito un interessante scambio di pareri (visto da oltre 400 persone), ritengo sia utile riportare qui le principali osservazioni fatte e soprattutto illustrare i **metodi di simulazione al calcolatore** adottati per valutare le prestazioni delle possibili soluzioni.

Il regolatore classico

Se si disponesse di un sensore che rilevasse la temperatura, il problema si ridurrebbe a studiare un regolatore classico, di tipo PI (proporzionale-integrale) o al massimo PID (proporzionale-integrale-derivativo).

Il mio primo suggerimento è stato quindi quello di aggirare la mancanza della retroazione, mediante un procedimento di calcolo che ricavasse questa misura in modo indiretto.

In particolare, poiché si conosce come varia il valore di resistenza al variare della temperatura, è facile, misurando l'effettivo valore di resistenza, risalire a quello della temperatura corrispondente.

Data infatti la nota formula

$$R=R_0*[1+(DT+20)*a]$$

R(dove R_0 è la resistenza misurata alla convenzionale temperatura ambiente di 20 °C, DT la sovratemperatura rispetto all'ambiente, ed

a il coefficiente di proporzionalità, che per l'oro varia da 3,4 a 3,8 per mille), la temperatura di funzionamento risulta

$$\Delta T + 20 = (R - R_0) / (R_0 \cdot \alpha).$$

La misura di **R** non è un problema, infatti è ricavabile dal rapporto delle misure dirette della tensione (**V**) ai suoi capi e della corrente (**I**) che lo attraversa.

Se la cosa è semplice in principio, la sua realizzazione richiede una capacità di calcolo ottenibile solo con tecnologie sofisticate. Accenno soltanto alla possibilità di utilizzo di un microcontrollore integrato, che opportunamente programmato, potrebbe svolgere sia la funzione di rilievo temperatura, sia quella di regolatore (digitale) della stessa.

Il costo di questi dispositivi non è un problema. Semmai i costi proibitivi sono per la progettazione (software) e loro messa a punto.

Si è comunque ritenuto più opportuno cercare soluzioni più semplici, accettando prestazioni di minor precisione.

Il circuito a ponte

L'idea che è apparsa semplice e facilmente realizzabile è stata quella di confrontare il resistore con una resistenza "campione", tarata al valore che il resistore dovrebbe assumere ad una data temperatura voluta.

Misurando la differenza fra le tensioni ai rispettivi capi, si può ottenere un segnale di "errore" da utilizzare per far opportunamente variare la tensione di alimentazione.

L'idea è mutuata dal noto "ponte di Wheatstone" per la misura delle resistenze, rilevando il segnale errore con un amplificatore operativo, che viene utilizzato per far variare l'alimentazione stessa delle resistenze (quella in oro e quella campione, messe in serie, quindi percorse dalla stessa corrente).

Non si tratta quindi di un regolatore, ma piuttosto di un compensatore.

A parte qualche difficoltà pratica di disaccoppiamento segnali, la scelta di questa soluzione sembrava resolvesse il problema, ma una sua simulazione con il calcolatore, ha dimostrato che un equilibrio in

effetti si raggiunge, ma generalmente ad un valore diverso della temperatura voluta.

Il problema è che non si tiene conto delle caratteristiche termiche del resistore, cioè di come la potenza elettrica si trasforma in temperatura.

Il comportamento termico del resistore è caratterizzato da due principali parametri che sono rispettivamente la capacità termica (**CT**, in $\text{W}\cdot\text{s}/^\circ\text{C}$, che esprime come sale la temperatura in funzione dell'energia ricevuta) e la resistenza termica (**RT**, in $^\circ\text{C}/\text{W}$, che esprime la potenza dissipata ad una certa temperatura). Il loro prodotto (in s) esprime la "costante di tempo" termica.

Tali parametri possono essere ricavati sperimentalmente ed utilizzati nell'equazione

$$Dq + R_T \cdot C_T \cdot (dDq/dt) = R_T \cdot P$$

(dove Dq differenza di temperatura con l'ambiente, 20°C , e P la potenza dissipata, in questo caso la potenza elettrica $V \cdot I$).

Per simulare questo comportamento con un calcolatore, dobbiamo ricorrere alle "differenze finite" (anziché le derivate), quindi considerare i valori che si verificano ad ognuno degli n istanti Dt , essendo $n \cdot Dt$ l'intervallo di tempo considerato.

L'equazione diventa quindi

$$Dq_{n+1} + R_T \cdot C_T \cdot (Dq_{n+1} - Dq_n) / Dt = R_T \cdot V_n \cdot I_n$$

da cui si può ricavare Dq_{n+1} in funzione dei valori all'istante precedente.

Possiamo allora simulare il comportamento nel tempo dell'intero compensatore calcolando, istante per istante, tutte le espressioni che lo definiscono.

Precisamente, nell'ordine: il valore della resistenza in funzione della temperatura di quell'istante; poi il valore della corrente che circola nelle 2 resistenze; poi quello della differenza delle tensioni; quindi il nuovo riferimento dell'alimentazione; ed infine la nuova temperatura.

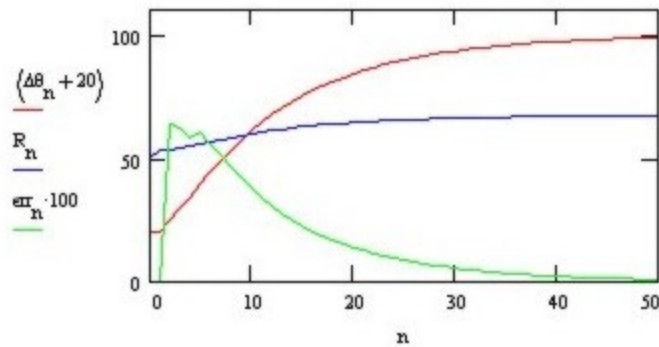
$$\begin{array}{l}
 \text{Dati:} \quad R_0 := 50 \quad \alpha := 0.0035 \quad \Delta T := 80 \\
 \quad \quad RC := R_0 \cdot (1 + (\Delta T + 20) \cdot \alpha) \quad RC = 67.5 \\
 \quad \quad CT := 0.002 \quad RT := 750 \quad V_b := \sqrt{\frac{\Delta T \cdot 4 \cdot RC}{RT}} \quad V_b = 5.367 \\
 n := 0..100 \quad \Delta t := .1 \quad t_n := n \cdot \Delta t \\
 \\
 \text{Valori} \\
 \text{iniziali:} \quad \Delta \theta_0 := 0 \quad v_0 := 0 \quad i_0 := 0 \quad err_0 := 0 \quad V_{a_0} := V_b \\
 \\
 \begin{bmatrix} R_{n+1} \\ i_{n+1} \\ err_{n+1} \\ V_{a_{n+1}} \\ \Delta \theta_{n+1} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} R_0 \cdot [1 + (\Delta \theta_n + 20) \cdot \alpha] \\ \frac{V_{a_n}}{R_n + RC} \\ i_n \cdot (RC - R_n) \\ V_b + err_n \\ \frac{RT \cdot CT \cdot \Delta \theta_n + R_n \cdot (i_n)^2 \cdot RT \cdot \Delta t}{\Delta t + RT \cdot CT} \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Utilizzando MathCad per questi calcoli ricorsivi, si usano matrici ad una colonna (come indicato nella fig. precedente), ottenendo l'andamento per ogni variabile indicizzata (che verrà poi mostrato in grafici).

Occorre precisare che, in mancanza dei dati reali del progetto, si sono usati valori plausibili, ma la cosa da sottolineare è la determinazione del valore base dell'alimentazione (V_b) che, come si diceva, deve tener conto delle dispersioni.

In definitiva, si ipotizza un valore di 50 ohm a 20 °C (R_0) e si vuole raggiungere una temperatura di 100 °C ($\Delta T + 20$), fissando quindi il valore campione RC a 67.5 ohm.

Ed ecco i risultati



$$\Delta\theta_{100} + 20 = 99.984$$

$$R_{100} = 67.497$$

$$V_{a_{100}} = 5.367$$

$$i_{100} = 0.04$$

$$\frac{V_b}{2 \cdot RC} = 0.04$$

La temperatura totale che tende a 100 °C, la resistenza che tende al valore di quella campione, la corrente finale che uguaglia quella teorica.

Si vede anche che l'errore (in verde) nei primi istanti "forza" una maggior corrente che riscalda il resistore stesso.

Una soluzione ancora più semplice

Dalle considerazioni fatte sulla necessità di impostare l'alimentazione ad un esatto valore di base, discende che potremmo anche togliere il compensatore, cioè il confronto con la resistenza campione.

Se infatti scegliamo un preciso valore di tensione, la resistenza si porterà automaticamente alla temperatura relativa, cercando di mantenerla anche nel caso intervenissero cause (transitorie) di disturbo.

Verrebbe a mancare quel "forzamento" a cui abbiamo accennato precedentemente, ma l'eliminazione di qualsiasi circuito di controllo potrebbe far accettare una reazione più lenta.

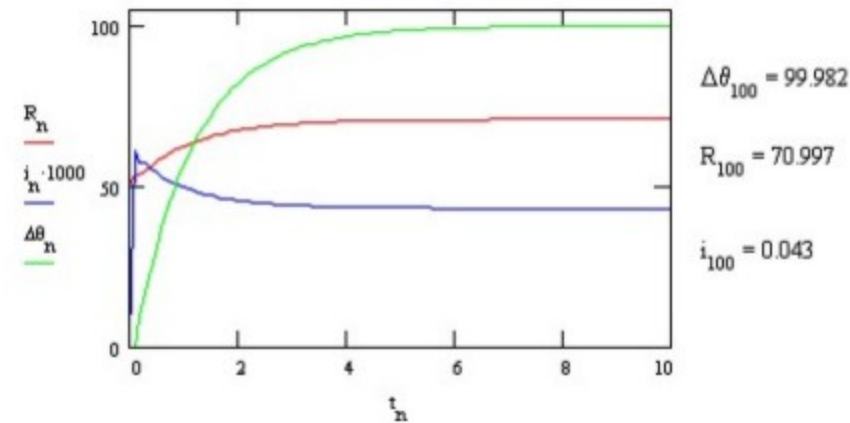
(Se si hanno particolari esigenze di prestazioni dinamiche, bisogna ricorrere ai regolatori citati all'inizio)

Nell'esempio di simulazione che segue si sono mantenuti costanti molti dei valori precedenti, salvo la sovratemperatura (ora l'obiettivo è raggiungere 120 °C, a cui corrisponde un valore di resistenza RC di 71 ohm).

L'alimentazione è impostata a 3.077 V (perché le perdite a regime V_a^2/RC , moltiplicate per RT devono uguagliare la sovratemperatura DT)

Dati:	$\Delta T := 100$	$\alpha := 0.0035$	$CT := 0.002$	$RT := 750$
	$RC := R_0 \cdot (1 + (\Delta T + 20) \cdot \alpha)$	$RC = 71$	$V_a := \sqrt{\frac{\Delta T \cdot RC}{RT}}$	$V_a = 3.077$
	$n := 0..100$	$\Delta t := .1$	$t_n := n \cdot \Delta t$	$R_0 = 50$
			$i_0 := 0$	$\Delta \theta_0 := 0$
	$\begin{bmatrix} R_{n+1} \\ i_{n+1} \\ \Delta \theta_{n+1} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} R_0 \cdot [1 + (\Delta \theta_n + 20) \cdot \alpha] \\ \frac{V_a}{R_n} \\ \frac{RT \cdot CT \cdot \Delta \theta_n + R_n \cdot (i_n)^2 \cdot RT \cdot \Delta t}{\Delta t + RT \cdot CT} \end{bmatrix}$			

Ed ecco i risultati, che dimostrano il raggiungimento della situazione voluta.



Verifica:

$$\frac{R_2 \cdot (i_2)^2}{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1} \cdot \Delta t = 0.002 \quad (CT)$$

$$\frac{\Delta\theta_{100}}{R_{100} \cdot (i_{100})^2} = 749.819 \quad (RT)$$

Si è anche proceduto alla verifica dei parametri termici, ricavandoli (come si dovrebbe fare sperimentalmente) dall'andamento della curva di temperatura.

Si evidenzia infatti che la capacità termica (C_T) può essere ricavata dal rapporto fra la potenza istantanea e la "pendenza" del tratto iniziale della curva della temperatura.

Così la resistenza termica (R_T) è data dal rapporto fra la temperatura a regime e la potenza sempre a regime (tutta la potenza viene dispersa, quindi non c'è più possibilità di incrementare la temperatura).

Spero che questi esempi di simulazione possano incoraggiare ad un uso sempre maggiore del calcolatore nella progettazione, cioè a sperimentare in modo virtuale le possibili soluzioni.