Zeno Martini (admin)

# EQUIVALENZA

1 January 2004

Articolo n° 4 su 13 del corso "**Elettrotecnica di base**". Vai all'**indice** del corso.

Paragrafi dell'articolo:



Introduzione

Nell'articolo precedente sono stati esaminati metodi matematici, per l'analisi dei circuiti complessi, in un certo senso molto astratti. Sono metodi potenti che si prestano ad essere automatizzati mediante linguaggi di programmazione. Sfugge però a chi li utilizza la struttura, come dire, intima della rete. Noi in genere non abbiano la capacità di trattare contemporaneamente una notevole quantità di dati, e, se non riusciamo a limitarli raggruppandoli, ci è facile smarrire il senso dei procedimenti di elaborazione e ci risulta difficile una valutazione consapevole e viva dei risultati ottenuti. Certamente gli algoritmi collaudati di soluzione ci rassicurano, ma è molto importante avere una conoscenza ravvicinata delle strutture circuitali.

I concetti ed i metodi discussi in questo articolo, hanno il pregio di ridurre un insieme complesso ad una struttura più semplice, più controllabile perché più comprensibile, individuando in essa i parametri essenziali per il suo uso globale, liberi dalla necessità di una conoscenza dettagliata delle articolazioni interne. Ci avviano all'analisi di un sistema complesso mediante la suddivisione in sottosistemi, interagenti tra loro mediante un numero limitato di parametri globali.

**Il concetto di equivalenza**

La conoscenza dei valori di tensione e di corrente in ogni ramo si ottiene con l'applicazione dei due principi di Kirchhoff,  i quali forniscono il numero di equazioni sufficienti a risolvere ogni rete se ne sono noti i bipoli ed i loro collegamenti.

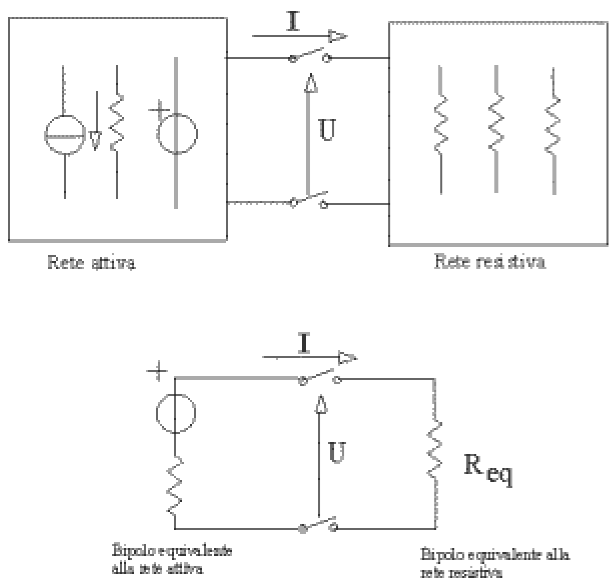


**fig. 4.1**

Spesso non interessa conoscere il comportamento della rete in ogni sua parte; occorre ad esempio sapere quel che succede quando, tra due punti di essa, si collega un bipolo, attivo  o passivo. Il calcolo in entrambi i casi diventa agevole, se la rete può essere schematizzata con un *bipolo che **si comporta come** la rete originaria*: tale **bipolo** si dirà **equivalente alla rete.**

La fig. 4.1 illustra il **concetto di equivalenza**:

*sostituendo le reti con i rispettivi bipoli equivalenti, non cambiano i valori di tensione e di corrente nel collegamento esterno.*

Quanto detto può essere formalizzato  matematicamente.

Un bipolo elettrico è completamente noto quando lo è la funzione **I=f(U)** (o la sua inversa) essendo **U** la tensione tra i due poli ed **I** l'intensità di corrente, cioè le grandezze descrittive esterne.  Se, per il bipolo e per la rete, la relazione è la stessa, bipolo e rete, per quel che riguarda il comportamento ai due terminali considerati, sono *equivalenti.*

Se ci si riferisce ad una *rete resistiva* il bipolo equivalente si chiamerà di *resistenza equivalente*.

Per una *rete attiva* si parlerà di *generatore equivalente* e potrà essere schematizzato con un *generatore reale di tensione* (generatore di *Thevenin*) o con *un generatore* *reale di corrente* (generatore di *Norton*). La dimostrazione per il bipolo attivo è eseguita nell'ultima parte dell'articolo.

Nella fig. 4.2 sono mostrati i due bipoli attivi, con le relazioni che permettono di sostituire l'uno con l'altro.

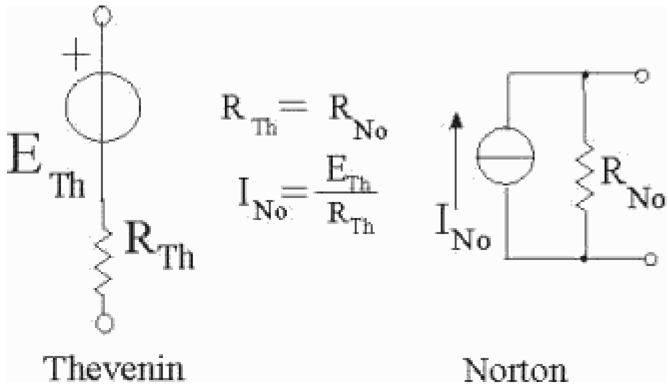


**fig. 4.2**

Il concetto di equivalenza, espresso come identità delle funzioni delle variabili descrittive esterne, è generale. I parametri del bipolo equivalente sono matematicamente determinabili nel caso di reti lineari, reti caratterizzate da resistenze, forze elettromotrici e correnti dei generatori di corrente indipendenti, secondo i procedimenti che ora esamineremo.

**Resistenza equivalente**

Per determinare la resistenza equivalente di una qualunque rete resistiva vista da due terminali, è sufficiente immaginare di collegare ai due terminali un generatore ideale di tensione, calcolarne la corrente erogata ed eseguire il rapporto tra la f.e.m del generatore e l'intensità di corrente calcolata.

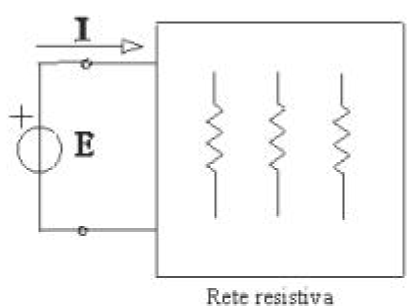


**fig. 4.3**

Si potrebbe far ricorso al metodo delle correnti di maglia, che porta al calcolo con matrici. Spesso però si procede per calcoli e schemi successivi, ricorrendo ai concetti di serie e di parallelo.

**Resistenze in serie ed in parallelo**

La resistenza equivalente a **n** resistenze in serie corrisponde alla somma delle **n** resistenze (4.1)

$$\mathbf{R_s=R_1+R_2+\ldots+R_n} \qquad 4.1$$

mentre la resistenza equivalente di n resistenze in parallelo è l'inverso della somma degli inversi delle **n** resistenze o, ciò che è lo stesso, la conduttanza equivalente del parallelo delle n conduttanze è la somma delle n conduttanze (4.2).

$$G_p=G_1+G_2+\ldots+G_n \qquad 4.2$$

La tensione applicata alla serie è infatti, per il secondo principio di Kirchhoff, la somma delle tensioni ai capi delle singole resistenze, che, per la legge di Ohm, sono uguali al prodotto delle resistenze per la corrente comune.

Si ha allora:

$$U= U_1+U_2+\ldots+U_n=I \cdot( R_1+R_2+\ldots+R_n)$$

Da cui, per definizione di resistenza equivalente:

$$\mathbf{R_s=U/I= R_1+R_2+\ldots+R_n}$$

Nel caso del parallelo invece, per il primo principio di Kirchhoff la corrente totale è la somma delle correnti sulle singole resistenze le quali, per la legge di Ohm, sono uguali alla tensione comune diviso la resistenza stessa.

Si ha in definitiva:

$$I = I_1+I_2+\ldots+I_n=U \cdot( G_1+G_2+\ldots+G_n)$$

$$\mathbf{G_p=I/U= G_1+G_2+\ldots+G_n}$$

La tensione totale su una serie di resistenze si suddivide in modo direttamente proporzionale al valore delle resistenze, mentre la corrente totale di un parallelo si suddivide in intensità inversamente proporzionali al valore delle resistenze o, ciò che è lo stesso, direttamente proporzionale alle conduttanze.

Si possono allora ricavare due comode formule, denominate rispettivamente partitore di tensione e partitore di corrente, che legano le grandezze parziali a quella totale.

**Partitore di tensione**

Date due resistenze in serie $R_1$, ed $R_2$ le tensioni sulle due resistenze, indicando con U la tensione totale, sono rispettivamente

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}\ ;\quad U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad 4.\ 3$$

**Partitore di corrente**

Date due conduttanze in parallelo $G_1$, ed $G_2$ le intensità di corrente sulle due conduttanze, indicando con I l'intensità di corrente totale, sono rispettivamente

$$I_1 = I \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2}\ ;\quad I_2 = I \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2} \qquad 4.\ 4$$

NB: In termini di resistenze si avrà, com'è facile dimostrare

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad 4.\ 5$$

Il metodo di calcolo di una resistenza equivalente consiste nell'individuare serie e/o paralleli di resistenze, sostituirli con il valore della loro resistenza equivalente e procedere fino ad arrivare ad avere una sola resistenza che è la resistenza equivalente totale.

**Esercizio 4. 1**

Proponiamo come esempio di calcolo la rete di fig. 4.4. Come si può notare, sono stati inseriti dei collegamenti equipotenziali, che creano un qualche disagio nel riconoscere il collegamento, disagio che può essere superato ridisegnando la rete in modo che tutti i nodi equipotenziali siano rappresentati un'unica volta.

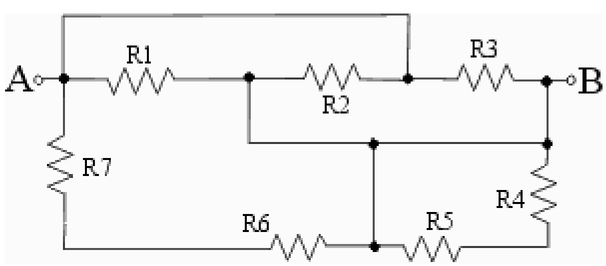


**fig. 4.4**

Della rete di figura si chiede di calcolare la resistenza equivalente vista tra A e B.

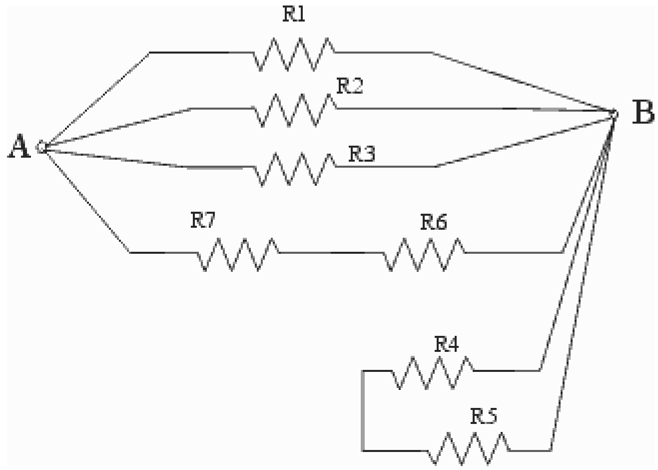


**fig. 4.5**

I collegamenti equipotenziali consentono di ridisegnare la rete come in fig. 4.5. poiché i nodi elettrici sono in realtà solo due. Le resistenze $R_4$ ed $R_5$ sono cortocircuitate in B, e vengono di fatto escluse dal calcolo della resistenza equivalente. Le resistenze $R_6$ ed $R_7$ sono in serie e, la loro serie è in parallelo ad $R_1$,$R_2$, $R_3$. Dunque:

$R_{AB}=R_1//R_2//R_3//(R_7+R_6)=$

$=1/(1/R_1+1/R_2+1/R_3+1/(R_7+R_6))$

Uno schema ricorrente

A volte però ci si imbatte in reti in cui non è possibile individuare né resistenze in serie, né resistenze in parallelo, com’è il caso della rete di figura 4.6 ( nota con il nome **ponte di Wheathstone**.

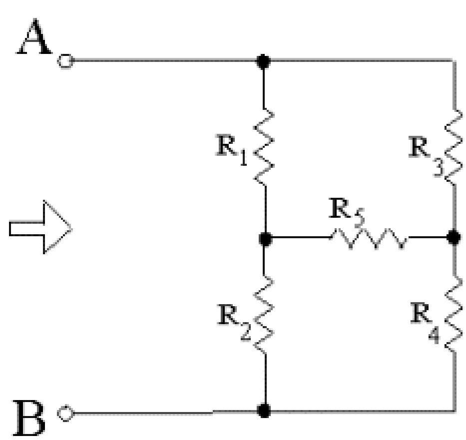


**fig. 4.6**

Si ricorre allora alla **trasformazione stella-triangolo.**

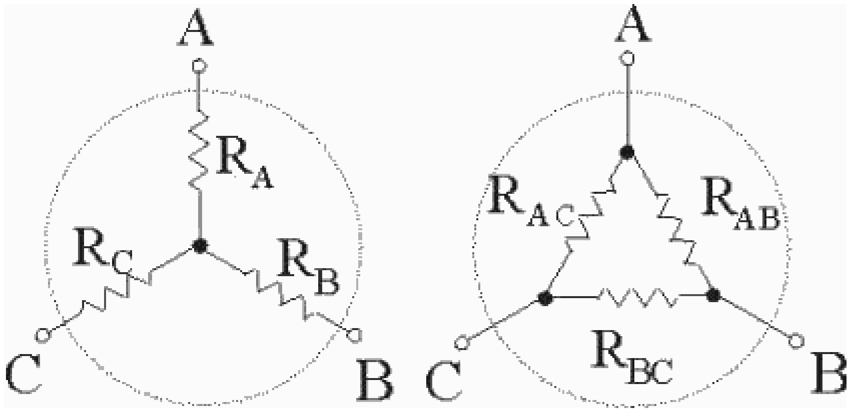


**fig. 4.7**

**Stella di resistenze (Y)** **Triangolo di resistenze (D)**

Una stella è un tripolo costituito da tre resistenze aventi un terminale comune mentre i tre terminali liberi sono collegati a punti di diverso potenziale. Un triangolo è un tripolo costituito da tre resistenze collegate una di seguito all'altra formando una figura chiusa. I tre punti di connessione delle resistenze sono assimilabili ai vertici di un triangolo e sono collegati a punti di diverso potenziale. Le equazioni che definiscono la trasformazione si ricavano estendendo il concetto di equivalenza, espresso per un bipolo, ad un tripolo. Un tripolo è equivalente ad un altro se, considerati due qualsiasi poli dell'uno, la relazione che lega tensione e corrente entrante è la stessa di quella che si ottiene considerando i poli corrispondenti dell'altro tripolo. Ciò equivale ad impostare il sistema di equazioni 4.6

$$\begin{cases} R_A + R_B = \dfrac{R_{AB} \cdot (R_{AC} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \\ R_A + R_C = \dfrac{R_{AC} \cdot (R_{AB} + R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \\ R_B + R_C = \dfrac{R_{BC} \cdot (R_{AB} + R_{AC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \end{cases}$$

4. 6

che risolto assumendo come incognite $R_A$, $R_B$, $R_C$ fornisce la terna di equazioni che definiscono la trasformazione triangolo-stella (**D->Y**) mentre risolto assumendo come incognite $R_{AB}$, $R_{BC}$, $R_{AC}$ si ottiene la terna di equazioni che definiscono la trasformazione stella-triangolo (**Y -> D)**.

Si hanno dunque le relazioni:

D->Y Y->D

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A}$$

$$R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \quad R_{AC} = R_A + R_C + \frac{R_A \cdot R_C}{R_B}$$

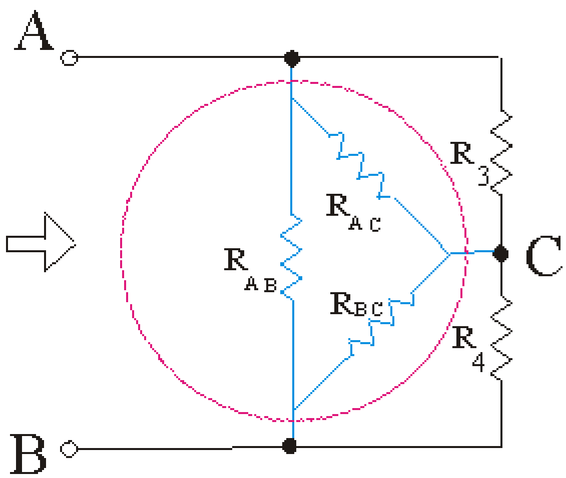

**fig. 4.7**

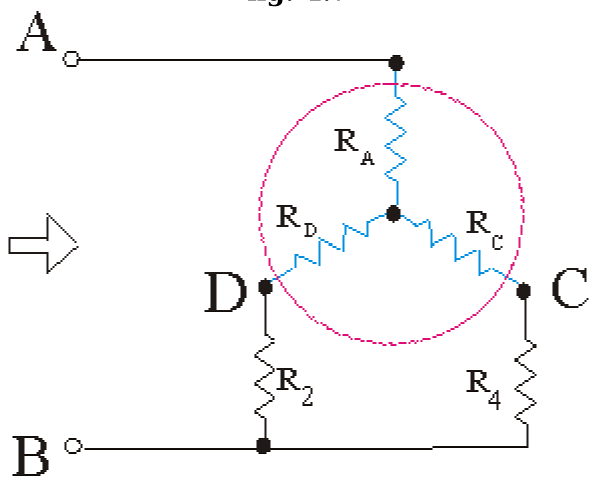


**fig. 4.8**

Nel caso del ponte di Wheatstone $R_1$, $R_2$, $R_5$ costituiscono una stella (come $R_3$, $R_4$, $R_5$) mentre $R_1$, $R_3$, $R_5$ formano un triangolo (come $R_2$, $R_4$,$R_5$). Sostituendo allora, o una stella con il triangolo equivalente, o un triangolo con la stella equivalente, si ottiene un circuito equivalente composto di resistenze in serie ed in parallelo come si evidenzia nelle figura 4.8.

A volte ci si può imbattere in reti che, presentando una struttura simmetrica dal punto di vista elettrico, permettono di intuire l'equipotenzialità di certi nodi. Si consideri ad esempio il ponte di Wheathstone in cui $R_1=R_3$ ed $R_2=R_4$. Le due porzioni di circuito a destra ed a sinistra di un asse che divide in due parti uguali la resistenza $R_5$ , sono identiche; quindi i nodi cui è collegata $R_5$ sono equipotenziali. Tenendo conto di questa osservazione, si ha che la resistenza equivalente è la serie dei paralleli $R_1$ con $R_3$ ed $R_2$ con $R_4$: $R_{eq}=R_1//R_3+R_2//R_4$. La simmetria elettrica tra l'altro permane se $R_1/R_2=R_3/R_4$, condizione tra l'altro nota come equilibrio del ponte: corrisponde a tensione nulla ai capi di $R_5$. Condizioni di simmetria si verificano per le reti delle fig. 4.9 e 4.10 di cui si fornisce il valore della resistenza equivalente tra i punti indicati, lasciando al lettore il piacere della loro giustificazione.

**Esercizio 4. 2**

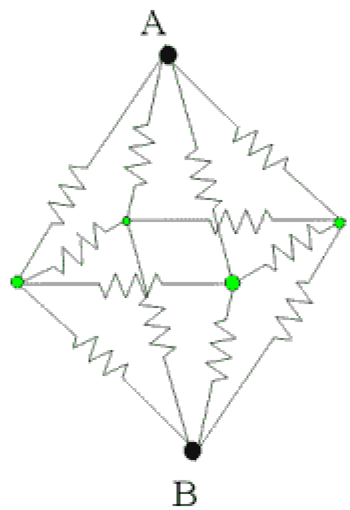


**fig. 4.9**

Le resistenze dell'ottaedro sono tutte uguali.

Calcolare $R_{AB}$ (*ris: R/2*)

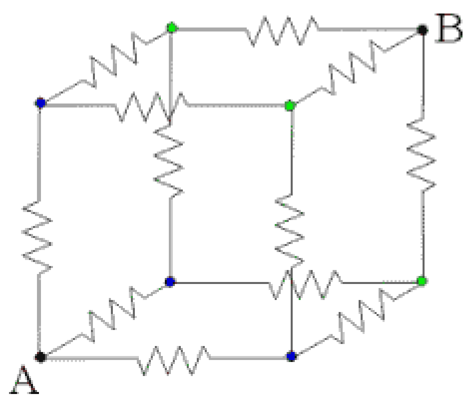


**fig. 4.10**

Le resistenze del cubo sono tutte uguali. Calcolare $R_{AB}$ (*ris:5/6R*)

Metodo della resistenza equivalente

Quando si ha a che fare con una rete resistiva in cui esiste un solo generatore, un metodo di soluzione è proprio quello basato sul concetto di resistenza equivalente. Esso consiste nel calcolare la resistenza equivalente vista dai terminali del generatore, calcolare la corrente da esso erogata, quindi, ripercorrendo a ritroso gli schemi parziali che hanno condotto al calcolo della resistenza equivalente, determinare le correnti negli altri rami (vedremo l'esempio applicativo nell'esercizio proposto sulla sovrapposizione degli effetti)

La sovrapposizione degli effetti

Se una rete è costituita da resistenze costanti, che non dipendono cioè dai valori delle correnti nei rami, e da generatori indipendenti di tensione e di corrente, si dice *lineare*. Infatti l'applicazione dei due principi di Kirchhoff conduce ad un sistema di equazioni a coefficienti costanti, le cui soluzioni sono combinazioni lineari dei termini noti. Si calcoli ad esempio l'intensità I nella resistenza R della rete di fig. 4.11 utilizzando normalmente i principi di Kirchhoff.

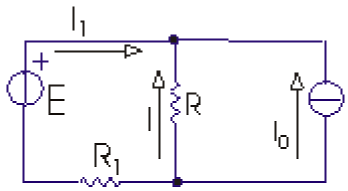


**fig. 4.11**

$$I+I_1= - I_0$$

$$-R \cdot I+R_1 \cdot I_1=E$$

Risolvendo il sistema si ha:

$$I=(- I_0 \cdot R_1- E)/(R_1+R)= - I_0 \cdot R_1/(R_1+R) - E/(R_1+R)$$

Ponendo

$$I'= - I_0 \cdot R_1/(R_1+R)$$

$$I''= - E/(R_1+R)$$

Si ha

$$I=I'+I''$$

dove I' ed I'' sono le correnti nelle due sottoreti

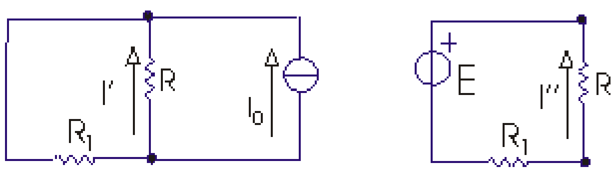


**fig. 4.12**

La prima è la rete che si ottiene da quella originaria, annullando l'azione del generatore di tensione, la seconda quella in cui è annullata l'azione del generatore di corrente. Quanto sopra non è una dimostrazione generale, solo un esempio, ma si può facilmente intuire, e matematicamente dimostrare, che si tratta di un fatto generale. **Si ha allora che la corrente in un singolo ramo (*effetto*) è uguale alla somma algebrica delle correnti che vi sarebbero prodotte dai singoli generatori presenti nella rete se agissero separatamente.** La fig. 4.13 illustra il concetto mostrando, nel contempo, in che modo si esclude l'azione dei generatori: per i generatori di tensione si annulla la loro f.e.m. sostituendoli con un cortocircuito, per i generatori di corrente si lascia aperto il ramo in cui essi sono inseriti.

Nota: essa giustifica in un certo senso l'aver inserito il principio all'interno del concetto di equivalenza, essendo un qualsiasi circuito lineare in cui agiscono più cause, equivalente alla somma di circuiti in cui le cause agiscono singolarmente.

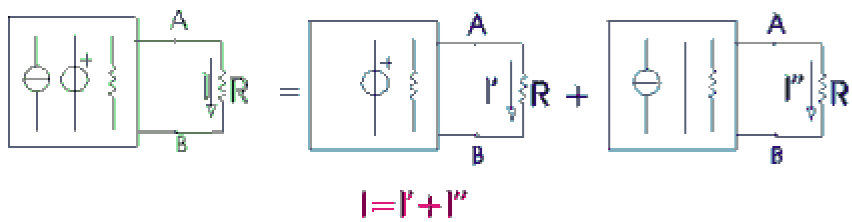


**fig. 4.13**

Risolvere una rete con il principio di sovrapposizione degli effetti significa allora scomporre la rete originaria in tante rete parziali quanti sono i generatori, calcolare la corrente nei rami per ognuna di queste reti, utilizzando il metodo della resistenza equivalente, sommare infine algebricamente le correnti parziali. Vediamo il procedimento illustrato nell'esercizio 4.3.

**Esercizio 4. 3**

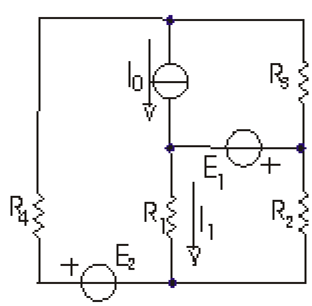


**fig. 4.14**

Nella rete di fig. 4.14, utilizzando il metodo della sovrapposizione degli effetti, si calcoli la corrente $I_1$ sulla resistenza $R_1$ Scomponiamo la rete data in tre sottoreti, in ciascuna delle quali agisce un unico generatore. Il generatore di tensione tolto è sostituito da un collegamento equipotenziale, quello di corrente completamente eliminato, o, se si preferisce, sostituito con un ramo aperto.

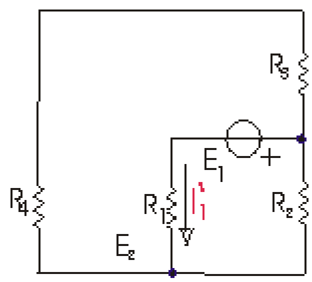


**fig. 4. 15**

Nello schema di fig. 4.15 agisce la sola fem $E_1$. L'intensità di corrente I1' è l'opposto della corrente erogata dal generatore $E_1$.

$I_1' = - E_1/R_{eq}$

dove

$R_{eq}=R_1+R_2//(R_3+R_4)$

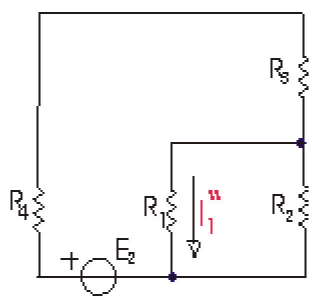


**fig. 4.16**

Ora (fig. 4.16) agisce il solo generatore $E_2$.

L'intensità di corrente $I_1''$ è la partizione della corrente erogata dal generatore tra le resistenze $R_1$ed $R_2$.

$I_1''=I^* R_2/(R_1+ R_2)$

con

$I=E_2/R_{eq}$

ed

$R_{eq}=R_1// R_2+R_3+R_4$

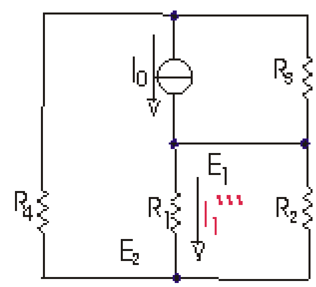


**fig. 4.17**

Qui (fig. 4.17) agisce il solo generatore di corrente. La $I_1'''$ è la partizione della $I_0'$ (uguale alla corrente sulla resistenza $R_4$) tra le resistenze $R_1$ ed $R_2$; $I_0'$ è la partizione di $I_0$ tra le resistenze $R_3$ e la $R_{124}$. Si ha dunque

$I_1'''=I_0'*R_2/(R_1+R_2)$

essendo

$R_{124}=R_4+R_1//R_2$

$I_0'=I_0*R_3/(R_{124}+R_3)$

La corrente effettiva nella rete è la somma algebrica delle tre correnti parziali.

$\mathbf{I_1= I_1'+ I_1''+ I_1'''}$

**L'enunciato del teorema di Thevenin**

Un qualsiasi bipolo, composto di resistenze costanti, generatori indipendenti di tensione e di corrente, comunque connessi, può essere sostituito, come già è stato detto (fig. 4.2), da un bipolo semplice, costituito da *un generatore ideale di tensione in serie ad una resistenza*. Esso rappresenta un generatore di tensione lineare ed è detto *generatore equivalente di tensione* o, più brevemente, *generatore di Thevenin.* La forza elettromotrice del generatore ideale di tensione è la tensione tra gli estremi del bipolo, quando ad essi non è collegato alcun carico, cioè la *tensione a vuoto.* Il valore della resistenza è la *resistenza equivalente vista dai terminali del bipolo*, che si calcola dopo aver annullato tutte le sorgenti di energia, cioè i generatori di tensione e di corrente. Annullare l'azione di un generatore di tensione significa imporre nulla la tensione ai suoi terminali, quindi sostituirlo con un cortocircuito (o collegamento equipotenziale); annullare l'azione di un generatore di corrente significa imporre uguale a zero la corrente da esso erogata, quindi sostituirlo con un circuito aperto.

I simboli adottati per rappresentare graficamente i generatori ideali di tensione e di corrente, indicano proprio questa operazione.

**La dimostrazione del teorema**

Per dimostrare il teorema di Thevenin ricorriamo al *concetto di equivalenza tra bipoli*. Se l'espressione che esprime la tensione ai morsetti del bipolo in funzione della corrente erogata è la stessa per due bipoli, pur fisicamente diversi, essi sono equivalenti per quanto riguarda tutto ciò che avviene al loro esterno, come ad esempio il valore che assume l'intensità di corrente su qualsiasi altro bipolo ad essi collegato. Consideriamo allora una qualsiasi rete lineare, evidenziamo in essa due punti che indicheremo con P ed N ed immaginiamo di collegare tra questi due punti una resistenza. Indichiamo con **I** l'intensità di corrente su questa resistenza (fig. 4.18)

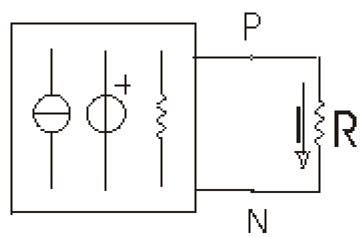


**fig. 4.18**

Nulla cambia se in serie a questa resistenza si inseriscono due generatori ideali di tensione di valore E ed in opposizione di polarità (fig. 4.19)

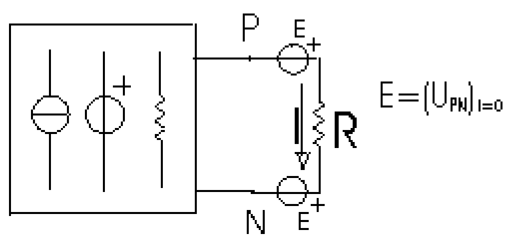


**fig. 4.19**

Scegliamo il valore di E pari alla tensione a vuoto tra P ed N:

$\mathbf{E=(U_{pn})_{I=0}}$

Calcoliamo ora la corrente in R applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, suddividendo la rete nelle due reti di fig. 4.20:

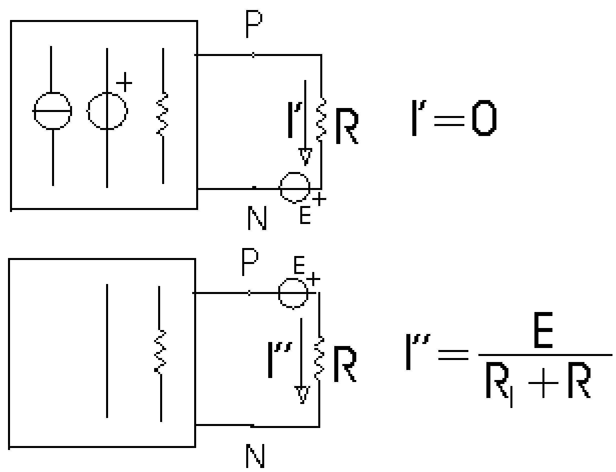


**fig. 4.20**

Nella prima si ha I' = 0 in quanto agiscono nella maglia d'uscita due f.e.m. uguali ed opposte, per la scelta fatta del valore di E.

Nella seconda agisce la sola E inserita, che alimenta la R in serie alla resistenza equivalente della rete vista da tra P ed N ($R_i$). La corrente è allora data da $I''=E/(R+R_i)$.

Si ha pertanto $I=I'+I''=E/(R+R_i)$.

Con semplici passaggi si ottiene, ricordando che per la legge di Ohm è $R \cdot I=U_{PN}$

$$\mathbf{U_{PN}=E-R_i \cdot I}$$

Dunque una funzione $U_{PN}(I)$ identica a quella di un bipolo semplice costituito dalla serie di una f.e.m. E ( che indicheremo d'ora in poi con $E_{th}$) con una resistenza $R_i$ (che indicheremo con $R_{th}$) essendo

$$\boldsymbol{E_{th}=(U_{PN})_{I=0}}$$

ed

$$\boldsymbol{R_{th}=R_{PN}}$$

dopo aver annullato l'azione di tutte le sorgenti di energia interne alla rete.

Vediamo qualche esercizio.

**Esercizio 4. 4**

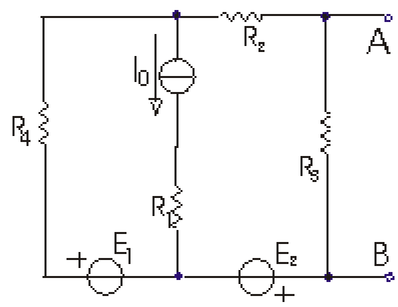


**fig. 4.21**

***Determinare il generatore equivalente di tensione visto dai punti A, B(fig. 4. 21)***

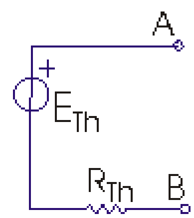


**fig. 4.22**

La rete data, per quanto riguarda il comportamento rispetto a bipoli applicati tra A e B equivale al generatore lineare di figura 4.22

Di esso si devono determinare $\mathbf{R_{th}}$ ed $\mathbf{E_{th}}$.

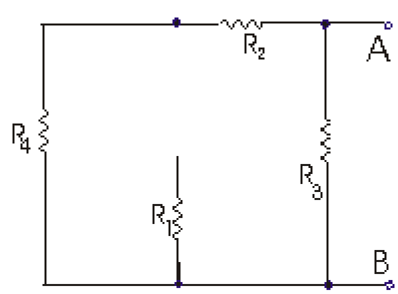


**fig. 4.23**

**Calcolo $\mathbf{R_{th}}$**

Dalla fig. 4.23

$R_{th}=R_3//(R_2+R_4)$

Sottoreti per il **calcolo di Eth** utilizzando la ***sovrapposizione degli effetti***

**Calcolo Eth**

**$Eth=(U_{AB})_{I=0}$**

$Eth=U_{AB1}+U_{AB2}$

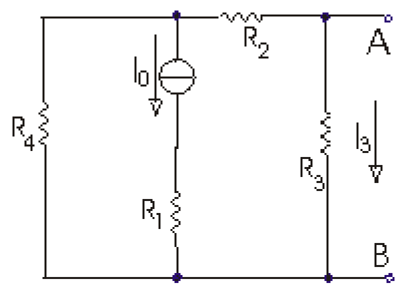


fig. 4. 24

**Calcolo $U_{AB1}$**

Nella fig. 4.24

$U_{AB1}=R_3*I_3$

$I_3= - I_0*R_4/(R_4+R_2+R_3)$

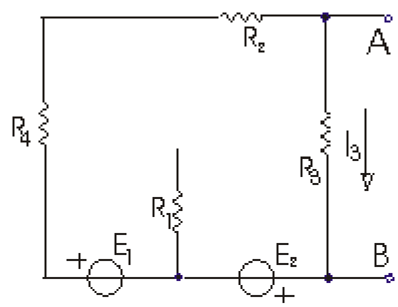


fig. 4. 25

**Calcolo $U_{AB2}$**

Nella fig. 4.25

$U_{AB2}=R_3*I_3$

$I_3=(E_1-E_2)/(R_4+R_2+R_3)$

**Esercizio 4. 5**

**Nella rete di fig. 4.26 calcolare l'intensità di corrente sulla resistenza R usando il metodo del generatore equivalente**

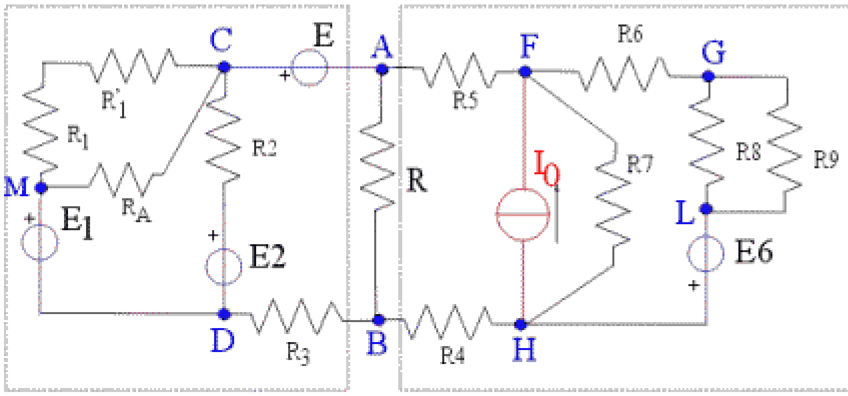


fig. 4. 26

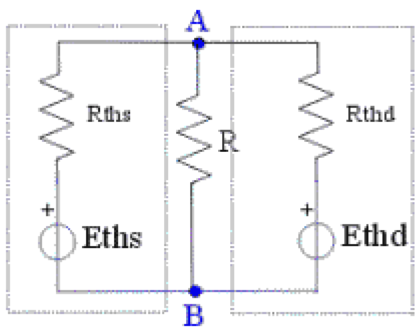


**fig. 4.27**

E' possibile individuare due blocchi circuitali a destra e sinistra di R che possono convenientemente essere sostituiti con i rispettivi generatori equivalenti di Thevenin. La rete diventa quella di fiq 4.27.

Utilizzando il teorema di Milmann per ricavare $U_{AB}$ si può trovare l'intensità cercata applicando la legge di Ohm.

$$\mathbf{U_{AB} = (E_{ths}/R_{ths} + E_{thd}/R_{thd}) / (1/R_{ths} + 1/R_{thd} + 1/R)}$$

$$\mathbf{I = U_{AB}/R = (E_{ths}/R_{ths} + E_{thd}/R_{thd}) / (R/R_{ths} + R/R_{thd} + 1)}$$

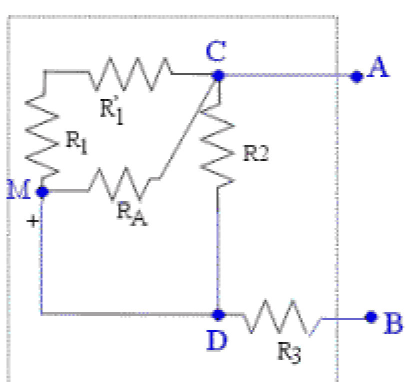

**fig. 4.28**

Calcolo di $R_{ths}$. Con riferimento alla fig. 4.28 si ha:

$R_{ths}=R_3+R_2//R_A//(R_1+R_1')$

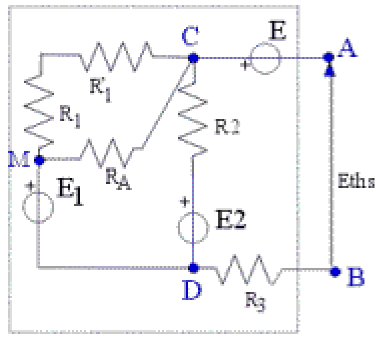


**fig. 4.29**

Con riferimento alla fig. 4.29 si ha

$E_{ths}=U_{AB}=U_{AC}+U_{CD}+U_{DB}$

$U_{DB}=0$ poiché in $R_3$ la corrente è nulla

$U_{AC}= - E$ per definizione di generatore indipendente di tensione

$U_{CD}$ si può calcolare con Millmann (vedi art.3, 3.16), dopo aver sostituito le tre resistenze con la $R_{eq}=R_A//(R_1+R_1')$

$U_{CD}=(E_1/R_{eq}+E_2/R_2)/(1/R_{eq}+1/R_2)$

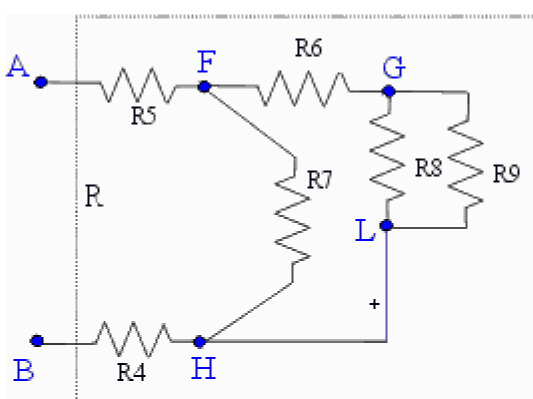


**fig. 4.30**

Nella fig. 4.30 calcolo $R_{thd}$

$R_{thd}=R_5+R_4+R_7//(R_6+R_8//R_9)$

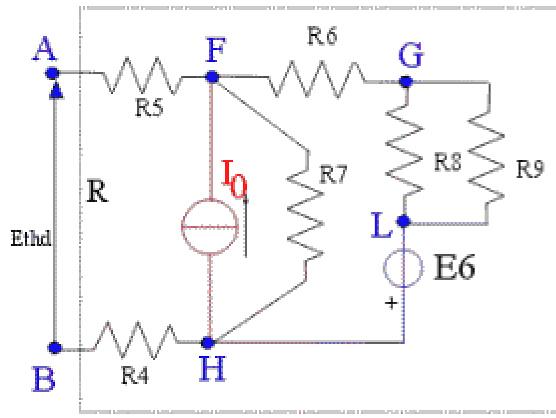


**fig. 4.31**

Nella fig. 4.31 si ha:

$E_{thd}=U_{AB}=U_{AF}+U_{FH}+U_{HB}$

$U_{AF}=U_{HB}=0$ poiché è nulla l'intensità sulle resistenze $R_4$ ed $R_5$

Ancora con Milmann posso calcolare $U_{FH}$ dopo aver sostituito $R_6$,$R_8$, $R_9$ con $R_{eq}=R_6+R_8//R_9$

$U_{FH}=(I_0-E_6/R_{eq})/(1/R_7+1/R_{eq})$

Conclusioni

Il concetto di equivalenza rappresenta l'archetipo dei metodi usati, non solo in elettrotecnica, nell'approccio ai sistemi complessi, in quanto introduce una semplificazione con il riconoscimento della necessità di conoscenza solo delle relazioni tra le parti che li compongono. E' stato esaminato per i bipoli passivi ed attivi, ma lo si può estendere a qualsiasi n-polo. E' stata inserita in questo contesto, anche la sovrapposizione degli effetti. Nei limiti del suo ambito applicativo, costituito dai sistemi lineari, permette di scomporre il sistema in sottosistemi, identici tra loro per la parte passiva, sollecitata da azioni di diversa intensità e natura agenti in posizioni distinte. L'effetto di un'azione è il messaggio che un sottosistema fornisce all'altro come punto di partenza per la nuova azione. Il risultato della catena comunicativa ricompone il sistema originario mostrando l'effetto globale. Il concetto di equivalenza potrebbe essere paragonato alla suddivisione di un problema informatico in un insieme di algoritmi più semplici che comunicano tra loro mediante il passaggio di variabili, metodo che si è evoluto fino all'attuale programmazione ad oggetti (O.O.P.). Nella O.O.P. ogni programma complesso è costruito assemblando oggetti, cioè altri programmi, dei quali il programmatore non conosce necessariamente la struttura interna. E' infatti sufficiente sapere ciò che l'oggetto comunica all'esterno e ciò che all'esterno richiede. L'oggetto è una scatola nera la cui struttura interna, nota certamente al suo costruttore, non interessa all'utilizzatore il quale ha necessità di conoscere solo le interazioni che la scatola stabilisce, attraverso le sue porte, con il mondo esterno. Certamente si tratta di considerazioni che esulano dai contenuti del corso, ma si è ritenuto importante sottolineare l'importanza del concetto di equivalenza cui si farà spesso ricorso, anche in contesti molto più generali della trattazione delle grandezze continue, come vedremo già a partire dal prossimo articolo.