



Zeno Martini (admin)

ANALOGIA ELETTROTERMICA

1 January 2004

Nello studio della trasmissione del calore, nelle tre forme possibili conduzione, convezione, irraggiamento si perviene sempre, a regime, per quanto riguarda il flusso di potenza termica attraverso i corpi, ad una espressione del tipo

$$R \cdot Q = DT \quad (1)$$

in cui Q rappresenta la potenza termica trasmessa, DT la differenza di temperatura tra gli estremi della la sezione di controllo del flusso.

Essa è formalmente identica alla *legge di Ohm*

$$R \cdot I = DV$$

per cui la R della (1) viene per questo chiamata *resistenza termica*.

Data la facilità con cui si possono combinare le resistenze elettriche tra loro, secondo i concetti di serie e parallelo, è naturale pensare di sfruttare tali metodi nella trasmissione del calore.

Le grandezze che si corrispondono nell'analogia sono riassunte nella seguente tabella

| Elettricità | | | Calore | | |
|-------------|---------------------------------|--------------------------|--------------|-------------------|---------------------------|
| DV | $V=J/C$ | differenza di potenziale | DT | K | differenza di temperatura |
| I | $A=C/s$ | intensità di corrente | Q=J/s | W | potenza termica |
| | $ohm=V/A$ | resistenza elettrica | | K/W | resistenza termica |
| R | | | R | $(1/l) \cdot l/A$ | conduzione |
| | $(1/g) \cdot l/S = r \cdot l/S$ | | | $1/(h \cdot A)$ | convezione |
| | | | | $1/(hi \cdot A)$ | irraggiamento |

L'analogia può essere così espressa:

In un corpo materiale l'**intensità di corrente** fluisce dal punto a **potenziale** più alto al punto a **potenziale** più basso, è proporzionale alla differenza di **potenziale** e dipende dalla natura del corpo materiale. La costante di proporzionalità corrispondente al rapporto tra la differenza di **potenziale** e l'**intensità di corrente** è chiamata **resistenza elettrica**.

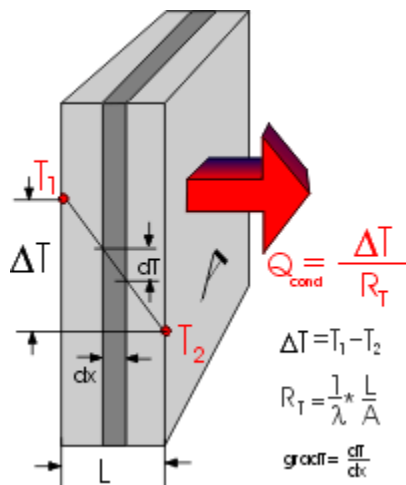
sostituendo le parole **intensità di corrente** con **potenza termica** e **potenziale** con **temperatura**, **elettrico** con **termico** si ha:

In un corpo materiale la **potenza termica** fluisce dal punto a **temperatura** più alta al punto a **temperatura** più bassa, è proporzionale alla differenza di **temperatura** e dipende dalla natura fisica del corpo. La costante di proporzionalità corrispondente al rapporto tra la differenza di **temperatura** e la **potenza termica** è chiamata **resistenza termica**.

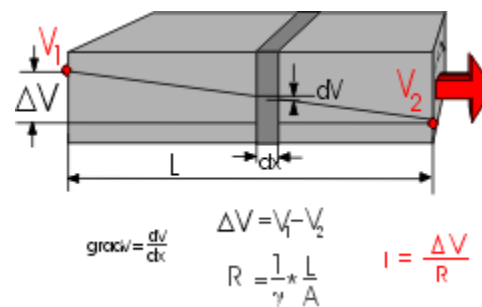
Se ci si riferisce al fenomeno della conduzione termica l'analogia si estende anche al modo in cui la resistenza elettrica e quella termica dipendono dalle proprietà fisico-geometriche del corpo materiale. Entrambe sono direttamente proporzionali alla lunghezza del corpo materiale misurata nel senso del flusso, ed inversamente proporzionale alla sezione trasversale. La costante di proporzionalità è chiamata resistività.

Le figure illustrano l'analogia.

Conduzione termica attraverso una parete piana



Conduzione Elettrica in un conduttore prismatico



T_1 e T_2 sono le temperature della sezione di ingresso e della sezione d'uscita della potenza termica Q . V_1 e V_2 sono i potenziali della sezione di ingresso e della sezione d'uscita dell'intensità di corrente I .

L è lo spessore della parete, A l'area della sua superficie, λ la conducibilità termica. L è la lunghezza del prisma, A l'area della sua sezione trasversale, σ la conducibilità elettrica.

Nel caso della convezione la differenza di temperatura da considerare è quella tra la temperatura della superficie e quella del fluido che la lambisce a sufficiente distanza dalla parete, quindi $\Delta T = T_s - T_{\text{fluido}}$. La resistenza termica diventa allora

$$R = (1/h) * (1/A)$$

in cui h ($\text{W}/\text{m}^2\text{K}$) è il *coefficiente di scambio termico convettivo* ed A l'area della superficie.

Anche nel caso dell'irraggiamento si perviene al concetto di resistenza termica. La differenza di temperatura da considerare è quella tra la temperatura della superficie del corpo considerato e quella dei corpi circostanti a temperatura ambiente. quindi $\Delta T = T_s - T_{\text{amb}}$

La resistenza termica si calcola con l'espressione

$$R = (1/h_{\text{irr}}) * (1/A)$$

dove

$$h_{\text{irr}} = \epsilon \sigma (T_s^2 + T_{\text{amb}}^2) (T_s + T_{\text{amb}}) \quad (\text{W}/\text{m}^2\text{K})$$

è il *coefficiente di scambio termico per irraggiamento*.

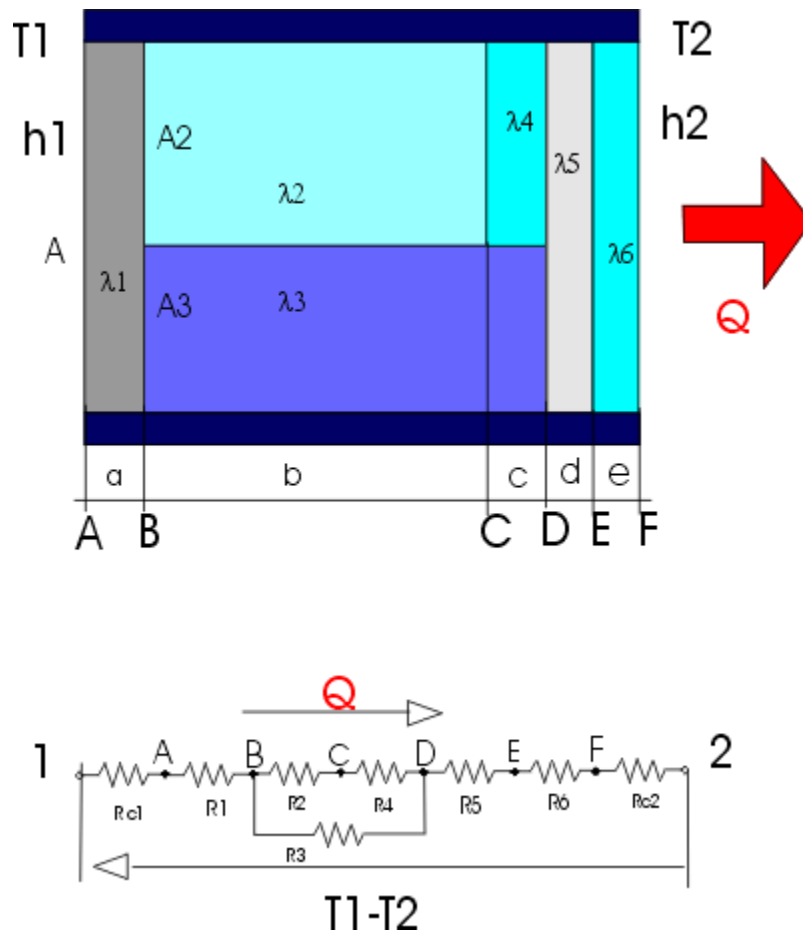
ϵ : è l'*emissività della superficie*. L'emissività di una superficie è il rapporto tra la radiazione emessa dalla superficie e la radiazione emessa dal corpo nero alla stessa temperatura. (legge di Stefan-Boltzmann $E_n = \epsilon \sigma T^4 \text{ W}/\text{m}^2$)

σ : $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ *costante di Stefan-Boltzmann*.

E' opportuno in questo caso osservare che la resistenza termica dipende dalle temperature della superficie e dell'ambiente.

ESEMPIO

La figura che segue mostra il flusso di una potenza termica da un ambiente con un fluido a temperatura T_1 verso un ambiente con un fluido a temperatura T_2 , attraverso una parete, l'area della cui superficie è A , composta da 6 diversi materiali. Si fa l'ipotesi che il flusso sia monodimensionale (cioè avvenga unicamente lungo l'asse x , orizzontale: ogni superficie orizzontale è adiabatica). I rettangoli blu sono superfici perfettamente isolanti dal punto di vista termico.



La struttura termica può essere schematizzata con la rete elettrica resistiva rappresentata.

Si ha:

$$\mathbf{Req = Rc1 + R1 + (R2 + R4) * R3 / (R3 + R2 + R4) + R5 + R6 + Rc2.}$$

$$\mathbf{Q = (T1 - T2) / Req}$$

con

$R_{c1}=1/(h_1 \cdot A)$; $R_{c2}=1/(h_2/A)$ *resistenze convettive*

$R_1=(1/l_1) \cdot (a/A)$; $R_2=(1/l_2) \cdot ((b+c)/A_2)$; $R_3=(1/l_3) \cdot ((b+c)/A_3)$; $R_4=(1/l_4) \cdot (c/A_2)$;

$R_5=(1/l_5) \cdot (d/A)$; $R_6=(1/l_6) \cdot (e/A)$; *resistenze conduttive*

Le superfici verticali sono isoterme (-> equipotenziali) ed il valore della loro temperatura si trova applicando la legge di Ohm:

$$T_A = T_1 - R_{c1} \cdot Q$$

$$T_B = T_A - R_1 \cdot Q$$

$$T_C = T_B - R_2 \cdot Q_1$$

$$T_D = T_C - R_4 \cdot Q_1$$

$$Q_1 = Q \cdot R_3 / (R_3 + R_2 + R_4)$$

$$T_E = T_D - R_5 \cdot Q$$

$$T_F = T_E - R_6 \cdot Q$$