



Zeno Martini (admin)

DISSIMMETRIA

1 January 2004

Terne dirette ed inverse

Definiamo l'operatore complesso \mathbf{a} , che, moltiplicato per un vettore lo fa ruotare di 120° in senso antiorario, lasciandone immutato il modulo.

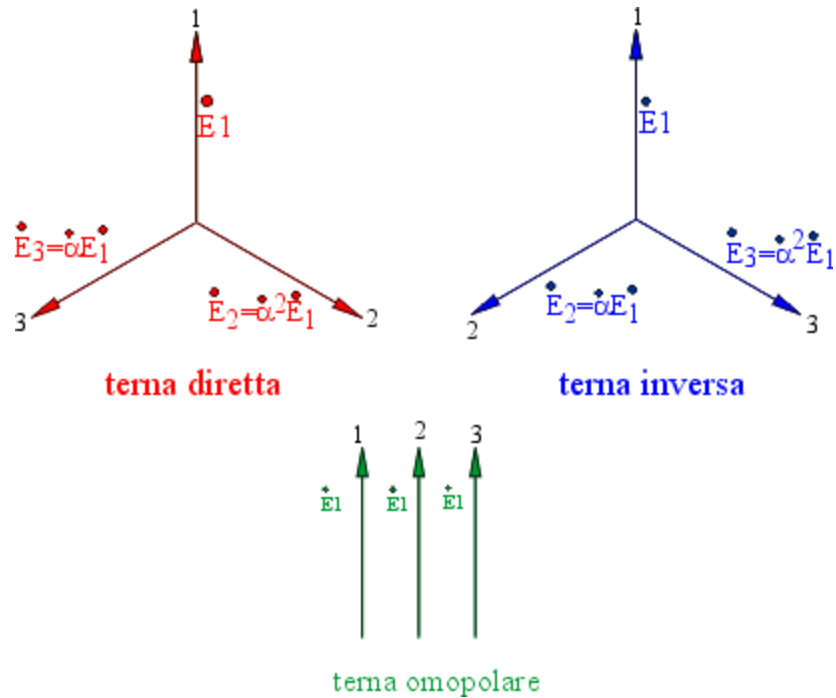
$$\mathbf{a} = e^{j120^\circ}$$

Consideriamo il vettore rappresentativo di una tensione che, arbitrariamente, indicheremo con l'indice 1, dunque \mathbf{E}_1 , che chiameremo vettore origine.

Si definisce *terna diretta* la terna formata dai tre vettori che si ottengono moltiplicando successivamente per $\mathbf{1}$, \mathbf{a}^2 , \mathbf{a} , il vettore origine, *terna inversa* quella che si ottiene moltiplicandolo successivamente per $\mathbf{1}$, \mathbf{a} , \mathbf{a}^2 . (NB: $\mathbf{1} = \mathbf{a}^3$)

Terna omopolare

Se le tre tensioni di fase oltre che lo stesso valore efficace hanno anche la stessa fase la terna delle tensioni si dice *omopolare*. I vettori rappresentativi sono allora uguali e paralleli. Essa si ottiene, evidentemente, moltiplicando sempre per 1 il vettore origine.



Terne dissimmetriche

Quando le tre tensioni non soddisfano alle condizioni che definiscono il sistema simmetrico, la terna si dice dissimmetrica.

Si può dimostrare che *ogni terna dissimmetrica è scomponibile in una terna diretta, una terna inversa ed una terna omopolare*. Indicando rispettivamente con \mathbf{E}_0 , \mathbf{E}_d ,

\mathbf{E}_i , i vettori origine delle tre terne, se \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 , \mathbf{E}_3 sono i vettori della terna dissimmetrica, si può scrivere:

$$\begin{aligned}\dot{E}_1 &= \dot{E}_0 + \dot{E}_d + \dot{E}_i \\ \dot{E}_2 &= \dot{E}_0 + \alpha^2 \cdot \dot{E}_d + \alpha \cdot \dot{E}_i \\ \dot{E}_3 &= \dot{E}_0 + \alpha \cdot \dot{E}_d + \alpha^2 \cdot \dot{E}_i\end{aligned}$$

che non è altro che un sistema di tre equazioni da cui si possono ricavare le tre incognite \mathbf{E}_0 , \mathbf{E}_d , \mathbf{E}_i .

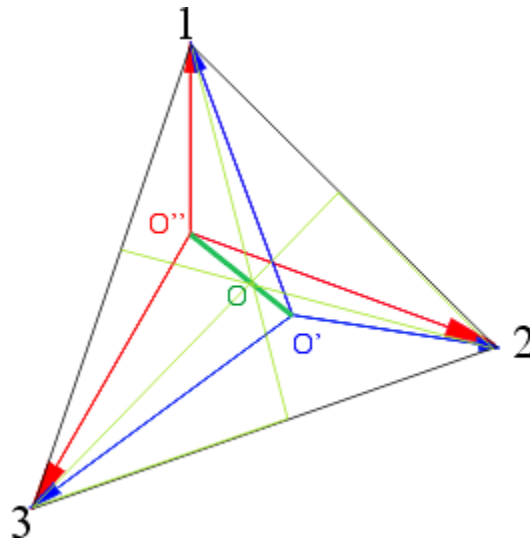
$$\dot{E}_0 = \frac{1}{3} \cdot (\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3)$$

$$\dot{E}_a = \frac{1}{3} \cdot (\dot{E}_1 + \dot{\alpha} \cdot \dot{E}_2 + \dot{\alpha}^2 \cdot \dot{E}_3)$$

$$\dot{E}_i = \frac{1}{3} \cdot (\dot{E}_1 + \dot{\alpha}^2 \cdot \dot{E}_2 + \dot{\alpha} \cdot \dot{E}_3)$$

Queste relazioni sono molto utili nello studio di reti trifasi non simmetriche in quanto consentono di utilizzare le semplificazioni di calcolo proprie delle reti simmetriche.

Osservazioni



- La componente omopolare è nulla quando la somma dei vettori è nulla. Quindi le tensioni concatenate di un sistema trifase dissimmetrico hanno comunque sempre componente omopolare nulla. Non è così per le tensioni stellate.
- Le infinite stelle di vettori aventi vertici comuni, hanno come componenti la stessa terna diretta e la stessa terna inversa. Differiscono per la terna omopolare.
- La stella con terna omopolare ha il centro nel baricentro del triangolo che ha gli stessi vertici delle stelle. E' detta *stella pura*.
- Il vettore che caratterizza la terna omopolare di una stella è rappresentato dal segmento che unisce il centro della stella al baricentro del triangolo.

- Se si indica con \mathbf{U}_d il vettore che dà origine alla terna diretta delle tensioni concatenate di un sistema dissimmetrico, con \mathbf{U}_i il vettore che dà origine alla associata terna inversa si ha, per la terna di tutte le stelle che danno origine a quelle concatenate

$$\dot{E}_d = j \cdot \frac{\dot{U}_d}{\sqrt{3}} \dot{E}_i = -j \cdot \frac{\dot{U}_i}{\sqrt{3}}$$

- Ricavando inoltre $\mathbf{U}_d, \mathbf{U}_i$ in funzione delle concatenate $\mathbf{U}_{12}, \mathbf{U}_{23}, \mathbf{U}_{31}$, le due precedenti equazioni diventano

$$\dot{E}_d = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_{12} - \alpha^2 \cdot \dot{U}_{23})$$

$$\dot{E}_i = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}_{12} - \alpha \cdot \dot{U}_{23})$$

- La componente omopolare di una terna spuria si ottiene sottraendo un suo qualsiasi vettore dal vettore corrispondente della stella pura. Quindi

$$\dot{E}_0 = \dot{E}_{1_pura} - \dot{E}_1 = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \dot{U}_{12} + \dot{U}_{23}) - \dot{E}_1$$